Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

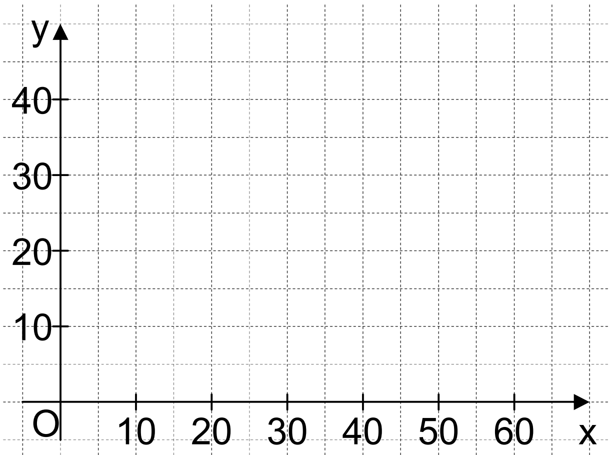
Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Das radioaktive Cäsium-137 wird in der Medizin eingesetzt. Es zerfällt in das stabile Barium-137. Für eine Anfangsmasse von 40 g Cäsium-137 lässt sich die nach x Jahren noch nicht zerfallene Masse y g durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 40 \cdot 0{,}9772^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ darstellen.

A 1.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f in das Koordinatensystem. 2 P

x	0	10	20	30	40	50	60
$40 \cdot 0{,}9772^x$							

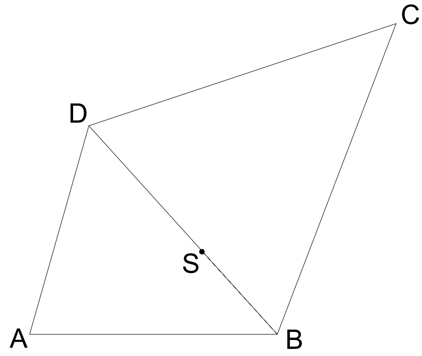


A 1.2 Geben Sie mithilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren die noch nicht zerfallene Masse 18 g ist. 1 P

A 1.3 Cäsium-137 zerfällt mit einer Halbwertszeit von 30 Jahren, das heißt nach jeweils 30 Jahren hat sich die noch nicht zerfallene Masse halbiert.
Begründen Sie, nach wie vielen Jahren die noch nicht zerfallene Masse ein Achtel der Anfangsmasse von 40 g ist. 2 P

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Plan einer viereckigen Grünfläche.
Gegeben sind folgende Maße:
$\overline{AB} = 78{,}0\ \text{m}$; $\overline{BC} = 105{,}0\ \text{m}$;
$\overline{BS} = 35{,}0\ \text{m}$; $\sphericalangle BAD = 74°$;
$\sphericalangle DBA = 48°$; $\sphericalangle CBD = 63°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

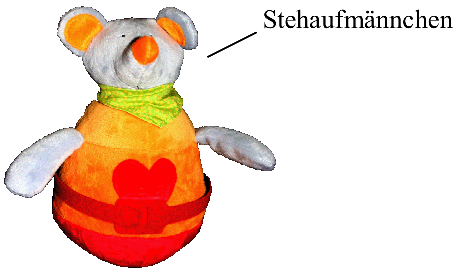


A 2.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD im Maßstab $1:1000$ und zeichnen Sie den Punkt $S \in [BD]$ ein. 2 P

A 2.2 Viele Fußgänger benutzen eine Abkürzung über die Grünfläche, sodass sich bereits ein Trampelpfad gebildet hat, der zwischen den Punkten B und D im Plan verläuft. Berechnen Sie die Länge der Strecke [BD]. 2 P

A 2.3 Auf der Grünfläche wird eine große kreisförmige Skateranlage angelegt.
Im Plan bildet der Mittelpunkt M der Strecke [SC] den Mittelpunkt des Kreises k.
Der Kreis k berührt die Strecke [BC] im Punkt E.
Zeichnen Sie die Strecke [ME] und den Kreis k in die Zeichnung zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A des Kreises k.
[Teilergebnis: $\overline{SC} = 94{,}4\text{ m}$] 5 P

A 3

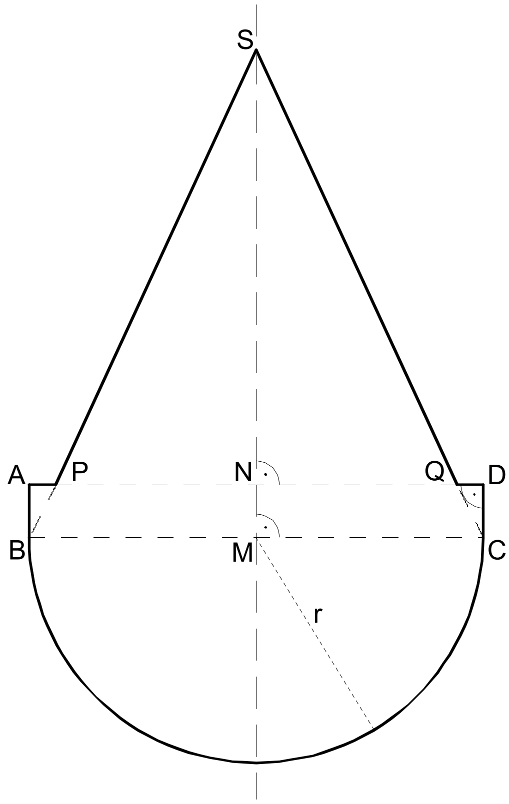


Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt des Grundkörpers eines Stehaufmännchens.
MS ist die Symmetrieachse.

Es gilt: $\overline{MB} = 6{,}0\ \text{cm}$; $r = \overline{MB} = \overline{MC}$;

$\overline{AB} = 1{,}4\ \text{cm}$; $\sphericalangle BSC = 50°$.

Berechnen Sie das Volumen V des Grundkörpers. Runden Sie auf eine Stelle nach dem Komma.



5 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p hat den Scheitel $S(2\,|\,8)$ und verläuft durch den Punkt $C(4\,|\,7)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + x + 7$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-2;\, 8]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 9$; $-2 \leqq y \leqq 9$. 4 P

B 1.2 Punkte $B_n(x\,|\,-0{,}25x^2 + x + 7)$ auf der Parabel p sind für $x > 4$ zusammen mit dem Punkt C und Punkten A_n die Eckpunkte von Dreiecken A_nB_nC mit $\overline{A_nB_n} = 6$ LE.
Die Punkte A_n und B_n haben dieselbe Ordinate y.
Zeichnen Sie das Dreieck A_1B_1C für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Begründen Sie sodann, dass das Dreieck A_1B_1C nicht gleichseitig ist. 4 P

B 1.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Dreiecke A_nB_nC in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt:
$A(x) = (0{,}75x^2 - 3x)$ FE. 2 P

B 1.4 Der Flächeninhalt des Dreiecks A_2B_2C beträgt 12 FE.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_2. 3 P

B 1.5 Im Dreieck A_3B_3C ist der Punkt $F_3 \in [A_3B_3]$ der Fußpunkt der Höhe $[F_3C]$. Der Winkel F_3CB_3 hat das Maß 32°.
Zeichnen Sie das Dreieck A_3B_3C in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und berechnen Sie sodann die x-Koordinate des Punktes B_3. 4 P

Bitte wenden!

Prüfungsdauer:
150 Minuten

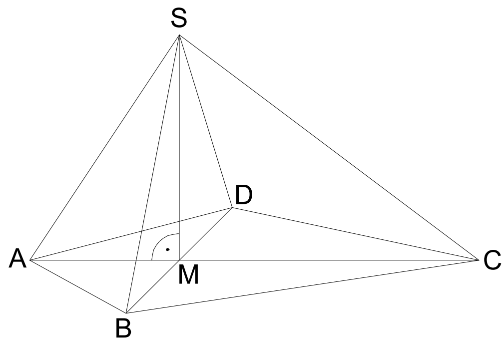
Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit der Geraden AC als Symmetrieachse ist.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M des Drachenvierecks ABCD.
Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{BD} = 8\text{ cm}$;
$\overline{AM} = 4\text{ cm}$; $\overline{CS} = 10\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS] und das Maß des Winkels SCM.
[Ergebnisse: $\overline{MS} = 6\text{ cm}$; $\sphericalangle SCM = 36{,}87°$] 4 P

B 2.2 Der Punkt $R \in [MS]$ mit $\overline{MR} = 1{,}5\text{ cm}$ ist der Mittelpunkt der Strecke [FG] mit $F \in [BS]$ und $G \in [DS]$. Es gilt: $FG \parallel BD$.
Zeichnen Sie die Strecke [FG] in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [FG].
[Ergebnis: $\overline{FG} = 6\text{ cm}$] 2 P

B 2.3 Die Punkte F und G sind zusammen mit dem Punkt $E \in [AS]$ die Eckpunkte des Dreiecks EFG, wobei gilt: $ER \parallel AM$.
Zeichnen Sie das Dreieck EFG in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide EFGS am Volumen der Pyramide ABDS. 4 P

B 2.4 Punkte P_n liegen auf der Strecke [CS], wobei die Winkel SP_nR das Maß φ haben mit $\varphi \in]26{,}25°; 126{,}87°[$.
Zeichnen Sie das Dreieck P_1SR für $\varphi = 100°$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[RP_1]$ und den Flächeninhalt des Dreiecks P_1SR.
[Ergebnis: $\overline{RP_1} = 3{,}66\text{ cm}$] 3 P

B 2.5 Der Abstand des Punktes P_2 von der Geraden AC ist 3 cm.
Zeichnen Sie den Punkt P_2 in das Schrägbild zu 2.1 ein und berechnen Sie sodann das Maß des Winkels SP_2R. 4 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

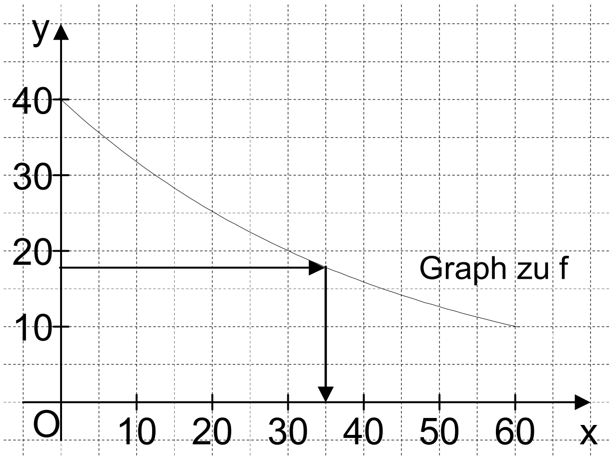
Aufgaben A 1 - 3 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

A 1.1

x	0	10	20	30	40	50	60
$40 \cdot 0{,}9772^x$	40	32	25	20	16	13	10

L4 K5



L4 K4

2

A 1.2 $y = 18$ $x = 35$ (im Rahmen der Ablesegenauigkeit) Nach ca. 35 Jahren. 1

L4 K4

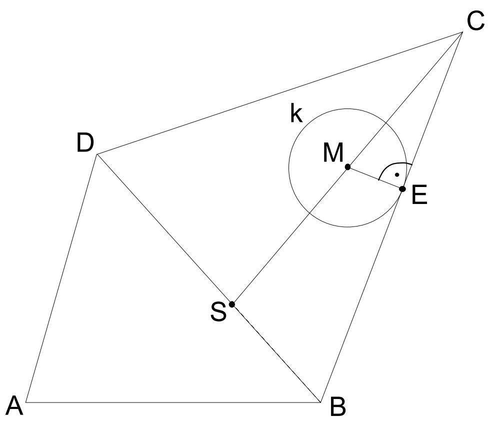
A 1.3 Die noch nicht zerfallene Masse ist nach 30 Jahren die Hälfte, nach weiteren 30 Jahren ein Viertel und nach wiederum 30 Jahren ein Achtel der Anfangsmasse von 40 g Cäsium-137.
Demzufolge ist die noch nicht zerfallene Masse nach 90 Jahren ein Achtel der Anfangsmasse von 40 g. 2

L4 K1 K5

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 Zeichnung im Maßstab $1:2000$

L3 K4



2

A 2.2 $\sphericalangle ADB = 180° - 74° - 48°$ $\frac{\overline{BD}}{\sin 74°} = \frac{78{,}0\text{ m}}{\sin 58°}$	$\sphericalangle ADB = 58°$ $\overline{BD} = 88{,}4\text{ m}$	2	L2 K2 K5
A 2.3 Einzeichnen der Strecke [ME] und des Kreises k $\overline{SC} = \sqrt{35{,}0^2 + 105{,}0^2 - 2 \cdot 35{,}0 \cdot 105{,}0 \cdot \cos 63°}\text{ m}$ $\frac{\sin \sphericalangle SCB}{35{,}0\text{ m}} = \frac{\sin 63°}{94{,}4\text{ m}}$ $\sphericalangle SCB = 19{,}3°$ $\sin 19{,}3° = \frac{\overline{ME}}{0{,}5 \cdot 94{,}4\text{ m}}$ $A = 15{,}6^2 \cdot \pi\text{ m}^2$	 $\overline{SC} = 94{,}4\text{ m}$ $\sphericalangle SCB \in]0°;117°[$ $\overline{ME} = 15{,}6\text{ m}$ $A = 764{,}5\text{ m}^2$	5	L3 K4 L2 K2 K5
RAUMGEOMETRIE			
A 3 $V = \frac{1}{2} \cdot V_{Kugel} + V_{Zylinder} + V_{Kegel}$ $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \overline{MB}^3 \cdot \pi + \overline{MB}^2 \cdot \pi \cdot \overline{AB} + \frac{1}{3} \cdot \overline{NP}^2 \cdot \pi \cdot \overline{SN}$ $\tan \sphericalangle BSM = \frac{\overline{MB}}{\overline{MS}}$ $\quad \overline{MS} = \frac{6{,}0\text{ cm}}{\tan\left(\frac{50°}{2}\right)}$ $\frac{\overline{NP}}{\overline{MB}} = \frac{\overline{MS} - \overline{MN}}{\overline{MS}}$ $\quad \overline{NP} = \frac{11{,}5}{12{,}9} \cdot 6{,}0\text{ cm}$ $V = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 6{,}0^3 \cdot \pi + 6{,}0^2 \cdot \pi \cdot 1{,}4 + \frac{1}{3} \cdot 5{,}3^2 \cdot \pi \cdot 11{,}5\right)\text{cm}^3$ $V = 949{,}0\text{ cm}^3$	 $\overline{MS} = 12{,}9\text{ cm}$ $\overline{NP} = 5{,}3\text{ cm}$	5	L2 K2 K3 K5
		19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

FUNKTIONEN

B 1.1 $S(2|8) \in p$ und $C(4|7) \in p$: L4 K5

$7 = a \cdot (4-2)^2 + 8$ $\quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$

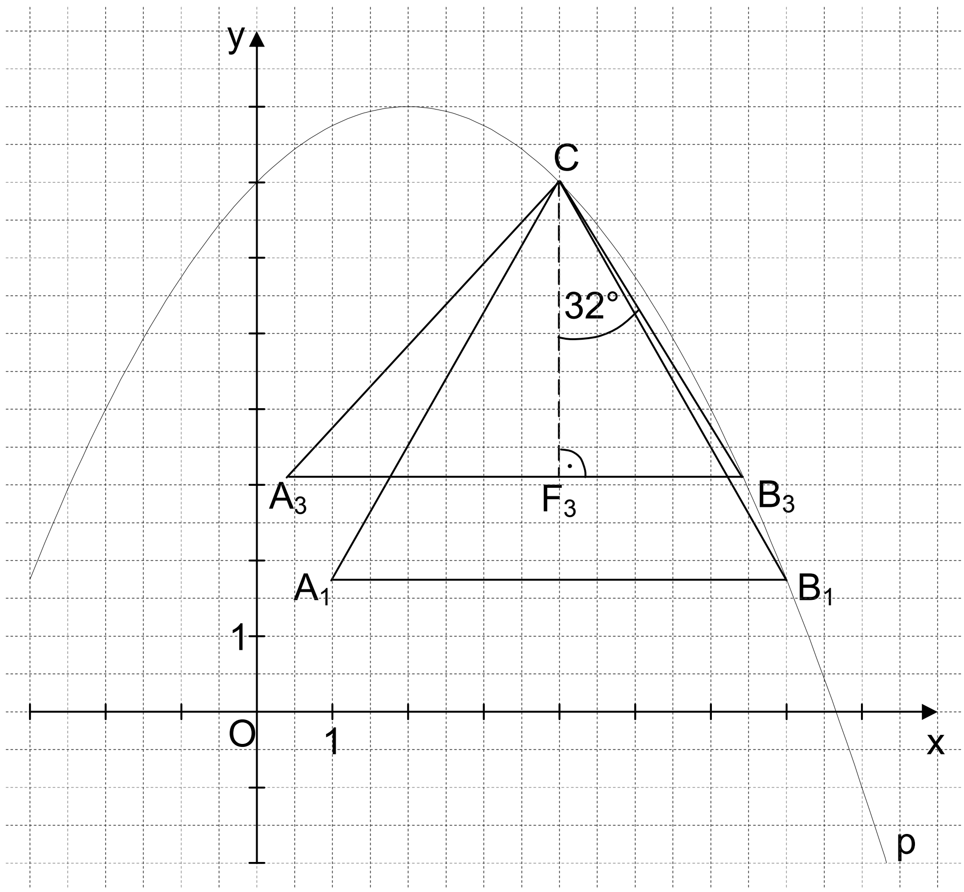
$\Leftrightarrow \quad a = -0{,}25$ $\quad \mathbb{L} = \{-0{,}25\}$

p: $y = -0{,}25 \cdot (x-2)^2 + 8$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$y = -0{,}25 \cdot (x^2 - 4x + 4) + 8$

$y = -0{,}25x^2 + x + 7$

L4 K4



4

B 1.2 Einzeichnen des Dreiecks A_1B_1C L3 K4

Wenn das Dreieck A_1B_1C gleichseitig wäre, dann wäre die Länge der Höhe $h_{c_1} = 3\sqrt{3}$ LE (da $\overline{A_1B_1} = 6$ LE). L3 K1 K5

Im Dreieck A_1B_1C gilt jedoch:

$B_1(7 | -0{,}25 \cdot 7^2 + 7 + 7)$ $\quad B_1(7 | 1{,}75)$

$\Rightarrow \quad h_{c_1} = 5{,}25$ LE

Das Dreieck A_1B_1C ist somit nicht gleichseitig.

4

B 1.3 $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nB_n} \cdot \left[(y_C - y_{B_n})\ \text{LE}\right]$ $A(x) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \left[7 - (-0{,}25x^2 + x + 7)\right]\ \text{FE}$ $\qquad x > 4;\ x \in \mathbb{R}$ $A(x) = (0{,}75x^2 - 3x)\ \text{FE}$	2	L4 K2 K5
B 1.4 $0{,}75x^2 - 3x = 12$ $\qquad x > 4;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ (x = -2{,}47 \quad \vee) \quad x = 6{,}47$ $\qquad \mathbb{L} = \{6{,}47\}$ $B_2(6{,}47 \mid 3{,}00)$	3	L4 K5
B 1.5 Einzeichnen des Dreiecks A_3B_3C $m_{CB_3} = \tan(180° - (90° - 32°))$ $\qquad m_{CB_3} = -1{,}60$ CB_3: $y = -1{,}60 \cdot (x - 4) + 7$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ CB_3: $y = -1{,}6x + 13{,}4$ $-0{,}25x^2 + x + 7 = -1{,}6x + 13{,}4$ $\qquad x > 4;\ x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow\ (x = 4 \quad \vee) \quad x = 6{,}4$ $\qquad \mathbb{L} = \{6{,}4\}$	4	L3 K4 L4 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

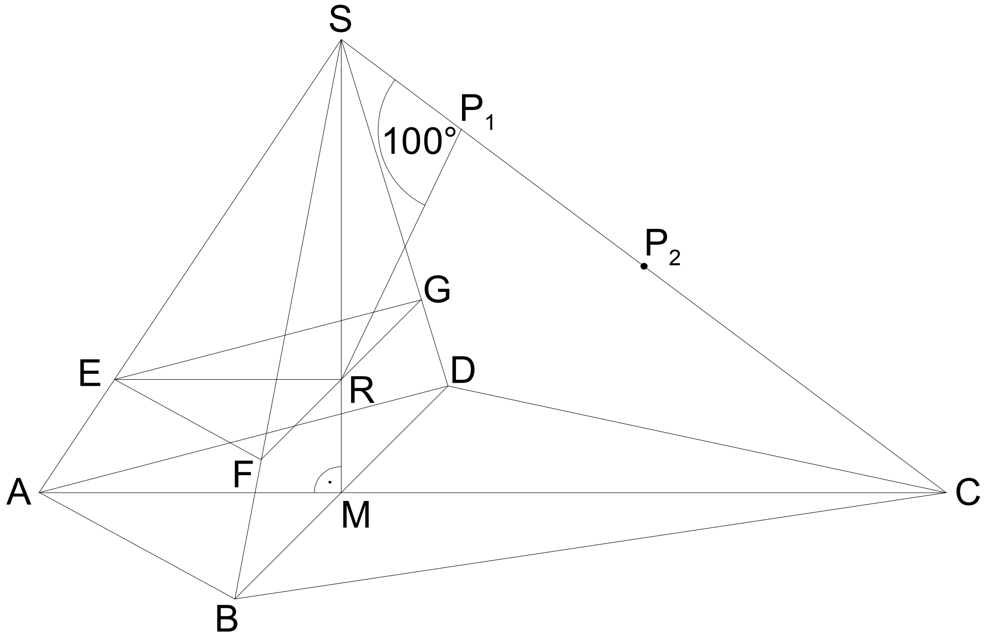
Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

RAUMGEOMETRIE

L3 K4

B 2.1



L2 K2 K5

$\overline{MS} = \sqrt{10^2 - (12-4)^2}\ \text{cm}$ $\qquad\overline{MS} = 6\ \text{cm}$

$\tan \sphericalangle SCM = \dfrac{6\ \text{cm}}{8\ \text{cm}}$ $\qquad\sphericalangle SCM = 36{,}87°$ $\qquad\sphericalangle SCM \in]0°;90°[$

4

B 2.2 Einzeichnen der Strecke [FG]

L3 K4

L2 K2 K5

$\overline{SR} = 6\ \text{cm} - 1{,}5\ \text{cm}$ $\qquad\overline{SR} = 4{,}5\ \text{cm}$

$\dfrac{\overline{FG}}{8\ \text{cm}} = \dfrac{4{,}5\ \text{cm}}{6\ \text{cm}}$ $\qquad\overline{FG} = 6\ \text{cm}$

2

B 2.3 Einzeichnen des Dreiecks EFG

L3 K4

L2 K2 K5

$\dfrac{\overline{ER}}{4\ \text{cm}} = \dfrac{4{,}5\ \text{cm}}{6\ \text{cm}}$ $\qquad\overline{ER} = 3\ \text{cm}$

$V_{\text{Pyramide ABDS}} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 8\cdot 4\cdot 6\ \text{cm}^3$ $\qquad V_{\text{Pyramide ABDS}} = 32\ \text{cm}^3$

$V_{\text{Pyramide EFGS}} = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot 6\cdot 3\cdot 4{,}5\ \text{cm}^3$ $\qquad V_{\text{Pyramide EFGS}} = 13{,}5\ \text{cm}^3$

$\frac{13{,}5\ \text{cm}^3}{32\ \text{cm}^3} = 0{,}42$ Der Anteil beträgt 42%.	4	
B 2.4 Einzeichnen des Dreiecks P_1SR $\frac{\overline{RP_1}}{\sin(180° - (90° + 36{,}87°))} = \frac{4{,}5\ \text{cm}}{\sin 100°}$ $\quad\overline{RP_1} = 3{,}66\ \text{cm}$ $A_{\Delta P_1SR} = \frac{1}{2} \cdot \overline{RP_1} \cdot \overline{SR} \cdot \sin \sphericalangle P_1RS$ $\sphericalangle P_1RS = 180° - (100° + 53{,}13°)$ $\quad\sphericalangle P_1RS = 26{,}87°$ $A_{\Delta P_1SR} = \frac{1}{2} \cdot 3{,}66 \cdot 4{,}5 \cdot \sin 26{,}87°\ \text{cm}^2$ $\quad A_{\Delta P_1SR} = 3{,}72\ \text{cm}^2$	3	L3 K4 L2 K2 K5
B 2.5 Einzeichnen des Punktes P_2 $\sin 36{,}87° = \frac{3\ \text{cm}}{\overline{CP_2}}$ $\quad\overline{CP_2} = 5{,}00\ \text{cm}$ $\overline{RP_2} = \sqrt{4{,}5^2 + (10 - 5{,}00)^2 - 2 \cdot 4{,}5 \cdot (10 - 5{,}00) \cdot \cos 53{,}13°}\ \text{cm}$ $\overline{RP_2} = 4{,}27\ \text{cm}$ $\frac{\sin\varphi}{4{,}5\ \text{cm}} = \frac{\sin 53{,}13°}{4{,}27\ \text{cm}}$ $\quad\varphi \in]26{,}25°; 100°[$ $\varphi = 57{,}47°$	4	L3 K4 L2 K2 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

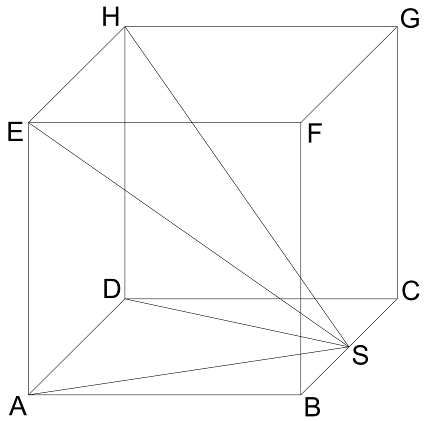
Mathematik II

Name: ______________________________ Vorname: ______________________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ________________ Punkte: ________________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des Würfels ABCDEFGH, dem eine Pyramide ADHES einbeschrieben ist. Die Spitze S der Pyramide ADHES liegt auf der Kante [BC] des Würfels ABCDEFGH.
Es gilt: $\overline{AB} = 6\text{ cm}$; $\overline{BS} = 3\text{ cm}$.

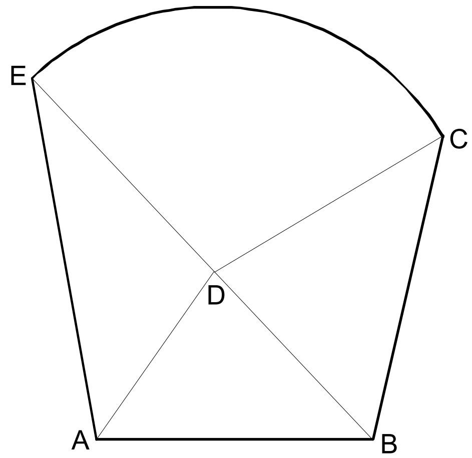


A 1.1 Berechnen Sie das Maß α des Winkels HSE. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

A 1.2 Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent das Volumen des Würfels ABCDEFGH größer ist als das Volumen der einbeschriebenen Pyramide ADHES. 1 P

☐ $33,\overline{3}\%$ ☐ $66,\overline{6}\%$ ☐ $133,\overline{3}\%$ ☐ $166,\overline{6}\%$ ☐ 200% ☐ 300%

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss einer Bühne, welcher durch die Strecken [EA], [AB] und [BC] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CE}$ begrenzt wird.
Der Punkt D liegt auf der Strecke [BE] und ist der Mittelpunkt des Kreises mit dem Radius $r = \overline{DE} = \overline{DC}$.
Gegeben sind folgende Maße:
$\overline{EA} = 8{,}00\ \text{m}$; $\overline{AB} = 6{,}00\ \text{m}$;
$\overline{BE} = 10{,}80\ \text{m}$; $\sphericalangle DAE = 45°$;
$\sphericalangle CBE = 56°$.



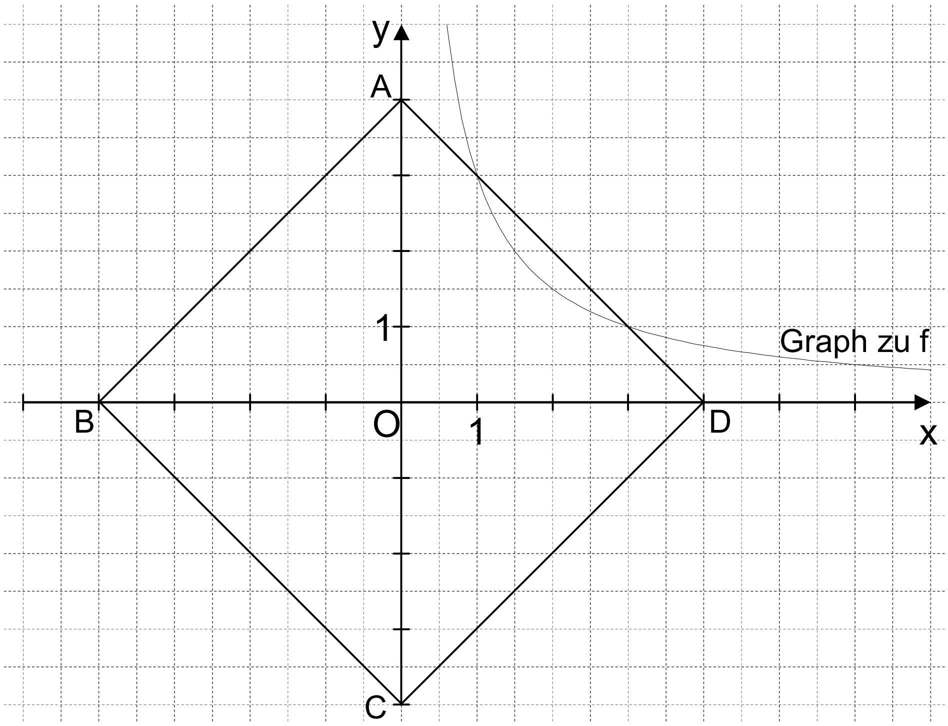
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie den Grundriss der Bühne im Maßstab $1:100$. 2 P

A 2.2 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecke [DE] gilt:
$\overline{DE} = 5,78$ m .
[Teilergebnis: $\sphericalangle AEB = 33,17°$] 3 P

A 2.3 Der Kreissektor, der durch die Strecken [ED] und [DC] sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{CE}$ begrenzt wird, dient als Hebebühne für Showeffekte.
Berechnen Sie den Flächeninhalt A dieses Kreissektors.
[Teilergebnis: $\sphericalangle DCB = 46,06°$] 4 P

A 3.0 Gegeben sind die Funktion f mit der Gleichung $y = \frac{3}{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ und das Quadrat ABCD mit den Eckpunkten $A(0|4)$, $B(-4|0)$, $C(0|-4)$ und $D(4|0)$.



A 3.1 Der Graph zu f schneidet die Gerade AD in den Punkten S_1 und S_2.
Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Koordinaten der Punkte S_1 und S_2 gilt:
$S_1(3|1)$; $S_2(1|3)$. 2 P

A 3.2 Die Punkte S_1 und S_2 sind zusammen mit den Punkten S_3 und S_4 die Eckpunkte des Rechtecks $S_1S_2S_3S_4$, wobei die Punkte S_3 und S_4 auf der Geraden BC liegen.
Zeichnen Sie das Rechteck $S_1S_2S_3S_4$ in das Koordinatensystem zu 3.0 ein und berechnen Sie sodann den Flächeninhalt A des Rechtecks $S_1S_2S_3S_4$. 3 P

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p hat eine Gleichung der Form $y = 0,25x^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $b, c \in \mathbb{R}$. Die x-Koordinaten der Schnittpunkte der Parabel p mit der x-Achse sind 2 und 6. Die Gerade g hat die Gleichung $y = 0,25x - 4$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y = 0,25x^2 - 2x + 3$ hat.
Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-2; 10]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 11$; $-5 \leqq y \leqq 9$. 5 P

B 1.2 Punkte $B_n(x \,|\, 0,25x^2 - 2x + 3)$ auf der Parabel p und Punkte $C_n(x \,|\, 0,25x - 4)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten A_n und D_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Die x-Koordinate der Punkte D_n, die ebenfalls auf der Geraden g liegen, ist um 3 größer als die Abszisse x der Punkte C_n.
Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ hat das Parallelogramm $A_0B_0C_0D_0$ den minimalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms $A_0B_0C_0D_0$.
[Teilergebnis: $\overline{B_nC_n}(x) = (0,25x^2 - 2,25x + 7)$ LE] 4 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Winkel $D_nC_nB_n$ stets das Maß 75,96° besitzen. 2 P

B 1.5 Punkte E_n, die wie die Punkte D_n auf der Geraden g liegen, sind zusammen mit den Punkten A_n und D_n die Eckpunkte von rechtwinkligen Dreiecken $A_nD_nE_n$ mit den Hypotenusen $[A_nD_n]$.
Zeichnen Sie das Dreieck $A_1D_1E_1$ für $x = -1$ und das Dreieck $A_2D_2E_2$ für $x = 6$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 1 P

B 1.6 Für die Dreiecke $A_3D_3E_3$ und $A_4D_4E_4$ gilt: $\overline{D_3E_3} = \overline{D_4E_4} = 1,00$ LE.
Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x. 3 P

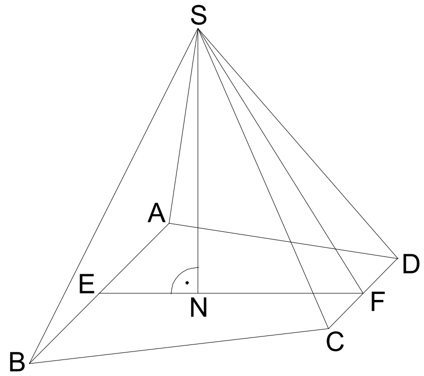
Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das gleichschenklige Trapez ABCD mit $AB \parallel CD$ ist.
Der Punkt E ist der Mittelpunkt der Strecke [AB], der Punkt F ist der Mittelpunkt der Strecke [CD].
Der Punkt N liegt auf der Strecke [EF].
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt N.
Es gilt: $\overline{AB} = 12\text{ cm}$; $\overline{CD} = 6\text{ cm}$; $\overline{EF} = 8\text{ cm}$;
$\overline{EN} = 3\text{ cm}$; $\overline{SN} = 8\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [EF] auf der Schrägbildachse und der Punkt E links vom Punkt F liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels SFN und die Länge der Strecke [SF].
[Ergebnisse: $\sphericalangle SFN = 57{,}99°$; $\overline{SF} = 9{,}43\text{ cm}$] 4 P

B 2.2 Eine Parallele zur Geraden AB durch den Punkt N schneidet die Strecke [AD] im Punkt G und die Strecke [BC] im Punkt H.
Zeichnen Sie die Strecke [GH] in das Schrägbild zu 2.1 ein und zeigen Sie sodann durch Rechnung, dass für die Länge der Strecke [GH] gilt:
$\overline{GH} = 9{,}75\text{ cm}$. 3 P

B 2.3 Das Dreieck GHF ist die Grundfläche von Pyramiden $GHFP_n$, deren Spitzen P_n auf der Strecke [SF] liegen.
Für die Pyramide $GHFP_1$ gilt: $\overline{FP_1} = 7{,}5\text{ cm}$.
Zeichnen Sie die Pyramide $GHFP_1$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[NP_1]$ und das Maß des Winkels FNP_1.
[Ergebnis: $\overline{NP_1} = 6{,}44\text{ cm}$] 3 P

B 2.4 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $GHFP_1$.
Bestimmen Sie sodann durch Rechnung den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $GHFP_1$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 4 P

B 2.5 Für die Länge der Strecken $[NP_n]$ gilt: $\overline{NP_n} = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R}^+)$.
Für $x = 4{,}5$ erhält man die Pyramide $GHFP_2$ und die Pyramide $GHFP_3$.
Zeichnen Sie die Strecken $[NP_2]$ und $[NP_3]$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.
Für $x \in \,]4{,}24; 5[$ erhält man jeweils zwei Pyramiden.
Begründen Sie, warum es für $x = 4{,}24$ und für $x = 5$ jeweils nur eine Pyramide gibt. 3 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2010

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgaben A 1 - 3 **Nachtermin**

RAUMGEOMETRIE

A 1.1 $\overline{EB} = \overline{AB} \cdot \sqrt{2}$ $\qquad \overline{EB} = 8{,}49 \text{ cm}$

$\overline{ES}^2 = \overline{EB}^2 + \overline{BS}^2$ $\qquad \overline{ES} = 9{,}00 \text{ cm}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{3 \text{ cm}}{9{,}00 \text{ cm}}$ $\qquad \alpha = 38{,}94°$ $\qquad \alpha \in \left]0°;180°\right[$

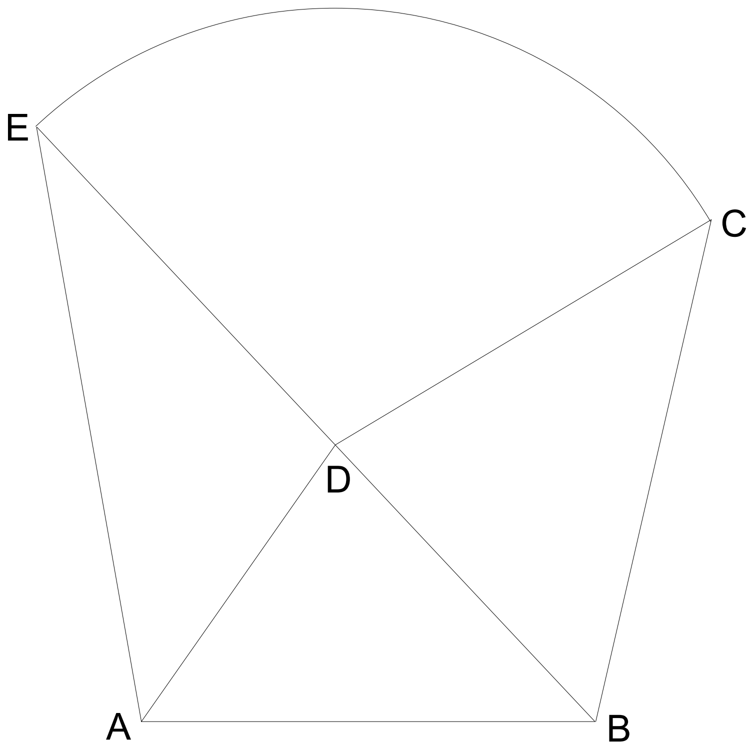
4 — L2 K2 K5

A 1.2 200%

1 — L1 K2 K6

EBENE GEOMETRIE

A 2.1



2 — L3 K4

A 2.2 $\frac{\overline{DE}}{\sin\sphericalangle DAE} = \frac{\overline{EA}}{\sin\sphericalangle EDA}$

$\sphericalangle EDA = 180° - \sphericalangle DAE - \sphericalangle AED$

$\overline{AB}^2 = \overline{EA}^2 + \overline{BE}^2 - 2 \cdot \overline{EA} \cdot \overline{BE} \cdot \cos\sphericalangle AEB$

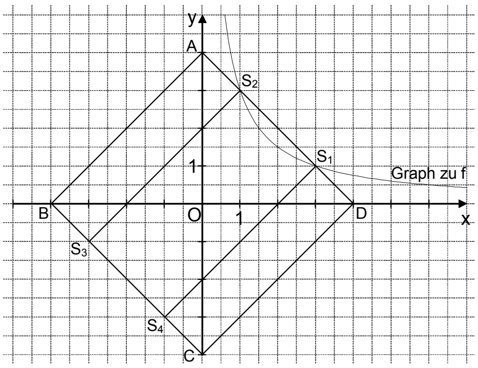
$\cos\sphericalangle AEB = \frac{8{,}00^2 + 10{,}80^2 - 6{,}00^2}{2 \cdot 8{,}00 \cdot 10{,}80}$ $\qquad \sphericalangle AEB \in \left]0°;180°\right[$

$\sphericalangle AEB = 33{,}17°$

$\sphericalangle EDA = 180° - 45° - 33{,}17°$ $\qquad \sphericalangle EDA = 101{,}83°$

$\overline{DE} = \frac{8{,}00 \cdot \sin 45°}{\sin 101{,}83°} \text{ m}$ $\qquad \overline{DE} = 5{,}78 \text{ m}$

3 — L2 K2 K5

A 2.3 $A = \overline{DE}^2 \cdot \pi \cdot \frac{\sphericalangle CDE}{360°}$ $\sphericalangle CDE = 180° - \sphericalangle BDC$ $\sphericalangle BDC = 180° - \sphericalangle CBD - \sphericalangle DCB$ $\frac{\sin \sphericalangle DCB}{\overline{BE} - \overline{DE}} = \frac{\sin \sphericalangle CBD}{\overline{DC}}$ $\qquad \overline{DC} = \overline{DE}$ $\sin \sphericalangle DCB = \frac{5{,}02 \cdot \sin 56°}{5{,}78}$ $\qquad \sphericalangle DCB \in]0°;124°[$ $\sphericalangle DCB = 46{,}06°$ $\sphericalangle BDC = 180° - 56° - 46{,}06°$ $\qquad \sphericalangle BDC = 77{,}94°$ $\sphericalangle CDE = 180° - 77{,}94°$ $\qquad \sphericalangle CDE = 102{,}06°$ $A = 5{,}78^2 \cdot \pi \cdot \frac{102{,}06°}{360°}\ m^2$ $\qquad A = 29{,}75\ m^2$	4	L2 K2 K5
FUNKTIONEN		
A 3.1 AD: $y = -x + 4$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $\frac{3}{x} = -x + 4$ $\qquad x \in \mathbb{R}^+$ … $\Leftrightarrow \quad x = 1 \quad \vee \quad x = 3$ $\qquad \mathbb{L} = \{1; 3\}$ $S_1(3 \mid 1)$; $S_2(1 \mid 3)$	2	L4 K5
A 3.2 Zeichnung im Maßstab $1:2$  $A = \overline{S_1S_2} \cdot \overline{S_2S_3}$ $\qquad \overline{S_2S_3} = \overline{AB}$ $A = \sqrt{(1-3)^2 + (3-1)^2} \cdot \sqrt{(-4-0)^2 + (0-4)^2}\ FE$ $\qquad A = 16\ FE$	3	L3 K4 L2 K2 K5
	19	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2010
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

FUNKTIONEN

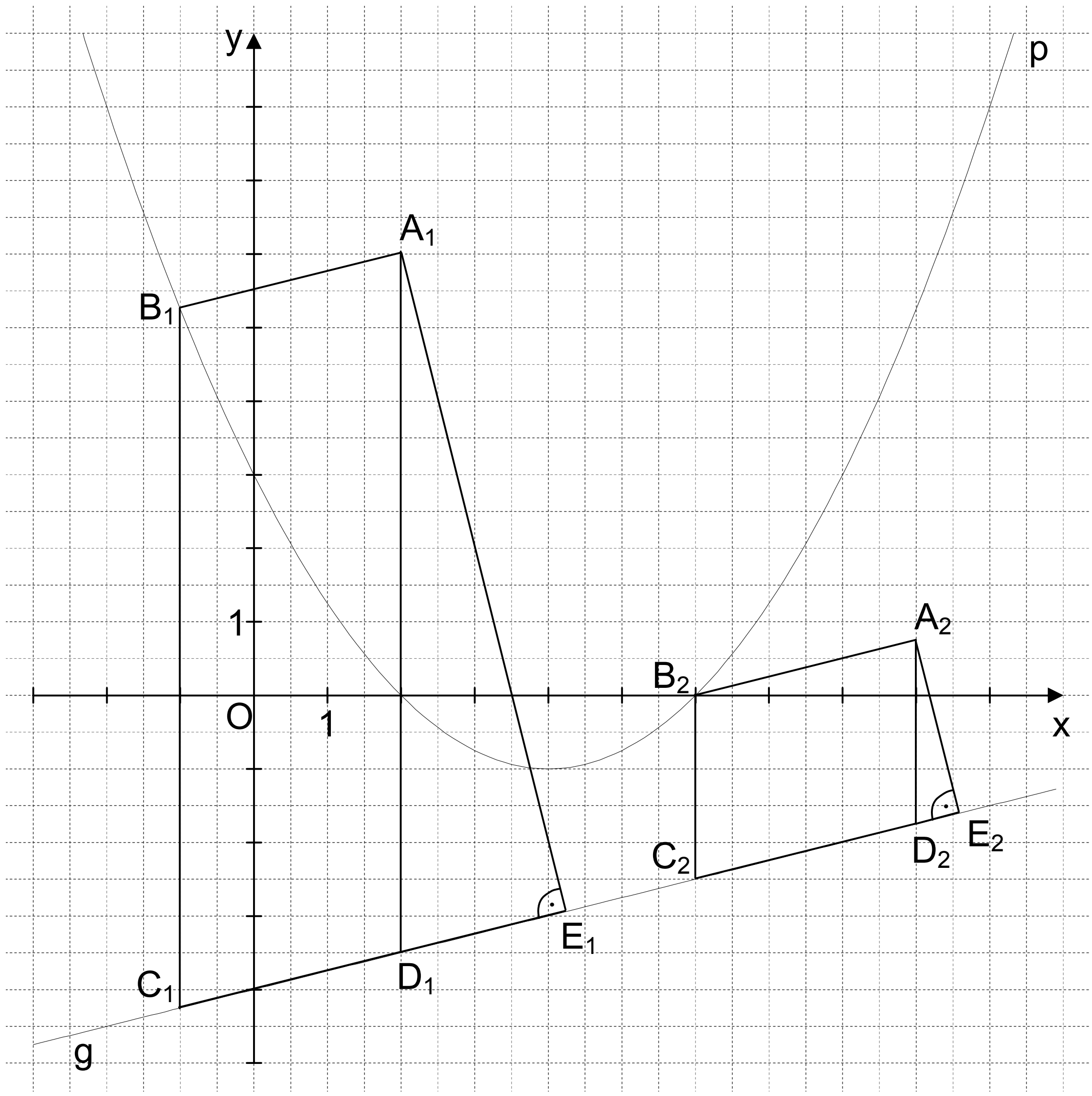
B 1.1 Die beiden Schnittpunkte der Parabel p mit der x-Achse haben die y-Koordinate 0: L4 K5

$$\begin{array}{|l} 0 = 0,25 \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \\ \wedge \quad 0 = 0,25 \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c \end{array} \qquad b, c \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{|l} b = -2 \\ \wedge \quad c = 3 \end{array} \qquad \mathbb{L}(b \mid c) = \{(-2 \mid 3)\}$$

p: $y = 0,25x^2 - 2x + 3$ $\qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

L4 K4



5

B 1.2 Einzeichnen der Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ 2 L3 K4

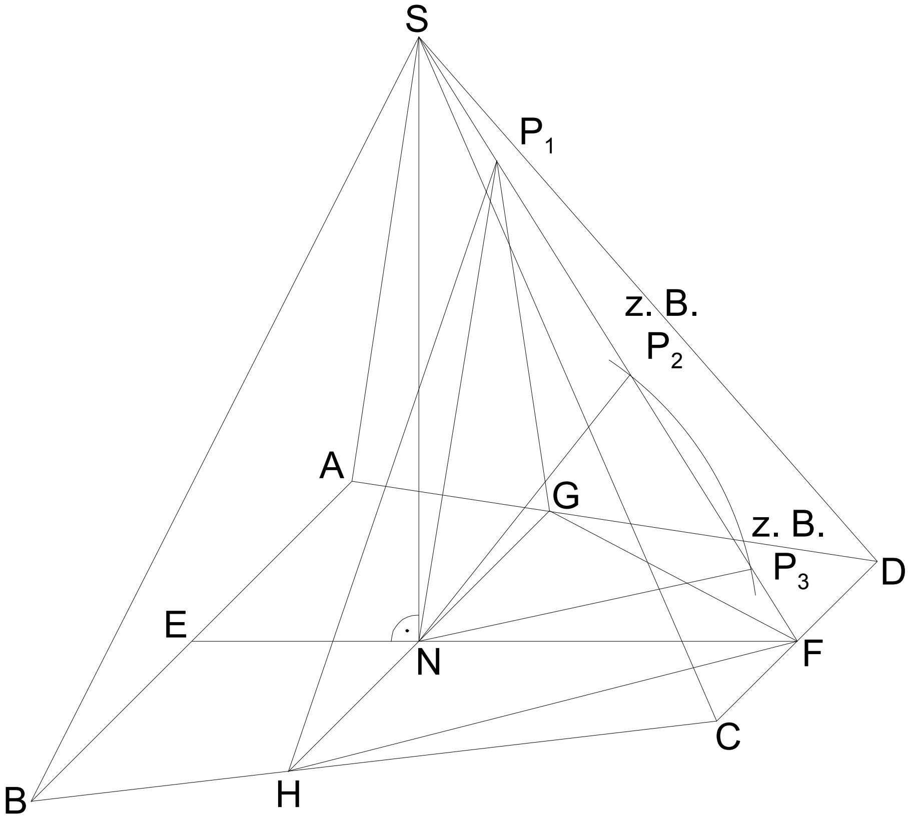
B 1.3	$\overline{B_nC_n}(x) = [0{,}25x^2 - 2x + 3 - (0{,}25x - 4)]$ LE $x \in \mathbb{R}$ $\overline{B_nC_n}(x) = (0{,}25x^2 - 2{,}25x + 7)$ LE $A_{\text{Parallelogramme } A_nB_nC_nD_n} = \overline{B_nC_n} \cdot (3 \text{ LE})$ $A_{\text{Parallelogramme } A_nB_nC_nD_n}(x) = (0{,}25x^2 - 2{,}25x + 7) \cdot 3$ FE $x \in \mathbb{R}$ $A_{\text{Parallelogramme } A_nB_nC_nD_n}(x) = (0{,}75x^2 - 6{,}75x + 21)$ FE … Der minimale Flächeninhalt beträgt 5,81 FE (für $x = 4{,}5$). $A_{\text{Parallelogramm } A_0B_0C_0D_0} = 5{,}81$ FE	4	L4 K2 K5
B 1.4	$\tan\varphi = m_g$ $\varphi \in [0°; 180°[\setminus \{90°\}$ $\tan\varphi = 0{,}25$ $\varphi = 14{,}04°$ $\sphericalangle D_nC_nB_n = 90° - 14{,}04°$ $\sphericalangle D_nC_nB_n = 75{,}96°$	2	L2 K2 K5
B 1.5	Einzeichnen der Dreiecke $A_1D_1E_1$ und $A_2D_2E_2$	1	L3 K4
B 1.6	$\cos\sphericalangle E_nD_nA_n = \dfrac{\overline{D_nE_n}}{\overline{A_nD_n}} \Leftrightarrow \overline{A_nD_n} = \dfrac{\overline{D_nE_n}}{\cos\sphericalangle E_nD_nA_n}$ $\sphericalangle E_nD_nA_n = \sphericalangle D_nC_nB_n$ $\overline{A_nD_n} = \overline{B_nC_n}$ $0{,}25x^2 - 2{,}25x + 7 = \dfrac{1{,}00}{\cos 75{,}96°}$ $x \in \mathbb{R}$ … $\Leftrightarrow \quad x = 1{,}54 \quad \vee \quad x = 7{,}46$ $\mathbb{L} = \{1{,}54; 7{,}46\}$	3	L4 K2 K5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

RAUMGEOMETRIE

L3 K4

B 2.1



L2 K5

$\tan \sphericalangle SFN = \dfrac{8\text{ cm}}{(8-3)\text{ cm}}$ $\sphericalangle SFN = 57{,}99°$ $\sphericalangle SFN \in]0°; 90°[$

$\overline{SF} = \sqrt{8^2 + (8-3)^2}\text{ cm}$ $\overline{SF} = 9{,}43\text{ cm}$

4

L3 K4

B 2.2 Einzeichnen der Strecke [GH]

L2 K2 K5

Es sei der Punkt K der Fußpunkt des Lotes vom Punkt C auf die Gerade AB; der Punkt L sei der Fußpunkt des Lotes vom Punkt H auf die Gerade AB.

$\overline{GH} = 12\text{ cm} - 2 \cdot \dfrac{3\text{ cm}}{\tan \sphericalangle HBL}$ $\sphericalangle HBL \in]0°; 90°[$

$\tan \sphericalangle CBK = \dfrac{8\text{ cm}}{0{,}5 \cdot (12-6)\text{ cm}}$ $\sphericalangle CBK \in]0°; 90°[$

$\sphericalangle CBK = 69{,}44°$

$\overline{GH} = 12\text{ cm} - 2 \cdot \dfrac{3\text{ cm}}{\tan 69{,}44°}$ $\overline{GH} = 9{,}75\text{ cm}$

3

B 2.3 Einzeichnen der Pyramide $GHFP_1$ $\overline{NP_1}^2 = \overline{FP_1}^2 + \overline{NF}^2 - 2 \cdot \overline{FP_1} \cdot \overline{NF} \cdot \cos\sphericalangle P_1FN$ $\overline{NP_1} = \sqrt{7{,}5^2 + (8-3)^2 - 2 \cdot 7{,}5 \cdot (8-3) \cdot \cos 57{,}99°}$ cm $\overline{NP_1} = 6{,}44$ cm $\frac{\sin\sphericalangle FNP_1}{\overline{FP_1}} = \frac{\sin\sphericalangle P_1FN}{\overline{NP_1}}$ $\sphericalangle FNP_1 \in]0°; 90°]$ $\sphericalangle FNP_1 = 80{,}94°$	3	L3 K4 L2 K2 K5
B 2.4 $V_{\text{Pyramide } GHFP_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{GH} \cdot \overline{NF} \cdot d(P_1; NF)$ $\sin 57{,}99° = \frac{d(P_1; NF)}{7{,}5 \text{ cm}}$ $d(P_1; NF) = 6{,}36$ cm $V_{\text{Pyramide } GHFP_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 9{,}75 \cdot (8-3) \cdot 6{,}36 \text{ cm}^3$ $V_{\text{Pyramide } GHFP_1} = 51{,}68 \text{ cm}^3$ $V_{\text{Pyramide } ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (12+6) \cdot 8 \cdot 8 \text{ cm}^3$ $V_{\text{Pyramide } ABCDS} = 192 \text{ cm}^3$ $\frac{51{,}68 \text{ cm}^3}{192 \text{ cm}^3} = 0{,}27$ Der Anteil beträgt 27%.	4	L2 K2 K5
B 2.5 Einzeichnen der Strecken $[NP_2]$ und $[NP_3]$ Die Punkte P_n sind die Schnittpunkte der Strecke [SF] mit einem Kreis k mit dem Mittelpunkt N und dem Radius $r = x$ cm $(x \in \mathbb{R}^+)$. Für $x = 4{,}24$ gilt: $r = d(N; SF)$. *Denn:* $\sin 57{,}99° = \frac{d(N; SF)}{5 \text{ cm}}$ $d(N; SF) = 4{,}24$ cm Somit ist die Gerade SF eine Tangente an den Kreis k. Es gibt nur einen Berührpunkt und folglich nur eine Pyramide. Für $x = 5$ gilt: $r = \overline{NF}$. Die Gerade SF ist zwar eine Sekante, jedoch ist einer der beiden Schnittpunkte mit dem Kreis k der Punkt F, sodass es nur eine Pyramide gibt.	3	L3 K4 L3 K1 K5
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.