1.5 函数的连续性和间断点

【内容分析】

函数的连续性和间断点是函数的主要性质，是微积分中重要的定理的先决条件，在后继学习中占据基础地位。

【教学内容】

1.函数的连续性定义、性质、定理

2.函数间断点的类型

【重难点】

1.重点是函数连续性的定义和条件；零点定理

2.难点是间断点类型的判断

【知识和能力目标】

1.熟练掌握函数在某一点连续的2个定义，1个充要条件，区间连续的概念

2.理解变量代换方法的本质并会运用

3.了解闭区间上连续函数的性质和定理，掌握零点定理并会应用

【能力目标】

1.能通过图像观察发现函数连续的性质；会运用连续性的运算法则求初等函数的极限

2.掌握并会应用零点定理证明方程根的存在性

3.会判断函数的间断点类型、求初等函数间断点等。

【过程和方法目标】

1.在复习函数的左右极限的基础上，通过典型案例，师生探究总结函数在某一点连续的几何意义和三个条件，并在几何意义基础上严格化连续性的定义

2.通过案例分析夯实重点，对于定义的反问题常常运用举反例的方法突破难点。

3.在连续性的在充要条件的基础上，用研究否问题的方法，结合思维导图，引出函数间断点的定义；并根据左右极限是否相等的主线，运用思维导图，结合间断点的条件划分间断点类型，突破难点。

4.在求连续区间、间断点的过程中，把握初等函数在其定义域的区间内连续的特征，类比和对比求函数的定义域的方法。

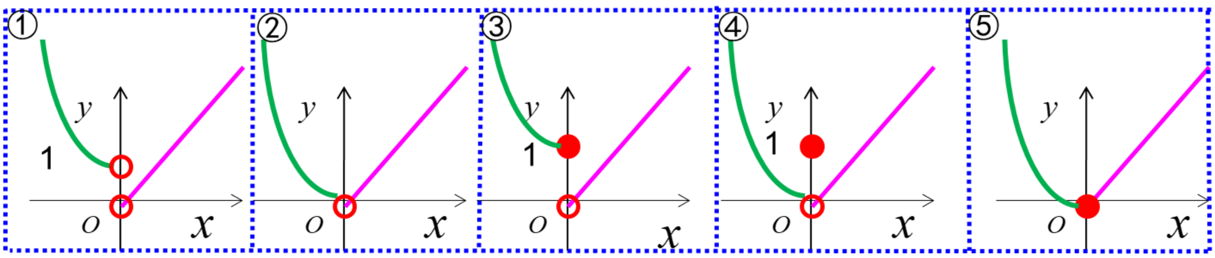
【情感态度和价值观目标】

1在数列极限的计算过程中,鼓励学生口答， 动手实践，反复练习，熟能生巧，培养劳动意识。

2. 进行 GGB 实验、演示分析，突破难点，培养数学建模和数学软件的应用能力。

3. 组织启发、 口答、 讨论、探究等课堂活动养成自主、探究、反思的学习习惯；培养学生交流沟通，团队合作、竞争自信的职业素质和诚实认真的道德品质。

【课前小练】讲一讲：下列函数1.在0处有无定义？2.极限是否存在？3.函数值和极限值的关系？



①总结一下极限存在的图像有什么特征？

②回顾函数在某点有定义的如何看图像？

③函数值和极限值相等的时候，图像有什么特征？

1.5.1 函数的连续性和间断点

一、函数连续性的定义

1.函数在某一点x=x0处的连续性的定义

几何意义：图像在点x_0处不间断.

定义1.
①函数在点x_0及其附近有定义(邻域);
② $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta y = 0$，（$\Delta x \to 0, \Delta y \to 0$）
重点说明：点x_0处及其附近有定义；本质是极限

设$x = x_0 + \Delta x$，则当则当$\Delta x \to 0$时，$x \to x_0$，

$\lim\limits_{x \to \Delta x} \Delta y = 0 \Leftrightarrow \lim\limits_{x \to \Delta x} f(x_0+\Delta x) - f(x_0) = 0$ ，$\Leftrightarrow \lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$.由此得，

定义2.
① 函数在点x_0及其附近有定义(邻域);
② $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

由此，我们可以总结，

2.函数y=f(x)在点 x_0处连续的充要条件

定理1.
函数在点x_0处连续$\Leftrightarrow$
①函数在点x_0及其附近有定义(邻域);
②函数在点x_0处的极限$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$存在；
③$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$
说明：以上三个条件缺一不可.

例1. 证明：*函数*$y = x^2$*在*x=1处连续

证明1：①函数在点x_0及其附近有定义(邻域);

②$\lim\limits_{x \to 1} f(x) = 1^2$=1

③ $f(1) = 1 = \lim\limits_{x \to 1} f(x)$

证明2：①函数在点x_0及其附近有定义(邻域);

$\Delta y = f(x_0+\Delta x) - f(x_0) = (1+\Delta x)^2 - (1)^2 = 2\Delta x + (\Delta x)^2$

② $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta y = \lim\limits_{\Delta x \to 0} [2\Delta x + (\Delta x)^2]$=0.

【思考】
1）基本初等函数在定义域内都是连续的吗？
2）反比例在x=0处连续吗？为什么？
而且，连续性也有和极限类似的左、右性质，

3.左连续、右连续的定义

函数在点x_0处左连续⇔
①函数在点x_0及其左侧附近有定义(左邻域);
②函数在点x_0处的极限$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$存在；
③$\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)$
函数在点x_0处右连续⇔
①函数在点x_0及其右侧附近有定义(右邻域);
②函数在点x_0处的极限$\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$存在；
③$\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$

定理2.
函数在点x_0处连续⇔ 在点x_0既左连续又右连续.
说明：以上三个条件缺一不可.

4.函数区间内连续
1) 函数在开区间(a,b)内连续定义：函数在(a,b)内每一点都连续；几何意义：图像在区间内连绵不断
2）函数在闭区间[a,b]内连续定义：

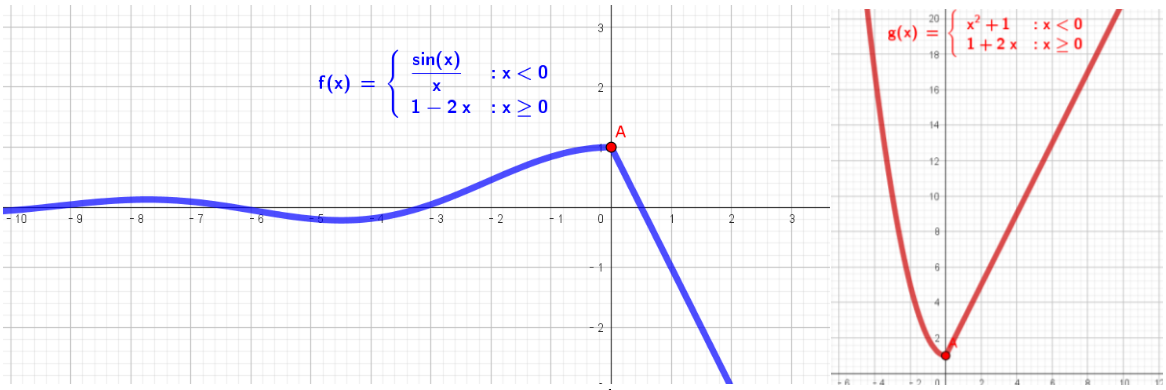
函数在闭区间[a,b]内连续
①开区间 (a, b) 内连续
②左端点a右连续
③右端点b左连续

例2. 证明函数$y = x^2$在定义域$(-\infty, +\infty)$内连续

证明：∀取$x_0 \in (-\infty, +\infty)$, $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = (x_0 + \Delta x)^2 - (x_0)^2 = 2\Delta x x_0 + (\Delta x)^2$
$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \Delta y = \lim\limits_{\Delta x \to 0} [2\Delta x x_0 + (\Delta x)^2] = 0$，所以，函数$y = x^2$在定义域$(-\infty, +\infty)$内连续.

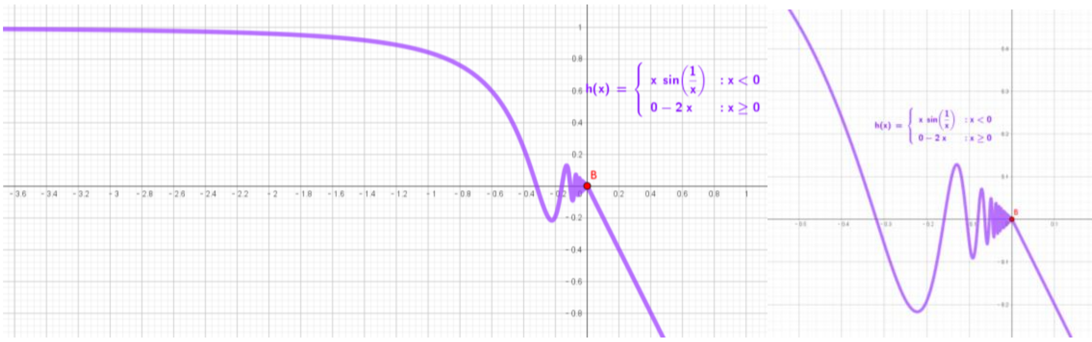
【课堂练习】

1.（2016经管类）设函数$f(x) = \begin{cases} \frac{sinx}{x}, x < 0 \\ a - 2x, x \geq 0 \end{cases}$在点$x = 0$处连续，则a=( ).
A.1　　B.0　　C. -1



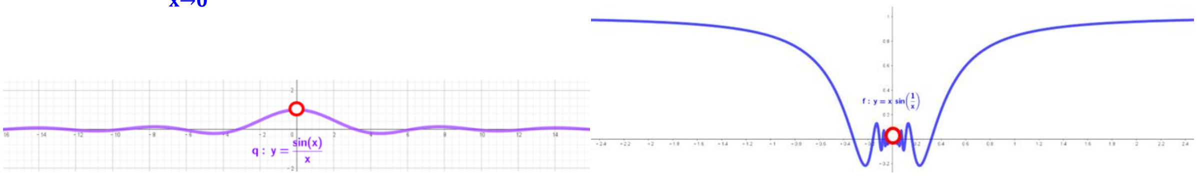
2.（2016计算机，2014机械，2012会计）设函数f(x)=$\begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ a + 2x, x \geq 0 \end{cases}$要使函数f(x)在$(-\infty, +\infty)$处连续，则a=( ).A. 0　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

3. 证明：$f(x) = \begin{cases} xsin\frac{1}{x}, x < 0 \\ a - 2x, x \geq 0 \end{cases}$在$x = 0$处连续.（图解法）
证明: ①f(x)在0处及其附近有定义
②$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = 0$(图解法)；$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = a = 0$
③$f(0) = 0 = \lim\limits_{x \to 0} f(x)$
所以，$f(x)$在$x = 0$处连续。



二、连续函数的运算及性质

在练习3）中，②$\lim\limits_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}=0$，如何用代数方法证明呢??

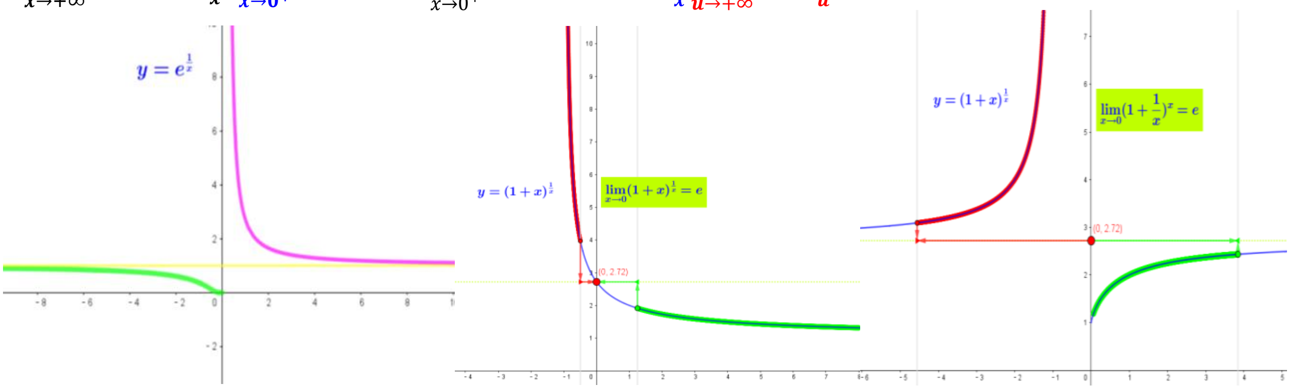


$$\lim_{x\to 0^-} x\sin\frac{1}{x} \overline{\overline{令u=\frac{1}{x}}} \lim_{u\to -\infty}\frac{1}{u}\sin u = 0;$$

$$\lim_{x\to 0^+} x\sin\frac{1}{x} \overline{\overline{令u=\frac{1}{x}}} \lim_{u\to +\infty}\frac{1}{u}\sin u = 0$$

变量代换 $u=\varphi(x)$ 求复合函数的极限,：$\lim\limits_{x\to x_0} f[\varphi(x)] \overline{\overline{令u=\varphi(x)}} \lim\limits_{u\to u_0} f(u)$

例 $\lim\limits_{x\to +\infty} e^{\frac{1}{x}} \overline{\overline{令u=\frac{1}{x}}} \lim\limits_{x\to 0^+} e^u=1$,同理: $\lim\limits_{x\to 0^+}(1+x)^{\frac{1}{x}} \overline{\overline{令u=\frac{1}{x}}} \lim\limits_{u\to +\infty}\left(1+\frac{1}{u}\right)^u = e$



下面是变量代换方法的理论依据

定理1.连续函数经过有限次四则运算仍连续.
定理2. 连续函数经过有限次复合运算仍连续.
定理3. 连续函数经过有限次反函数运算之后仍连续.
定理4.初等函数在其定义区间内是连续的.
结论：
(1) 求初等函数定义区间内一个点的极限时，只要计算它在该点的极限值即可,
$\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$
(2) 极限运算与函数运算可以交换次序.（变量代换的理论依据）
$\lim f[\varphi(x)] = f[\lim \varphi(x)]$

【拓展】

1. $\lim\limits_{x\to e^-} \arcsin(\ln x)$

解： 因为arcsin(lnx) 是初等函数，且x=e是它的定义区间$[\frac{1}{e},e]$ 的右端点，由定理，有:

$$\lim_{x\to e^-}\arcsin(\ln x)=\arcsin(\ln e)=\arcsin 1=\frac{\pi}{2}.$$

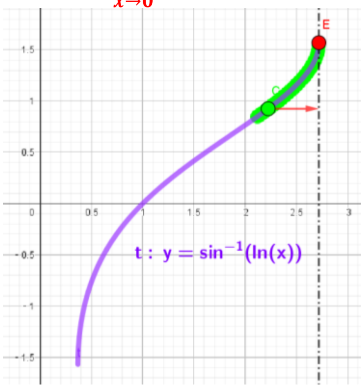
【强化练习】

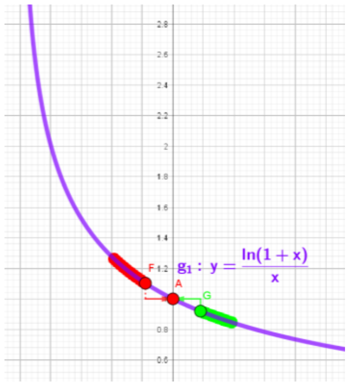
1. $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \ln(\sin x)$

解： 原式$=\ln\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\sin x=\ln 1=0$

2. $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}$

解： 原式$=\lim_{x\to 0}\ln(1+x)^{\frac{1}{x}}==\ln\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\ln e=1$





3. $\lim_{x\to 0}\frac{\log_a(1+x)}{x}(a>0,a\neq 1)$

解： 原式$=\lim_{x\to 0}\log_a(1+x)^{\frac{1}{x}}=\log_a\lim_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\log_a e=\frac{\ln e}{\ln a}=\frac{1}{\ln a}$

解析：换底公式

【拓展】

4. $\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}(a>0,a\neq 1)$

解： 设$a^x-1=u$, 则$x=\log_a(1+u),u\to 0$

$$原式=\lim_{u\to 0}\frac{u}{\log_a(1+u)}=\lim_{u\to 0}\frac{1}{\frac{\log_a(1+u)}{u}}=\frac{1}{\lim_{u\to 0}\frac{\log_a(1+u)}{u}}=\frac{1}{\lim_{u\to 0}\log_a(1+u)^{\frac{1}{u}}}=\frac{1}{\log_a\lim_{u\to 0}(1+u)^{\frac{1}{u}}}$$

$$=\frac{1}{\log_a e}=\ln a$$

5. $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^\alpha-1}{x}(\alpha\epsilon R)$

答案:$\frac{1}{\ln a},\ln a,\alpha$

三、闭区间上连续函数的性质

> 定理5（**最值存在定理**）函数在闭区间上连续，则函数在闭区间上一定能取得最大值和最小值.
> **推论：（有界性定理）函数在闭区间上连续，则它在该区间上有界.**
> **定理6（介值定理）函数在闭区间上连续，在他在闭区间内能取得介于其最大值和最小值之间的任何数.**
> **推论：（零点定理）函数在闭区间上连续，且端点的函数值异号，则至少在开区间内存在一点，使f(x)=0.**

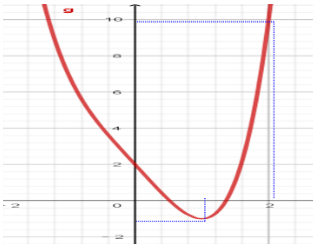
例3. 证明: *方程*$x^4-4x+2=0$在区间(1,2)内至少有一个**实根**.

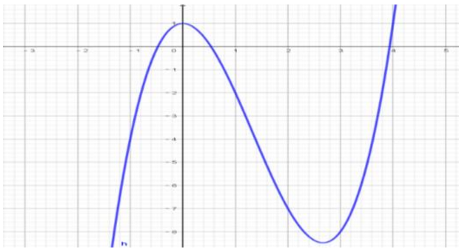
证明: *设函数*$f(x)=x^4-4x+2$

因为,函数$f(x)$在区间[1,2]上连续,

$f(1)=-1<0$; $f(2)=10>0$,

由**零点定理**知，在区间（1,2）内至少有一个ξ, **使$f(\xi)=0$,**
所以，方程$x^4-4x+2=0$在区间（1,2）内至少有一个实根。





【练习】1. 证明: 方程$x^3-4x^2+1=0$在区间(0,1)内至少有一个实根.
证明:
第一步、构造函数

$$f(x)=x^3-4x^2+1$$

第二步、利用零点定理证明根的存在性
∵①函数$f(x)=x^3-4x^2+1$在[0,1]上连续;
②$f(0)=1>0, f(1)=-2<0$
∴ 函数$f(x)=x^3-4x^2+1$在$(0,1)$内至少存在一点ξ, 使得$f(\xi)=0$.
第三步、回归方程
∴ 方程$x^3-4x^2+1=0$在区间(0,1)内至少有一个实根.
2. (2017 计算机)证明方程$x=a\sin x+b(a>0,b>0)$至少有一个不超过$a+b$的正根.
【思考】下列三个概念之间的关系？用推出符号表示，并用充分必要条件表述.

某一点有定义

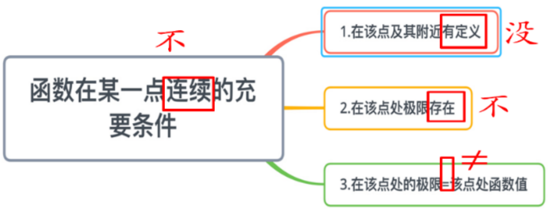
某一点有极限　　某一点连续

函数在这一点处连续是函数在这一点处极限存在的________条件;
函数在这一点处极限存在是函数在这一点处连续的________条件;
函数在这一点处有定义是函数在这一点处极限存在的________条件;
函数在这一点出处有定义是函数在这一点处连续的________条件。

【作业】

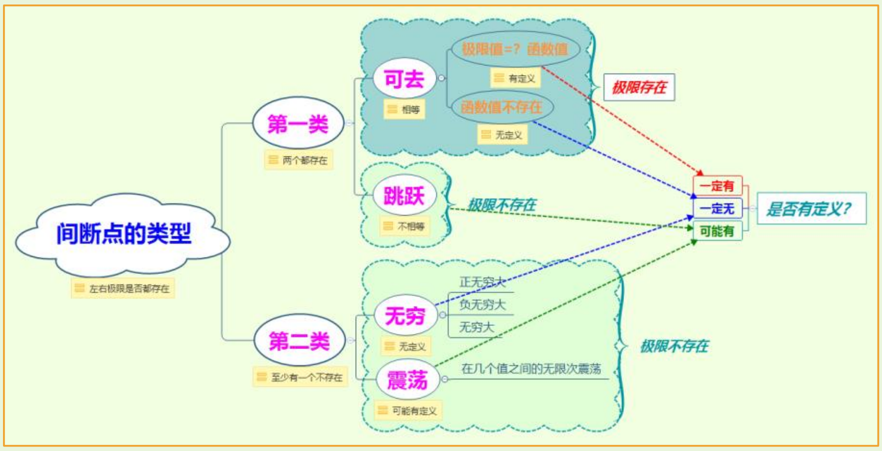
1. (2010国贸, 电商)设函数$y=f(x)$在点x_0处极限存在, 是$y=f(x)$在点x_0处的连续的(　).
A. 充分条件
B. 必要条件
C. 充要条件
D. 无关条件

2.试着总结一下求函数极限的方法。
3.函数不连续的可能情况有哪些情况？你能归纳一下吗？



1.5.2 函数的间断点

一、函数的间断点类型


间断点的类型
左右极限是否都存在
第一类
两个都存在
可去
相等
极限值=？函数值
有定义
函数值不存在
无定义
极限存在
跳跃
不相等
极限不存在
第二类
至少有一个不存在
无穷
无定义
正无穷大
负无穷大
无穷大
震荡
可能有定义
在几个值之间的无限次震荡
极限不存在
一定有
一定无
可能有
是否有定义?

间断点判断步骤

第一步、先求在x_0处的左、右极限,判断左右极限是否都存在,区分第一、二类间断点。

$$f(x_0^-)=\lim_{x\to x_0^-} f(x)\,;f(x_0^+)=\lim_{x\to x_0^+} f(x)$$

如果两个都存在就是第一类，否则第二类(至少一个不存在)。

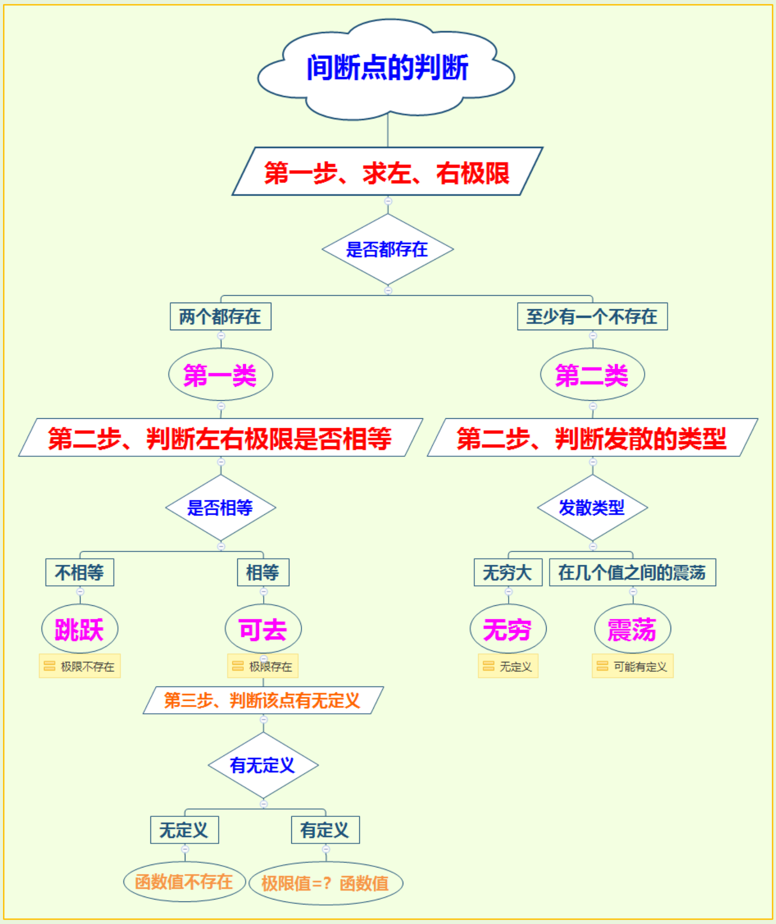
第二步、

1.对第一类:判断左、右极限是否相等,区分跳跃和可去。

$$f(x_0^-)=?\,f(x_0^+)$$

如果两个极限不相等$f(x_0^-)\neq f(x_0^+)$就是跳跃;否则$f(x_0^-)=f(x_0^+)=f(x_0)$就是可去。

2.对第二类:判断发散的类型是否为无穷大量、在几个值之间的震荡,区分无穷、震荡间断点。



注意:

1.第一类间断点

①可去和跳跃的左、右极限一定存在的。

②跳跃间断点处的左、右极限一定存在，左右极限一定不相等的，且在该点不一定有定义。

③可去间断点的极限一定存在的。在极限存在情况下，可去间断点根据有无定义又可划分成两种类型函数值不存在的情况和函数值存在但≠极限值的情况，此时，没有再继续定义间断点的类型，但要理解两种不同情况的区别是：该点有无定义。

2.第二类间断点

①左右极限至少一个不存在，根据发散类型是否为无穷大量、在几个值之间的震荡划分。

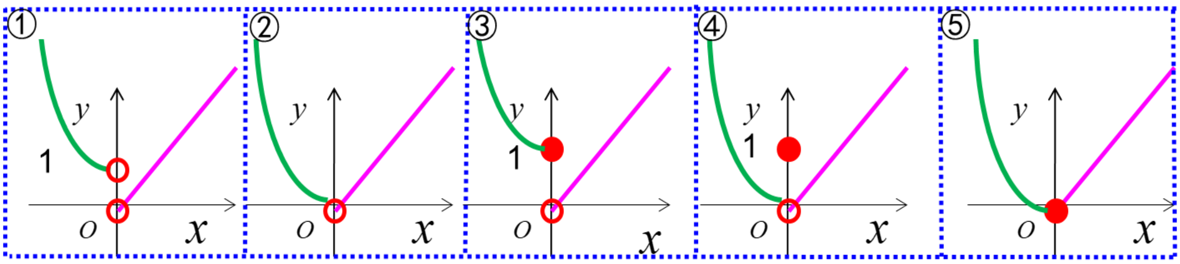
②无穷间断点一定是无定义的点，所对应铅直渐近线。

③震荡间断点处不一定有定义。

【探究与发现】

1.$x=0$分别是下列函数的第(　　)**类**间断点.

2.具体是**哪种**间断点?



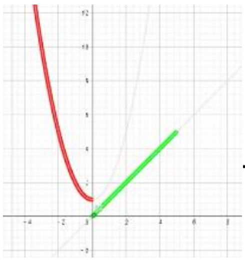
【思考】

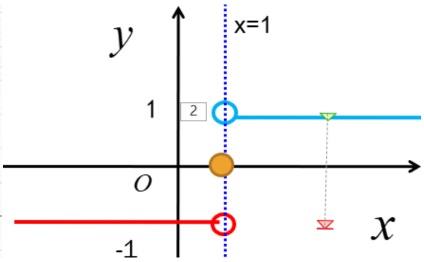
1.第一类间断点的**直观**的共同特性是?

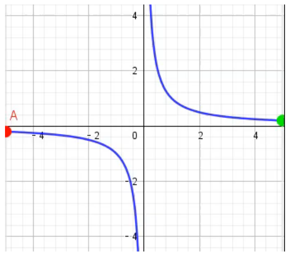
2.跳跃和可去的直观规律?

【课堂练习】

1. 判断$x=0$是下列函数的(　)间断点.







2. $x=1$是下列函数的(　　)间断点.

3. $x=0$*是函数* $y=\frac{1}{x}$*的(　　)间断点.*

解:

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}=-\infty,\ \lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}=+\infty$$

所以,$x=0$*是无穷间断点*

4. $x=0$*是函数*$y=\begin{cases}\frac{sinx}{x}(x\neq 0)\\ 0(x\neq 0)\end{cases}$*的(　　)间断点.*

解:

第一步、求在x_0处的左、右极限

$$\lim_{x\to 0^-}\frac{sinx}{x}=1,\ \lim_{x\to 0^+}\frac{sinx}{x}=1$$

$f(0^-)$、$f(0^+)$**都存在,所以**$x=0$**是第一类间断点**。

第二步、判断左右极限是否相等

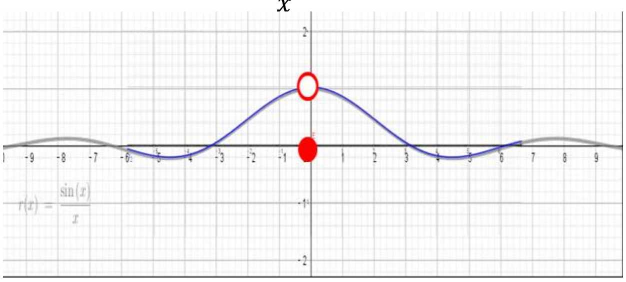
$$f(0^-)=f(0^+)=1=\lim_{x\to 0}f(x)$$

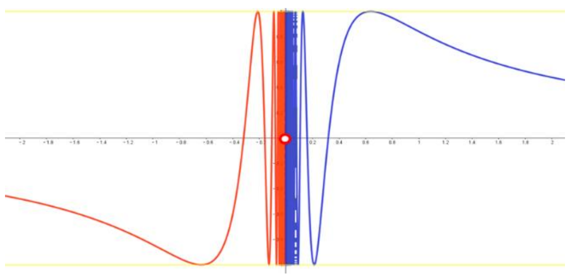
所以,$x=0$**是可去间断点。**

可以继续判断是可去的哪种情况?

$f(0)=0$,$f(0)\neq\lim_{x\to 0}f(x)$

5. $x=0$*是函数*$y=sin\frac{1}{x}$*的(　　)间断点.*





解:

$$\sin\frac{1}{x}\text{在}0-1\text{间无限次震荡}$$

$f(0^-)$、$f(0^+)$都不存在，所以，$x=0$是第二类间断点的震荡间断点

二、求初等函数的间断点

【深度思考】你能结合初等函数连续性的性质，思考一下如何求初等函数的间断点吗？

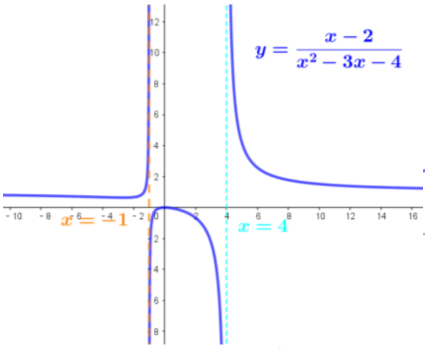
例4.1. 函数$f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-3x-4}$的间断点个数是(　).

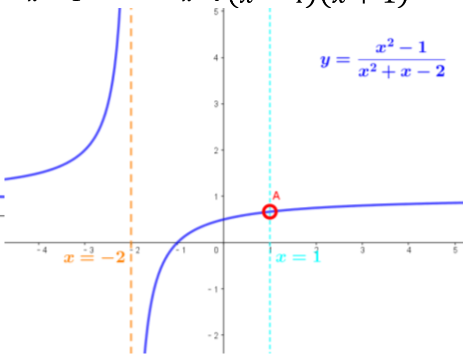
$A.0$;　　$B.1$;　　$C.2$;　$D.3$

解： 定义域$(-\infty,-1)\cup(-1,4)\cup(4,+\infty)$在定义的区间内连续

$f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-3x-4}$ *有间断点* $x=-1, x=4$

$$\lim_{x\to 4} f(x)=\lim_{x\to 4}\frac{x-2}{(x-4)(x+1)}=\infty;\ \lim_{x\to -1} f(x)=\lim_{x\to 4}\frac{x-2}{(x-4)(x+1)}=\infty$$





2. 谈论函数$f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2+x-2}$ *的连续性，若有间断点，判断其类型。*

解： 定义域$(-\infty,-2)\cup(-2,1)\cup(1,+\infty)$在定义的区间内连续

$f(x)=\dfrac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}$有间断点$x=1, x=-2$,

$$\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+2)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x+1)}{(x+2)}=\frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to -2} f(x)=\lim_{x\to -2}\frac{(x+1)}{(x+2)}=\infty$$

$x=1$为可去间断点，$x=-2$为无穷间断点。

方法：

①由"初等函数在其**定义区间内**连续"，只要找出 f(x) **没有定义的**点以及定义域内的孤立点.

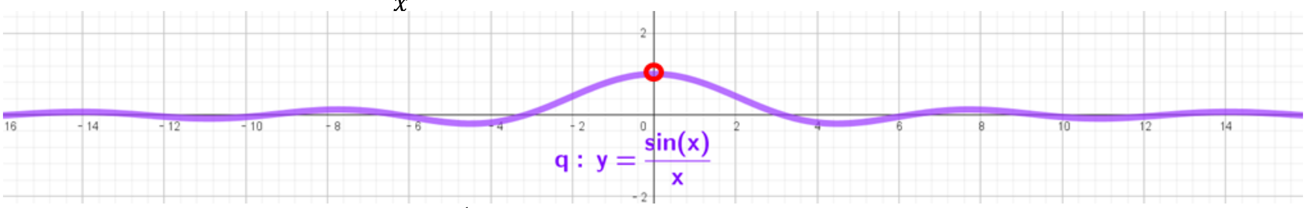
②类比函数定义域。**初等函数**的间断点**一般为分母为 0** 的点.

【作业】

1. (2014会计国贸电气电子电商,2012机械)设函数$f(x)=\begin{cases}-x+1, 0\le x<1\\ 1, x=1\\ -x+3, 1<x\le 2\end{cases}$ 则间断点是(　).

A.0　　B.1　　C.2　　D.3

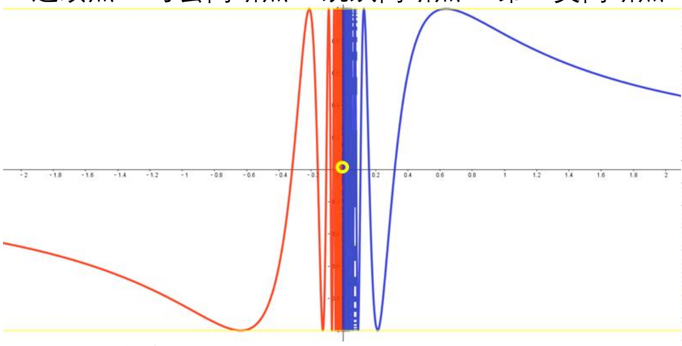
2. (2009机械)判断: $x=0$是$y=\dfrac{1}{x}\sin x$的第二类间断点(　). $A.a=\surd$ $B.\times$

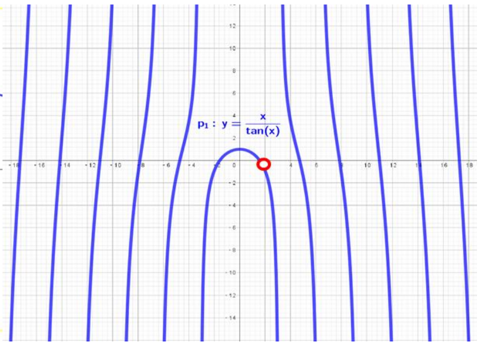


3. (2009计算机)判断: $x=0$是$y=\sin\dfrac{1}{x}$的第二类间断点(⬚). $A.\surd$ $B.\times$

4. (2009,2014*计算机*)$x=\dfrac{\pi}{2}$ *是函数*$f(x)=\dfrac{x}{tanx}$ *的*( ).

A. 连续点 B. 可去间断点 C. 跳跃间断点 D. 第二类间断点





5. (2017计算机)证明方程$x=asinx+b(a>0,b>0)$至少有一个不超过a + b的正根.

答案： 1. B 2. B 3. A 4. B

【历年真题】

1.（2024数Ⅰ**T2**）点$\mathbf{x=1}$是函数$\mathbf{f(x)}=\begin{cases}\boldsymbol{4x+5,x<1}\\ \boldsymbol{2-x^2,x\geq 1}\end{cases}$的(　　).

A.连续点

B.可去间断点

C.跳跃间断点

D.无穷间断点

2.（2024数Ⅲ**T4**）$\mathbf{x=1}$是函数$\mathbf{f(x)}=\boldsymbol{\frac{x^2-2x}{x^2-3x+2}}$的(　　).

A.连续点

B.可去间断点

C.跳跃间断点

D.无穷间断点

3.（2024数Ⅱ**T2**）已知函数$\mathbf{f(x)}=\boldsymbol{\frac{x+4}{x^2+4x}}$, 则$\boldsymbol{x=-4}$为(　　).

A.连续点

B.可去间断点

C.跳跃间断点

D.无穷间断点

4.（2023数Ⅲ**T4**）已知函数$\mathbf{f(x)}=\begin{cases}\boldsymbol{lnx,x>1}\\ \boldsymbol{x^2,x\leq 1}\end{cases}$, 则$\boldsymbol{x=1}$是函数$\mathbf{f(x)}$的(　　).

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 无穷间断点

D.连续点

5.（2022数Ⅰ**T1**）已知函数$\mathbf{f(x)}=\begin{cases}\boldsymbol{x^2+a,x<0}\\ \boldsymbol{1,x=0}\\ \boldsymbol{b-cosx,x>0}\end{cases}$, 在$\boldsymbol{x=0}$处连续, 则实数$\boldsymbol{a,b}$的值分别为(　　).

A. $\boldsymbol{a=1,b=2}$

B. $\boldsymbol{a=1,b=-2}$

C. $\boldsymbol{a=-1,b=2}$

D. $\boldsymbol{a=-1,b=-2}$

6.（2023数Ⅲ**T4**）已知函数$\mathbf{f(x)}=\boldsymbol{\frac{x^2-3x}{x^2-9}}$, 则$\boldsymbol{x=3}$是函数$\mathbf{f(x)}$的(　　).

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 无穷间断点

D.连续点

答案： C;B;B;B;A;A

【历年真题】

一、间断点类型

1.（2024数ⅠT2）点x = 1是函数$f(x)=\begin{cases}4x+5, x<1\\2-x^2, x\ge 1\end{cases}$的(　　).

A.连续点

B.可去间断点

C.跳跃间断点

D.无穷间断点

2.（2024数ⅢT4）x = 1是函数$f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2-3x+2}$的(　　).

A.连续点

B.可去间断点

C.跳跃间断点

D.无穷间断点

3.（2024数ⅡT2）已知函数$f(x)=\frac{x+4}{x^2+4x}$, 则$x=-4$为(　　).

A.连续点

B.可去间断点

C.跳跃间断点

D.无穷间断点

4.（2023数ⅢT4）已知函数$f(x)=\begin{cases}lnx, x>1\\x^2, x\le 1\end{cases}$, 则$x=1$是函数f(x)的(　　).

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 无穷间断点

D.连续点

5.（2023数ⅢT4）已知函数$f(x)=\frac{x^2-3x}{x^2-9}$, 则$x=3$是函数f(x)的(　　).

A. 可去间断点

B. 跳跃间断点

C. 无穷间断点

D.连续点

解析：C;B;B;B;A;A

二、连续性证明与计算

【历年真题】

1. (2024数ⅢT18)已知函数$f(x)=\begin{cases}2acosx+b, x<0\\2, x=0\\a\sqrt{x+1}-b, x>0\end{cases}$, 在$x=0$处连续, 求常数$a, b$的值.

解析：$a=\frac{4}{3}, b=-\frac{2}{3}$

2. (2023数ⅢT18)已知函数$f(x)=\begin{cases}ae^{x-1}, x>1\\b, x=1\\x^2+ax-b, x<1\end{cases}$, 在$x=1$处连续, 求常数$a, b$的值.

解析：$a=1, b=1$

3. (2022数ⅢT19)已知函数$f(x)=\begin{cases}e^x+b, x<0\\0, x=0\\a+\frac{bsinx}{x}, x>0\end{cases}$, 在$x=0$处连续, 求常数$a, b$的值.

解析：$a=1, b=-1$

4. (2022数ⅡT7)已知函数$f(x)=\begin{cases}\frac{asin^2x}{x^2}, x<0\\2x^3+3, x\ge 0\end{cases}$, 在$x=0$处连续, 则$a=$______.

解析：3