

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

<b>Opción A</b>
-----------------

**Ejercicio 1.-** El 30% de una población tiene estudios superiores; también se sabe que, de ellos, el 95% tiene empleo. De la parte de la población que no tiene estudios superiores, el 60% tiene empleo.

**a) [1,5 puntos]** Calcule la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, tenga empleo.

**b) [1 punto]** Se ha elegido un individuo aleatoriamente y tiene empleo; calcule la probabilidad de que tenga estudios superiores.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Un cocinero tiene que hacer el postre para una cena y le han encargado dos de sus mejores creaciones: Delicia Roja y Delicia Negra. Para elaborar 1 kg de Delicia Roja son necesarias 3 tarrinas de fresas y 1 tableta de chocolate y para elaborar 1 kg de Delicia Negra se necesita 1 tarrina de fresas y 2 tabletas de chocolate. Dispone de 15 tarrinas de fresas y 10 tabletas de chocolate.

Además, la cantidad de Delicia Negra no debe ser inferior a 1.5 kg y tampoco debe ser superior al doble de Delicia Roja. Si cada kilogramo de Delicia Roja le reporta un beneficio de 3 euros y el de Delicia Negra 5 euros, averigüe qué cantidad de cada postre debe elaborar para conseguir un beneficio máximo y a cuánto asciende ese beneficio.

**Ejercicio 3.-** Calcula los siguientes límites:

**a) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 2x^2 - 3x}{x^3 + 4x^2 + x - 6}$

**b) [1,5 puntos]**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{3-x}$

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Calcula las asíntotas de  $f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2 + 3}{x^2 + 3x + 2}$

### Opción B

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Se estudia una prueba diagnóstica para detectar una enfermedad en un grupo de 200.000 personas a las que se ha sometido a dicha prueba y de los que el 5% están enfermos.

Se ha observado que de los enfermos ha dado negativo a 50 personas y, de las sanas, le ha dado positivo a 19.900. Si se escoge al azar una de estas personas sometidas a la prueba diagnóstica:

- a) [1 punto] Calcula la probabilidad de que la prueba dé resultado positivo
- b) [1 punto] ¿Cuál sería la probabilidad de que el resultado de la prueba sea erróneo?
- c) [0,5 puntos] Calcula la probabilidad de que la persona padezca la enfermedad, si el resultado de la prueba es negativo.

**Ejercicio 2.- a) [1 punto]** La altura de un grupo de personas sigue una distribución normal de media 175 cm y desviación típica 4 cm. Calcula qué porcentaje de la población mide entre 170 y 185 cm.

b) [1,5 puntos] Sea una población formada por los elementos 3, 4, 5, 8, 9 y 10. Se pretende seleccionar una muestra de tamaño 4 con reemplazamiento. Calcule la media y la varianza de todas las medias posibles de tamaño 4 con reemplazamiento (es decir, calcula la media muestral y la varianza muestral).

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Obtener, si es posible, los valores de  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} bx^2 + ax & \text{si } x < -1 \\ \frac{a}{x} & \text{si } -1 \leq x < 1, \quad x \neq 0 \\ \frac{x^2 + ax + 1}{x + 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Sea continua en los puntos frontera  $x = -1$  y  $x = 1$ .

**Ejercicio 4.-** El número de habitantes de cierta población, en los próximos años, vendrá dado por la función:

$$f(x) = \frac{14500x + 7200}{2x + 1}$$

Donde la variable  $x$  mide los años transcurridos desde un tiempo inicial  $x = 0$ .

- a) [0,5 puntos] ¿Cuántos habitantes tiene la población actualmente?
- b) [0,5 puntos] ¿Y dentro de dos años?
- c) [1,5 puntos] ¿La población crecería de manera indefinida o tendería a estabilizarse en torno a un determinado número de habitantes?