2.6.2 函数极限的计算 2——等价无穷小代换

【内容分析】

重点设计说明，掌握，并会运用等价代换的方法计算函数的极限。

【教学内容】

1.无穷小阶的概念
2. 常见的等价无穷小
3.等价无穷小及其运算

【重难点】

重点是是无穷小阶的概念；常见的等价无穷小
难点是等价无穷小代换

【知识目标】

1.理解无穷小阶的概念；高阶无穷小、低阶无穷小、等价无穷小
2.掌握常见的等价无穷小代换公式

【能力目标】

1.能进行无穷小阶的比较；
2.会用等价无穷小求函数的极限

【过程和方法目标】

1. 通过讲练结合，边学边练，鼓励学生口答， 动手实践，反复练习，熟能生巧。
2. 通过举例子、举反例的方法，深刻理解相关概念和方法的思想内涵和本质，突破难点

【情感态度和价值观目标】

1在计算过程中,鼓励学生口答， 动手实践,培养动手能力、逻辑思维、计算能力，具有劳动意识。
2 组织启发、 口答、 讨论、探究等课堂活动养成自主、探究、反思的学习习惯；培养学生交流沟通，团队合作、竞争自信的职业素质和诚实认真的道德品质。

【历年真题】

1. (2024数ⅡT2)当$x \to 0$时，以下函数是无穷小量的是(C).
A.$cosx$
B.e^x
C.$\ln(1+x)$
D.$\sqrt{x+1}$
2. (2024数ⅢT3)当$x \to 0$时，下列函数与x^2互为等价无穷小的是(A).
A.sin^2x
B.$sin2x$
C. cos^2x
D.$e^{2x}-1$
3. (2023数ⅠT3)当$x \to 0$时，以下不是无穷小量的是(D).
A.$tanx$
B.$sin2x$
C.$\ln(1+x)$
D.e^x+1

一、无穷小阶的比较

【问题】无穷小是趋于0的函数或变量。两个无穷小和、差、积仍是无穷小。那么，两个无穷小的**商**是否是无穷小？如何比较两个无穷小？不同的无穷小趋于0的快慢不尽一致。本节将对无穷小趋于0的快慢加以比较.

例如，$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{x}=0$

x	0.1	0.01	0.001	$\cdots$
x^2	0.01	0.0001	0.000001	$\cdots$

结论：当$x\to 0$时，分子x^2比分母x趋于0的速度快，

【思考】当$x\to 0$时，$\frac{0}{0}$型（未定式）$x, x^2, \sin x, sin2x, x^2 sin\frac{1}{x}$都是无穷小. 他们的商还是无穷小吗？会有哪几种情况？

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{sin2x}{x}=2$，分子与分母是同阶无穷小

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{sin\, x}{x}$=1，分子与分母是等价无穷小、

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{x}=0$，分子是比分母高阶无穷小

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{x^2}=\infty$，分子是比分母低阶无穷小

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2 sin\frac{1}{x}}{x^2}=\lim\limits_{x\to 0} sin\frac{1}{x}=$不存在，

①可以根据无穷小趋于0的快慢程度来比较无穷小，高阶的快。
②并非任意两个无穷小都可以比较

1.无穷小阶的定义

设α 及 β 为同一个自变量的变化过程中的无穷小. 且α ≠0，$\lim\frac{\beta}{\alpha}$也是在这个变化过程中的极限．

若 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=$
- 0，称β是比α高阶的无穷小，记作 $\beta=o(\alpha)$（小写o不能大写）
- ∞，称β是比α低阶的无穷小；$lim\frac{\alpha}{\beta}=0$，$\alpha$是比$\beta$高阶的无穷小
- $c\,(\neq 0)$，称β与α是同阶无穷小，特别地：$\beta=O(\alpha)$（大写O不能小写）
- 1，称β与α是等价无穷小，记作$\beta\sim\alpha$．

若 $\lim\frac{\beta}{\alpha^k}=c\neq 0\ (k>0)$，称$\beta$是$\alpha$的$k$阶无穷小.

特别的，设$\lim\limits_{x\to 0}\alpha=0$ 且$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\alpha}{x^k}=c\neq 0(k>0)$,称当$x\to 0$，时，$\alpha$是关于x的 k 阶无穷小.（无穷小级别的定位）

根据定义和记号，有$lim\frac{o(\alpha)}{\alpha}=0$

③高阶无穷小与低阶无穷小之商仍是无穷小
④等价无穷小也是同阶无穷小，但是同阶无穷小不一定是等价无穷小,同阶无穷小可以改造成等价无穷小。

$lim\frac{\beta}{\alpha}=c\neq 0$(同阶) $lim\frac{\beta}{c\alpha}=1$ (等价)

例1.

1. *比较无穷*小$3x^2$，$x(x\to 0)$

解： $\because\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^2}{x}=\lim\limits_{x\to 0}3x=0,$

$\therefore$当$x\to 0$时，$3x^2$是比x的 高阶的无穷小，即$3x^2=o(x)$（定性）

又 $\because\lim\limits_{x\to 0}\frac{3x^2}{x^2}=3,$

$\therefore$当$x\to 0$，时，$3x^2$是关于x的 2阶的无穷小

$\boldsymbol{x^n=o(x^m)(n<m)}$
⑤$\beta=o(\alpha)$是一个定性的记号(表示β是比α高阶的无穷小)，而不是定量的等式.

2. *比较无穷*小$1-cosx$，$x^2(x\to 0)$

解：$\because\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cosx}{x^2}=\frac{1}{2},$

$\therefore$当$x\to 0$时，$1-cosx$是与x^2的同阶无穷小，$1-cosx$又是关于x的2阶无穷小

又$\because \lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cosx}{\frac{1}{2}x^2}=1, \therefore$当$x\to 0$时，$1-cosx$与$\frac{1}{2}x^2$是等价无穷小：

$$\mathbf{1-cosx\sim\frac{1}{2}x^2(x\to 0)}$$

3. *比较无穷小*$\alpha=x^2$，$\beta=x^2+x^3(x\to 0)$

$$\because \lim_{x\to 0}\frac{\beta}{\alpha}=\lim_{x\to 0}\frac{x^2+x^3}{x^2}=\lim_{x\to 0}\left(1+\frac{x^3}{x^2}\right)=\lim_{x\to 0}(1+x)=1$$

$\therefore$当$x\to 0$时，$\beta\sim\alpha$或$x^2+x^3\sim x^2$

⑥低阶无穷小+高阶无穷小~低阶无穷小

4. *比较无穷小*$xsin\frac{1}{x}$，$(x\to 0)$

$$\because \lim_{x\to 0}\frac{xsin\frac{1}{x}}{x}=\lim_{x\to 0}sin\frac{1}{x}\text{不存在}$$

$\therefore$并非任意两个无穷小都可以比较

⑦两个等价无穷小的差一定是更高阶无穷小，反之亦然.

⑧无穷小等价关系的性质

自反性$\alpha\backsim\alpha$

对称性$\alpha\backsim\beta\Rightarrow\beta\backsim\alpha$

传递性$\alpha\backsim\beta$，$\beta\backsim\gamma\Rightarrow\alpha\backsim\gamma$

例如*当*$x\to 0$*时*，$sinx\backsim x$*且*$tanx\backsim x$*,则*$x\backsim tanx$*且*$sinx\backsim tanx$

2.无穷小阶的比较

【练习1】高阶无穷小的比较,填“高阶”、”低阶“、”同阶“、”等价”

1）当$x\to 0$时,x^2-x^3是比$2x-x^2$（　　）无穷小

2) 当$n\to\infty$时,$\frac{1}{n}$是比$\frac{1}{n^2}$（　　）无穷小

3)$x\to 1$时,$1-x$和$1-x^3$是（　　）无穷小

4)当$x\to 0$时,$1-\cos x$ 是关于x 的(　　)无穷小

5)当$x\to 0$ *时*$\sin x$ 与x是(　　)无穷小

分析：

1）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2-x^3}{2x-x^2}=0$, *所以当*$x\to 0$时, x^2-x^3是比$2x-x^2$高阶无穷小

2）$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2}}=\infty$，*所以当*$n\to\infty$*时*,$\frac{1}{n}$是比$\frac{1}{n^2}$*低阶的无穷小*.

3）$\lim\limits_{x\to 1}\frac{1-x^3}{1-x}=3$，所以当$x\to 1$时,$1-x$和$1-x^3$是同阶的无穷小.

4）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}$，所以当$x\to 0$时, $1-\cos x$ 是关于x 的二阶无穷小.

5）$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$,，所以当$x\to 0$时，$\sin x$ 与x是等价无穷小，即$\sin x\sim x(x\to 0)$.

二、常见的等价无穷小

$\boldsymbol{x\to 0}$时(注意趋向)

$\sin x\sim x\sim tanx\sim arcsinx\sim arctanx\sim e^x-1\sim\ln(1+x)$

$1-cosx\sim\frac{x^2}{2}$

$(1+x)^{\mu}-1\sim\mu x;\sqrt{1+x}-1\sim\frac{1}{2}x;\ \sqrt[n]{1+x}-1\sim\frac{1}{n}x;$

【探究】

$e^{sin2x}-1\sim sin2x\sim 2x(x\to 0)$

$sin\frac{1}{2x} \sim \frac{1}{2x}(x \to \infty)$

$tan(lnx) \sim lnx(x \to 1)$

$(1+x)^{\mu}-1 = e^{\mu\ln(1+x)}-1 \sim \mu\ln(1+x) \sim \mu x$

$a^x-1 = e^{\ln a^x}-1 = e^{x\ln a}-1 \sim xlna$

$secx-1 \sim \frac{x^2}{2}$

$x \to 0$时(注意趋向)

$a^x-1 = e^{\ln a^x}-1 = e^{x\ln a}-1 \sim xlna$

$secx-1 \sim \frac{x^2}{2}$

【课堂小练1】

1.已知$f(x) = \frac{x}{\tan x}-1$当（ A ）时，$f(x)$ 为无穷小量.

A. $x \to 0$;

B. $x \to 1$;

C. $x \to -\infty$;

D. $x \to +\infty$.

解析： A.

2.当$x \to 0$时，$(1+ax^2)^{\frac{1}{3}}-1$与cosx-1是等价无穷小，则常数a=（ ）

解： $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}}-1 \sim \frac{1}{3}ax^2$,$cosx-1 \sim -\frac{1}{2}x^2$,

$\frac{1}{3}ax^2 \sim -\frac{1}{2}x^2$,则a=-2/3.

三、等价无穷小代换

无穷小的等价替换定理

设$lim\alpha = 0, lim\beta = 0$且$\alpha \sim \beta$，则$limf(x)\alpha = limf(x)\beta$(左边极限存在）一般的，若$\alpha \sim \alpha_1$且$\beta \sim \beta_1$，则$lim\frac{f(x)\alpha}{g(x)\beta} = lim\frac{f(x)\alpha_1}{g(x)\beta_1}$

①把一个复杂的无穷小乘积因子用简单的等价无穷小乘积因子替换，从而化简极限.

②极限中的分子分母的等价无穷小可以相互替换.

③只有**乘积因子**才能替换！一般不能在加减项之间进行等价无穷小替换

例3.用等价无穷小求极限，注意方法和技巧的积累

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{ln(1-2x)}{e^{3x}-1}$

解：

原式 $= \lim\limits_{x\to 0}\frac{-2x}{3x} = -\frac{2}{3}$

2. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\tan 2x\, tan(\frac{\pi}{4}-x)$

解：令$u = \frac{\pi}{4}-x, u \to 0, 2x = \frac{\pi}{2}-2u$

原式 $= \lim\limits_{u\to 0} cot\, 2u\, tan\, u = \lim\limits_{u\to 0}\frac{tan\, u}{tan\, 2u} = \lim\limits_{u\to 0}\frac{u}{2u} = \frac{1}{2}$.

方法：“换元法”

3. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tan\, x - sin\, x}{x^3}$

解：

方法一

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{tan\, x - sin\, x}{x^3} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{tan\, x - sin\, x}{x^3} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{x-x}{x^3} = 0$？？

方法二

$\lim_{x\to0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{\tan x(1-\cos x)}{x^3}=\lim_{x\to0}\frac{x\cdot\frac{1}{2}x^2}{x^3}=\frac{1}{2}$???

易错点：只有相乘的才能同时代换，相加减的不能同时代换。

4. $\lim_{x\to0}\frac{(1+x^2)^{\frac{1}{3}}-1}{\cos x-1}$

解：

$$原式=\lim_{x\to0}\frac{\frac{1}{3}x^2}{-\frac{1}{2}x^2}=-\frac{2}{3}$$

【课堂小练3】

1.当$x\to0$时,$x-\sin x$是x^2的（ ）B

$A.$ 低阶无穷小

$B.$ 高阶无穷小

$C.$ 等价无穷小

$D.$ 同阶但非等价无穷小

2. 当$x\to0$时, $e^{\tan x}-e^x$与x^n是同阶无穷小,则n为( ).

$A.1$

$B.2$

$C.3$

$D.4$

答案:1.B2.C

【强化练习】

1. $\lim_{x\to0}\frac{\tan 3x}{\sin 2x}$

解： 原式 $=\lim_{x\to0}\frac{3x}{2x}=\frac{3}{2}$

2. $\lim_{x\to0}\frac{\arcsin x^n}{(\sin x)^m}$

解： 原式 $=\lim_{x\to0}\frac{x^n}{x^m}=\lim_{x\to0}x^{n-m}=\begin{cases}0,m>n,\\1,m=n,\\\infty,m<n;\end{cases}$

3. $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+2x)}{x}$

解： 原式 $=\lim_{x\to0}\frac{2x}{x}=2$

4. $\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{x^2\arctan x}$

解： 原式 $=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^3}=\infty$

5. $\lim_{n\to\infty}2^n\sin\frac{x}{2^n}$

解： 原式 $=\lim_{n\to\infty}x\cdot\frac{\sin\frac{x}{2^n}}{\frac{x}{2^n}}=x$

6. $\lim_{x\to0}\frac{(1+ax)^{\frac{1}{n}}-1}{x}$

解： 原式 $=\lim_{n\to0}x\cdot\frac{\frac{1}{n}ax}{x}=\frac{a}{n}$

例2. $\lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x}$

解： 原式 $=\lim_{x\to0}\frac{x}{x}=1$

【课堂小练4】

1.(2024数 I T6)极限 $\lim_{x\to0}(1+\sin\frac{x}{2})^{\frac{1}{x}}=$ ________.

解析：$e^{\frac{1}{2}}$

2. (2024数Ⅱ T6)极限 $\lim\limits_{x\to0}(1+\frac{x}{2})^{\frac{4}{sinx}}=$ ________.

解析: e^2

【作业】

1. 画一下**思维导图**求极限的方法有哪些？用到的化简技巧有哪些？

2.

$x\to0$时(注意趋向)

$a^x-1=e^{\ln a^x}-1=e^{x\ln a}-1\sim xlna$

$secx-1\sim\frac{x^2}{2}$

思考: $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[x]{a}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[x]{x}$

解: $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[x]{a}=\lim\limits_{x\to+\infty}a^{\frac{1}{x}}, u=\frac{1}{x}, u\to0^+$,

原式 $=\lim\limits_{u\to0^+}a^u=\lim\limits_{u\to0^+}(ulna+1)=1$

解: $\because\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}lnx=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{lnx}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$

$\therefore$ 原式 $=\lim\limits_{x\to+\infty}x^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}(e^{lnx})^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}e^{\frac{1}{x}lnx}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}lnx}=e^0=1$

一题多解，(注意积累化简技巧和考虑一题多解)

1. $\lim\limits_{x\to a}\frac{lnx-lna}{x-a}, (a>0)$

解:

方法一、

令$u=x-a, x=u+a, u\to0, ln(1+\frac{u}{a})\sim\frac{u}{a}$

原式 $=\lim\limits_{x\to a}\frac{lnx-lna}{x-a}=\lim\limits_{u\to0}\frac{\ln(u+a)-lna}{u}=\lim\limits_{u\to0}\frac{\ln(\frac{u+a}{a})}{u}=\lim\limits_{u\to0}\frac{\ln(1+\frac{u}{a})}{u}=\lim\limits_{u\to0}\frac{\frac{u}{a}}{u}=\frac{1}{a}$

方法二、

原式 $=\lim\limits_{x\to a}\frac{lnx-lna}{x-a}=\lim\limits_{u\to0}\frac{\ln(u+a)-lna}{u}=\lim\limits_{u\to0}\frac{\ln\left(\frac{u+a}{a}\right)}{u}=\lim\limits_{u\to0}\frac{\ln\left(1+\frac{u}{a}\right)}{u}=\frac{1}{a}\lim\limits_{u\to0}\frac{\ln\left(1+\frac{u}{a}\right)}{\frac{u}{a}}$

$=\frac{1}{a}\lim\limits_{u\to0}\left[\frac{a}{u}\ln(1+\frac{u}{a})\right]=\frac{1}{a}\lim\limits_{u\to0}ln\left(1+\frac{u}{a}\right)^{\frac{a}{u}}=\frac{1}{a}ln\lim\limits_{u\to0}\left(1+\frac{u}{a}\right)^{\frac{a}{u}}=\frac{1}{a}lne=\frac{1}{a}$

2. $\lim\limits_{x\to0}\frac{a^x-1}{x}$

解: $x\to0$时, $a^x-1\sim xlna$

原式 $=\lim\limits_{x\to0}\frac{xlna}{x}=\lim\limits_{x\to0}lna=lna$

3. $\lim\limits_{x\to0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}$

解: $x\to0$时, $(1+x)^\alpha-1=\alpha x$

原式 $=\lim\limits_{x\to0}\frac{\alpha x}{x}=\alpha x$

4. $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{a^x-a^\alpha}{x-\alpha}$

解: 设$u=x-\alpha, u\to0, a^u-1\sim ulna,$

原式 $=\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{a^\alpha(a^{x-\alpha}-1)}{x-\alpha}=\lim\limits_{u\to0}\frac{a^\alpha(a^u-1)}{u}=\lim\limits_{u\to0}\frac{a^\alpha ulna}{u}=a^\alpha lna$

答案: $\frac{1}{a}$; lna; a; $a^\alpha lna$

【专升本对接】

1. (2017*计算机*)*已知*$x\to0$时, $\left(\sqrt{1+ax^2}-1\right)$与$\sin^2x$是等价无穷小,求$a=$ ( ).

$A.0$
$B.1$
$C.2$
$D.3$
2. (2009*国贸*)已知$x \to 0$时,与$x+x^3$等价的无穷小量是(　).
$A.x^{-1}$
$B.1$
$C.x$
$D.x^2$
3.判断:(2010国贸,电商)已知$x \to 0$时,sin^2x与x^2是等价无穷小(　).
$A.\surd$
$B.\times$
4. (2014*机械*, 2012*会计*)当$x \to 0$时,$x^2 sin\frac{1}{x}$是(　).
A. 与x等价无穷小
B. x的低阶无穷小
C. 与x的等价无穷小
D. x的高阶无穷小
5. (2017*机械, 交通*) *试确定当*$x \to 0$*时, 下列(　)是关于x的3阶无穷小.*
$A.\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}$
$B.\sqrt{1+x^3}-1$
$C.x^3+0.0002x^2$
$D.\sqrt[3]{sinx^3}$
6. (2016*机械, 交通, 电气*) *下列函数在*$x \to 0$*时与*x^2*为同阶无穷小的是*(　).
$A.2^x$
$B.2^x-1$
$C.1-cosx$
$D.x-sinx$
7. *当*$x \to 0^+$*时, 与*$\sqrt{x}$*是等价无穷小的是*(　).
$A.1-e^{\sqrt{x}}$
$B.ln\dfrac{1+x}{1-\sqrt{x}}$
$C.\sqrt{1+\sqrt{x}}-1$
$D.1-cos\sqrt{x}$
答案:$1.C$ $2.C$ $3.A$ $4.D$ $5.B$ $6.C$ $7.B$

【单元小测】

1. (2024 数Ⅰ T11)求极限 $\lim\limits_{x\to 3}(\dfrac{x}{x-3}-\dfrac{9}{x^2-3x})$
解析：2
2. (2024 数Ⅰ T12)求极 $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{e^{x-1}+x-2}{1-x-lnx})$
解析：-1
3. (2024 数Ⅱ T12)求极 $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{e^{x-1}-x}{1-x+lnx})$
解析：-1
4. (2024 数Ⅲ T16)求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x^2-x}-\dfrac{2}{x^2-1}\right)$
解析：$-\frac{1}{2}$
5. (2024 数Ⅲ T17)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctanx-x}{sinx-x}$
解析：2
6. (2023 数Ⅰ T11)求极限 $\lim\limits_{x\to \infty}(\sqrt{x^2+3x}-x)$

解析：$\frac{3}{2}$

7.(2023 数Ⅰ T12)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{1-cosx}-cosx}{x^2}$

解析：1

8.(2023 数Ⅱ T11)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{x}-\frac{3}{x^2+3x})$

解析：$\frac{1}{3}$

9.(2023 数Ⅰ T12)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{cosx}-e}{x^2}$

解析：$-\frac{1}{2}e$

10.(2023 数Ⅲ T16)求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{4x^2+x}-2x)$

解析：$\frac{1}{4}$

11.(2023 数Ⅲ T17)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-ln(1+x)}{1-cosx}$

解析：$\frac{1}{4}$

12.(2022 数Ⅰ T11)求极限 $\lim\limits_{x\to 2}(\frac{x-2}{\sqrt{2x-3}-1})$

解析：1

13.(2022 数Ⅰ T12)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-cos3x}{3x^2}$

解析：$\frac{3}{2}$

14.(2022 数Ⅱ T2)求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{e^x-1}{sin3x}\right)=($ C $)$.

A.$-\frac{1}{3}$

B.0

C.$\frac{1}{3}$

D.∞

15.(2022 数Ⅱ T11)求极限 $\lim\limits_{x\to 1}(\frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2})$

解析：4

16.(2022 数Ⅲ T13)极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+lnx}{2x+1}\right)=$______.

解析：$\frac{1}{2}$

17.(2022 数Ⅲ T17)极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2arctanx}{e^x-1}$

解析：2