

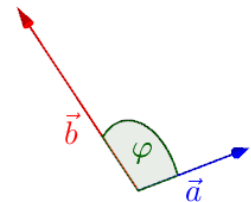
Skalarprodukt

$$\vec{a} \circ \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

Beispiel: $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 = 4 + 10 + 18 = 32$

Winkel zwischen zwei Vektoren

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \circ \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$



Wichtiger Sonderfall: $\vec{a} \circ \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \varphi = 90^\circ$ wegen $\cos(90^\circ) = 0$

Beispiel: Gesucht ist der Winkel zwischen $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

$$\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right|} = \frac{-10 + 0 - 3}{\sqrt{4 + 1 + 9} \cdot \sqrt{25 + 0 + 1}} = \frac{-13}{\sqrt{14} \cdot \sqrt{26}} = \frac{-13}{\sqrt{364}}$$

$$\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{-13}{\sqrt{364}} \right) \approx 132,95^\circ$$