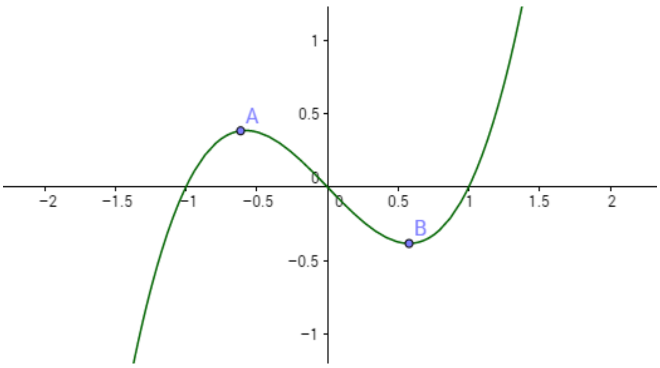
Problemas – Tema 9

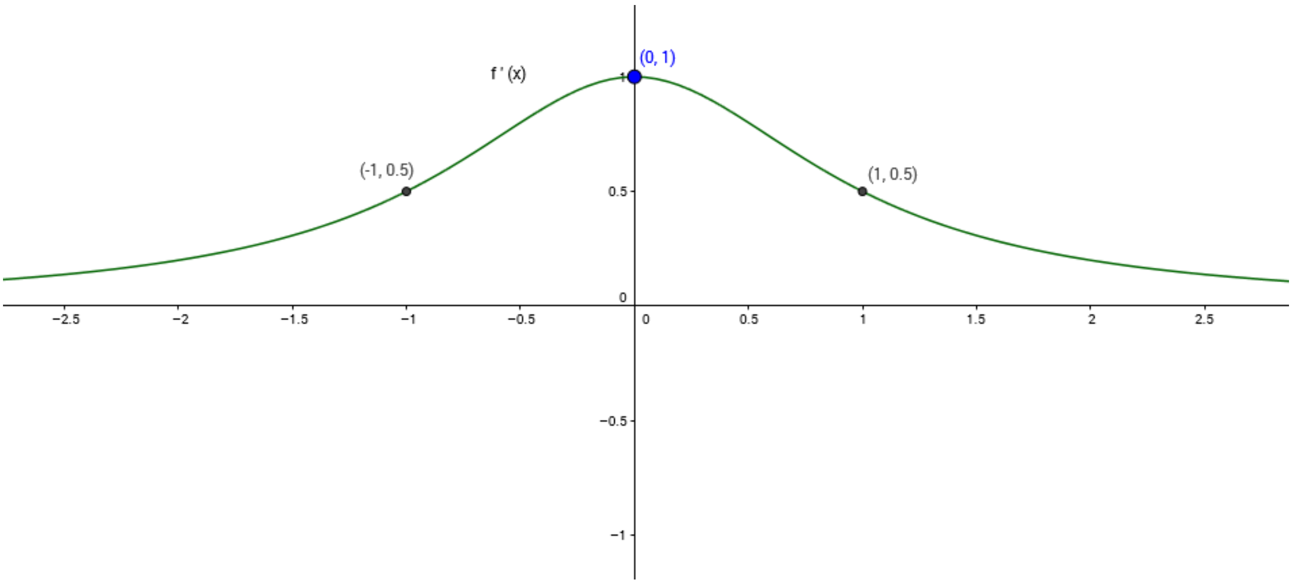
Problemas resueltos - 11 - relación entre las gráficas de la derivada y de la función original

1. La siguiente gráfica muestra la derivada $f'(x)$ de una función $f(x)$. Viendo la gráfica, ¿qué podemos decir de los intervalos de crecimiento, decrecimiento y de los extremos relativos de la función original $f(x)$?



La función original $f(x)$ es estrictamente decreciente (derivada negativa) en $(-\infty,-1)\cup(0,1)$, y estrictamente creciente (derivada positiva) en el intervalo $(-1,0)\cup(1,+\infty)$.
Existe un mínimo relativo de $f(x)$ en $x=-1$ (cambio de derivada negativa a positiva), un máximo relativo en $x=0$ (cambio de derivada positiva a negativa), y un nuevo mínimo relativo en $x=1$.

2. Indica la monotonía, extremos relativos y puntos de inflexión de $f(x)$ a partir de la siguiente gráfica de su derivada $f'(x)$.



Derivada positiva implica función $f(x)$ creciente. Como $f'(x)>0 \rightarrow f(x)$ es estrictamente creciente en todo su intervalo de definición.

Un valor nulo de la derivada $f'(x)=0$ es la condición necesaria de extremo relativo para $f(x)$. Como la gráfica de la derivada nunca corta al eje horizontal, significa que la derivada nunca se anula. Por lo tanto $f(x)$ no posee extremos relativos.

Los extremos relativos de la función derivada son los puntos de inflexión de $f(x)$. En $(0,1)$ la función derivada $f'(x)$ presenta un máximo absoluto, por lo que $f''(0)=0$, que es la condición necesaria de punto de inflexión de $f(x)$.

A la izquierda de $x<0$ la función derivada es creciente, por lo que $f''(x)>0$.

A la derecha de $x<0$ la función derivada es decreciente, por lo que $f''(x)<0$.

Por lo tanto, a ambos lados de $x=0$ la segunda derivada cambia de signo. Y como $f''(0)=0$, podemos afirmar que $(0,1)$ existe un punto de inflexión.