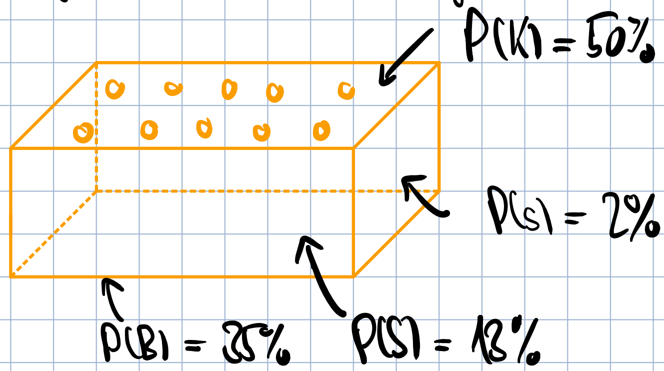
VII. Wahrscheinlichkeitstheorie

1. Axiome von Kolmogorov

(V) Ein Legostein wird gewürfelt, um die Wahrscheinlichkeiten herauszufinden. Nach 1000-maligen Würfen ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten (eigentlich relative Häufigkeit):



Die Menge aller möglichen Ausgänge (die sogenannten Ergebnisse) nennen wir Ergebnisraum:

$$\Omega = \{K; S; s; B\}$$

Jede Teilmenge eines Ergebnisraums ist ein Ereignis:

$$A = \{K\} \quad \text{und} \quad B = \{K; B\}$$

→ Elementarereignis

Wir kennen bis dato zwei Möglichkeiten Wahrscheinlichkeiten zu bestimmen:

„a priori"-Wahrscheinlichkeit (Laplace-Wahrscheinlichkeit) | „a posteriori"-Wahrscheinlichkeit (Relative Häufigkeit)

Ereignis

$$P(A) = \frac{\text{„Anzahl der günstigen Möglichkeiten"}}{\text{„Anzahl aller Möglichkeiten"}} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

← Annäherung in Unendlichen

$$h(A) = \frac{\text{„Anzahl der Treffer"}}{\text{„Anzahl der Durchführungen"}} = \frac{H(A)}{n}$$

Dabei stellen wir folgende Gemeinsamkeiten fest, die in die Axiome von Kolmogorov münden:

Axiome von Kolmogorov

Ist Ω ein Ergebnisraum und sind A und $B \subseteq \Omega$ (Teilmenge), so heißt die Funktion

$P: \mathcal{A} \longmapsto P(A)$ eine Wahrscheinlichkeitsverteilung, falls gilt:

$\Omega \longmapsto [0;1]$

i) $P(A) \geq 0$ (Nicht-Negativität)

ii) $P(\Omega) = 1$ (Normiertheit)

iii) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, wenn $A \cap B = \{\}$ (Additivität)

Vereinigung

geschnitten

Das Paar $(\Omega; P)$ nennen wir Wahrscheinlichkeitsraum.

HA.: S. 176 | 3 und 4