Sistemas 3x2

CURSO	**TEMA**	**WWW.DANIPARTAL.NET**
1ºBach	4. Sistemas y Gauss	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

INFORMACIÓN GENERAL

Sistemas de 3 ecuaciones y 2 incógnitas. Tres rectas en el plano.

Vídeo asociado:

https://www.youtube.com/watch?v=9z5Qi1RKPXY

SISTEMAS DE ECUACIONES 3X2

Siempre que el número de incógnitas del sistema sea 2, podemos ver cada ecuación como rectas en el plano. Si ahora vamos a plantear sistemas 3x3 significa que tendremos 3 ecuaciones en el plano. Y estas ecuaciones, nuevamente, pueden cortarse en un solo punto (SCD), no cortarse en ningún punto en común (SI) o ser coincidentes con infinitos puntos en común (SCI).

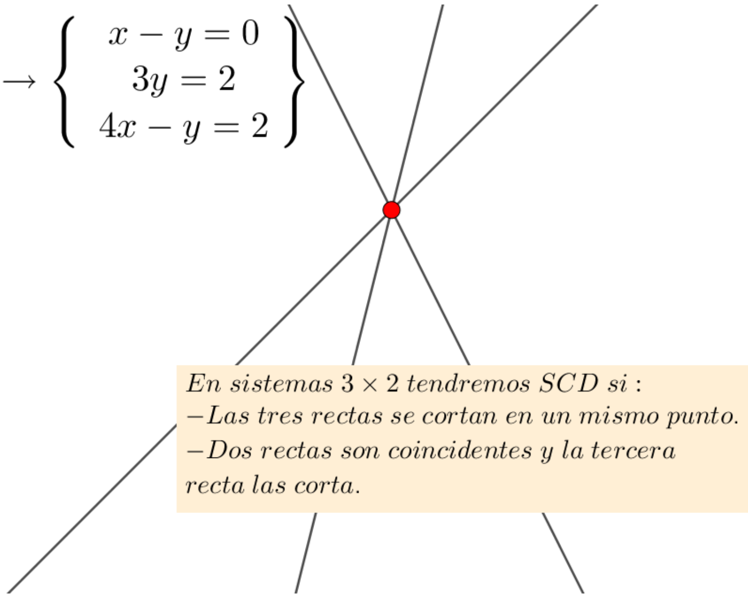
$$\left\{\begin{array}{c} x-y=0 \\ 2x+y=2 \\ 4x-y=2 \end{array}\right\} \rightarrow F_2' = F_2 - 2\cdot F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} x-y=0 \\ 3y=2 \\ 4x-y=2 \end{array}\right\}$$

$$F_3' = F_3 - 4\cdot F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} x-y=0 \\ 3y=2 \\ 3y=2 \end{array}\right\}$$

$$F_3' = F_3 - F_2 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} x-y=0 \\ 3y=2 \\ 0=0 \end{array}\right\}$$

Obviamos F_3. Despejamos "y" de F_2

$$F_2 : y = 2/3 \rightarrow F_1 : x = 2/3$$



En el proceso de reducción seguido en el sistema anterior, primero hemos eliminado la incógnita "x" de la segunda ecuación. Y, en segundo lugar, hemos eliminado la incógnita "x" de la tercera ecuación.

Aparece una tautología 0=0 en la tercera fila, por lo que podemos eliminar la tercera ecuación.

De la segunda ecuación podemos despejar directamente el valor de la variable "y". Y llevar ese valor a la primera ecuación para despejar el valor de la incógnita "x".

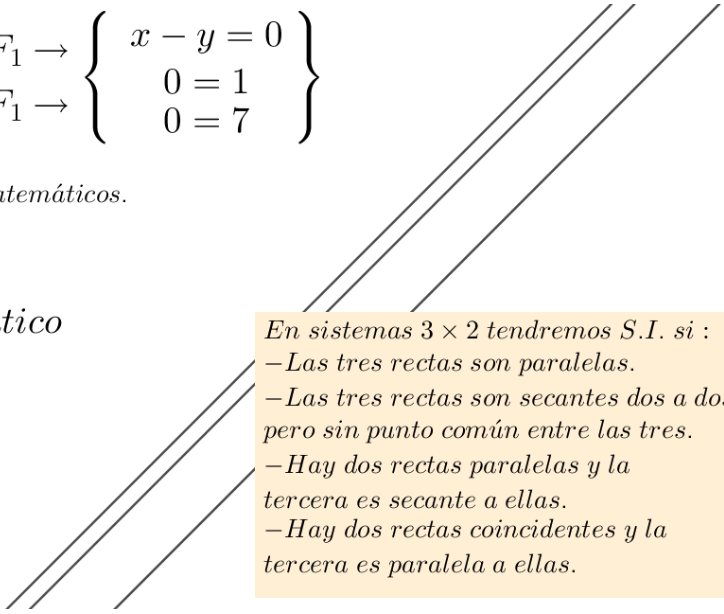
Las tres rectas se cortan en un mismo punto. Las coordenadas de ese punto forman la solución final del sistema SCD.

Si las rectas no tienen ningún punto en común, el sistema asociado no tendrá solución. Será sistema incompatible (SI). Al resolver por reducción encadenada, encontraremos un absurdo matemático.

$$\left\{\begin{array}{c} x-y=0 \\ 2x-2y=1 \\ 3x-3y=7 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{c} F_2' = F_2 - 2F_1 \rightarrow \\ F_3' = F_3 - 3F_1 \rightarrow \end{array} \left\{\begin{array}{c} x-y=0 \\ 0=1 \\ 0=7 \end{array}\right\}$$

Tanto en F_2 como en F_3 aparecen absurdos matemáticos.

Siempre, siempre, siempre
que aparezca un absurdo matemático
el sistema no tendrá solución.



En sistemas 3×2 tendremos S.I. si :
−Las tres rectas son paralelas.
−Las tres rectas son secantes dos a dos pero sin punto común entre las tres.
−Hay dos rectas paralelas y la tercera es secante a ellas.
−Hay dos rectas coincidentes y la tercera es paralela a ellas.

Finalmente, si tras aplicar el método de reducción aparecen dos tautologías 0=0 y llegamos a un sistema con una única ecuación y dos incógnitas, tendremos infinitas soluciones (SCI): las tres rectas serían coincidentes.

$$\left\{\begin{array}{c} x-y=2 \\ 2x-2y=4 \\ 5x-5y=10 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{c} F_2' = F_2 - 2\cdot F_1 \\ F_3' = F_3 - 5\cdot F_1 \end{array} \rightarrow \left\{\begin{array}{c} x-y=2 \\ 0=0 \\ 0=0 \end{array}\right\}$$

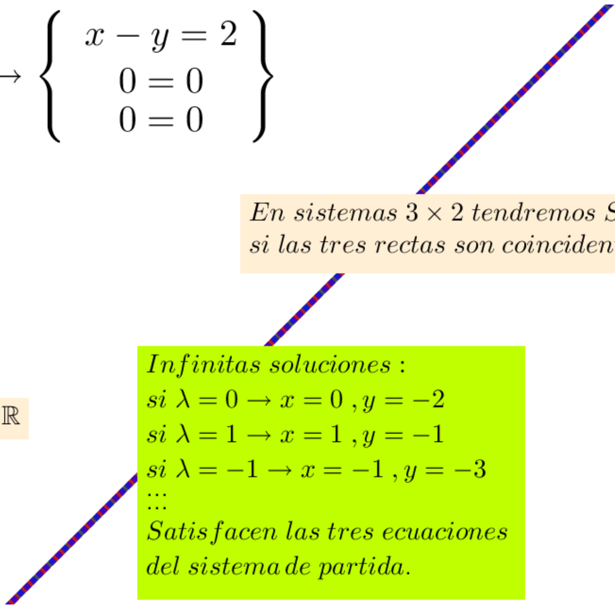
Podemos obviar F_2 y F_3 por tautologías.

$x - y = 2$

1 ecuación y 2 incógnitas

$2 - 1 = 1$ *grado de libertad* $\rightarrow$ *Por ejemplo :* $x = \lambda \in \mathbb{R}$

Solución general : $x = \lambda\ ,\ \ y = \lambda - 2$



En sistemas 3×2 tendremos SCI si las tres rectas son coincidentes.

Infinitas soluciones :
si $\lambda = 0 \rightarrow x = 0\ , y = -2$
si $\lambda = 1 \rightarrow x = 1\ , y = -1$
si $\lambda = -1 \rightarrow x = -1\ , y = -3$
...
Satisfacen las tres ecuaciones del sistema de partida.