

Problemas – Tema 9

Problemas resueltos - 21 - producto vectorial

1. Define el producto vectorial de dos vectores. Dados los vectores $\vec{u}=(2,2,0)$ y $\vec{v}=(1,1,-1)$, calcula los vectores unitarios de ambos vectores y un vector que sea perpendicular a ambos vectores.

El producto vectorial de dos vectores \vec{u} y \vec{v} se denota como $\vec{u} \times \vec{v}$ y es un nuevo vector, con dirección perpendicular al plano formado por \vec{u} y \vec{v} , sentido el marcado por la regla de la mano derecha y módulo igual a:

$$|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \text{sen}(\alpha)$$

Siendo α el ángulo formado por \vec{u} y \vec{v} .

Obtenemos los vectores unitarios de \vec{u} y \vec{v} .

$$\text{Si } \vec{u}=(2,2,0) \rightarrow |\vec{u}|=\sqrt{2^2+2^2+0}=\sqrt{8} \rightarrow \text{vector unitario } \hat{u}=\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}=\left(\frac{2}{\sqrt{8}}, \frac{2}{\sqrt{8}}, 0\right)$$

$$\text{Si } \vec{v}=(1,1,-1) \rightarrow |\vec{v}|=\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}=\sqrt{3} \rightarrow \text{vector unitario } \hat{v}=\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Un vector perpendicular a ambos vectores lo obtenemos del producto vectorial, pudiendo aplicar la siguiente regla nemotécnica:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -2\hat{i} + 0 + 2\hat{k} - (2\hat{k} + 0 - 2\hat{j}) = -2\hat{i} + 2\hat{j} = (-2, 2, 0)$$