

La Rueda de la Fortuna

1. OBJETIVO:

Que el estudiante identifique la relación funcional entre dos variables, el tipo de esta relación, la determinación de su dominio, su imagen y bosqueje la gráfica de su rapidez instantánea de cambio.

La práctica incide sobre el desarrollo de las siguientes:

COMPETENCIAS MATEMÁTICAS ¹	COMPETENCIAS GENÉRICAS ²	HABILIDADES SOCIOEMOCIONALES ³
<p>1. Construye e interpreta modelos matemáticos deterministas o aleatorios mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales o formales.</p> <p>2. Propone, formula, define y resuelve diferentes tipos de problemas matemáticos buscando diferentes enfoques.</p> <p>3. Propone explicaciones de los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.</p> <p>4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos y variacionales, mediante el lenguaje verbal y matemático.</p> <p>8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.</p>	<p>Se expresa y se comunica</p> <p>4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas. • Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas. <p>Piensa crítica y reflexivamente</p> <p>5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas. • Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información. <p>6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética. <p>Aprende de forma autónoma</p> <p>7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana. <p>Trabaja en forma colaborativa</p> <p>8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos. • Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva. • Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo. 	<p>Colaboración y trabajo en equipo</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabaja en equipo de manera constructiva y ejerce un liderazgo participativo y responsable, • Propone alternativas para actuar y solucionar problemas. • Asume una actitud constructiva.

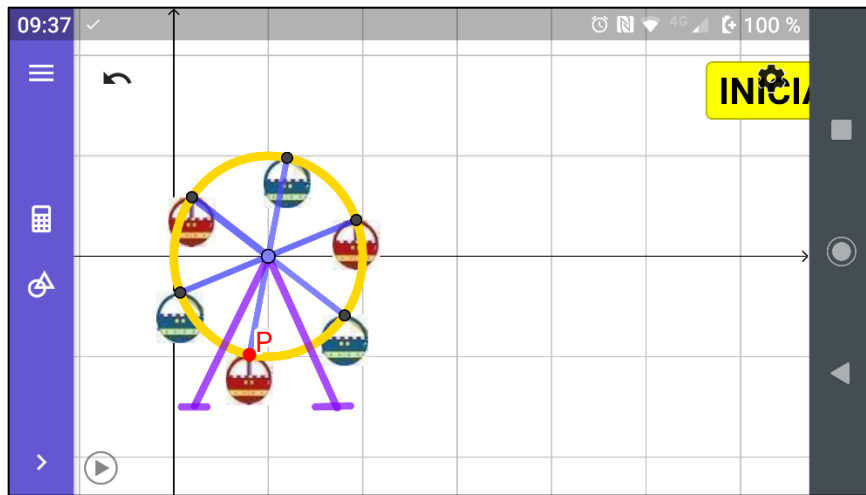
¹ <http://www.sep.gob.mx/work/sites/sep1/resources/LocalContent/111950/9/a486.htm>

² http://www.sems.gob.mx/aspnv/video/Diptico_Competicencias_altares.pdf

³ https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/264246/Las_HSE_en_nuevo_modelo_educativo.pdf

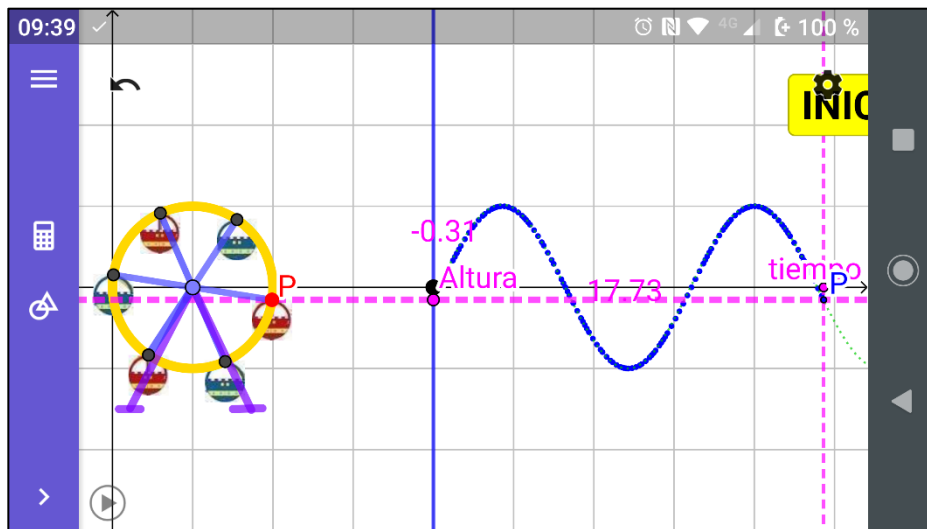
PLANTEAMIENTO

¿Alguna vez has visto una Rueda de la Fortuna? Seguro tu respuesta es afirmativa, pero si la pregunta es, ¿piensas que ella tiene algo que ver con matemáticas, más allá de su forma circular y sus dimensiones? quizá aquí la respuesta sea distinta. Para iniciar nuestra actividad carga en tu dispositivo el archivo **laruedadelafortuna1.ggb** (<https://www.geogebra.org/m/ggp578d6>) y ábrelo



En colaboración con tus compañeros de equipo, contesta las preguntas siguientes:

1. Ubica el punto **P** en la pantalla de tu dispositivo. ¿Consideras que algo cambia en él? _____
2. Si la respuesta anterior es afirmativa, a tu juicio, ¿qué es lo que cambia? _____
3. Enseguida, abre el archivo **laruedadelafortuna2.ggb** (<https://www.geogebra.org/m/seq5acyg>) en tu dispositivo



4. Considerando que la curva que observamos en la imagen anterior, es consecuencia de las vueltas que una y otra vez repite sin cesar la rueda de la fortuna, una exactamente igual a la anterior, ésta representa la gráfica de una función

- a) Lineal b) cuadrática c) ninguna de las anteriores

5. ¿Qué variables son las que se relacionan en esta gráfica? _____

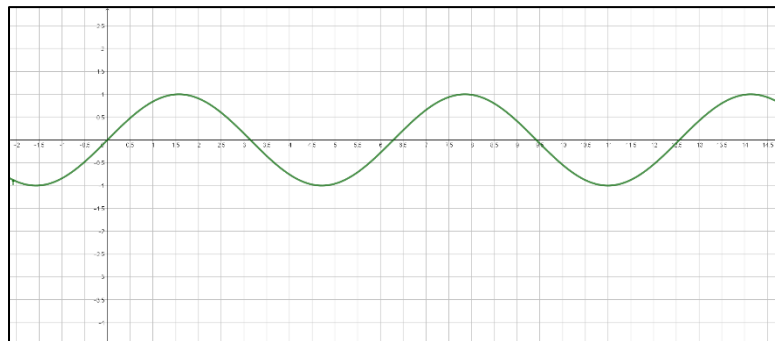
6. ¿Cuál es la variable dependiente? _____
7. ¿Cuál es la variable independiente? _____
6. ¿Cuál es el dominio de esta función? _____
7. ¿Cuál es su imagen? _____
8. Habiendo identificado las variables presentes en esta función, ¿cómo la representarías?

a) $tiempo(Altura)$

b) $Altura(tiempo)$

c) $Altura(P)$

9. Tenemos pendiente identificar qué tipo de función es $Altura(t)$. A fin de ayudarte a dar respuesta a esta pregunta diremos que aquellas funciones que tienen un comportamiento repetitivo, como en este caso, se denominan **periódicas** y que existen infinidad de funciones de este tipo; una de las más conocidas es la función sinusoidal o función seno ($\text{seno}(x)$). Su gráfica es como la que se muestra enseñada



Si comparamos esta gráfica con la obtenida del movimiento de la rueda de la fortuna encontraremos una gran similitud, pero también encontraremos que el dominio de ambas es diferente.

En este caso la función con la que trabajamos es la siguiente:

$$f(x) = \text{radio} * \text{sen}(x), x \geq 0$$

10. Dicho lo anterior, reescribe la expresión anterior para expresarla en términos de las variables presentes en nuestra actividad _____

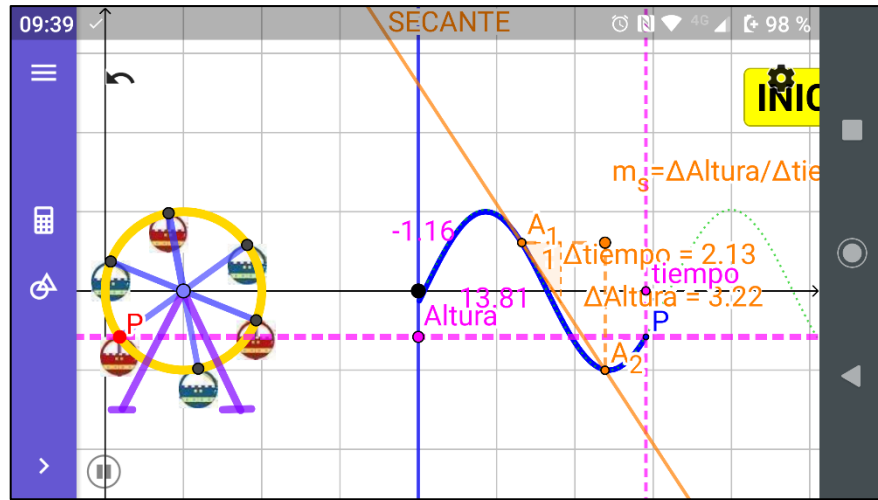
Examina la imagen que tienes en pantalla y observa que, la referencia de nuestra construcción para determinar la altura del punto P que se encuentra girando con la rueda de la fortuna, es el centro de la misma, por lo cual, todo aquello que se encuentre por encima de este punto, tendrá una altura positiva.

Esto nos brinda la posibilidad de hacer las siguientes preguntas:

11. ¿En qué intervalos de tiempo la función $Altura(tiempo)$ es positiva y creciente? _____
12. ¿En qué intervalos de tiempo la función $Altura(tiempo)$ es positiva y decreciente? _____
13. ¿En qué intervalos de tiempo la función $Altura(tiempo)$ es negativa y creciente? _____
14. ¿En qué intervalos de tiempo la función $Altura(tiempo)$ es negativa y decreciente? _____

15. ¿Cuánto tiempo tarda la rueda de la fortuna en dar una vuelta completa? _____

Ahora, hablemos de cómo cambia la *Altura(tiempo)*, cuándo alcanza su altura máxima y cuándo la mínima. Para ello, abre el archivo *laruedadelafortuna3.ggb* (<https://www.geogebra.org/m/uwkhczw7>)



16. Nuevamente, como en las actividades anteriores, tenemos una recta secante a la curva que pasa por los puntos A_1 y A_2 . Coloquemos estos puntos antes de alguno de los puntos máximos A_{max} (nota que, debido a su periodicidad, la función $Altura(t)$ tiene varios máximos) y ve acercando **GRADUALMENTE** el punto A_1 al punto A_2 y registra en la siguiente tabla los valores que obtienes en pantalla. **NOTA:** acercar A_1 a A_2 tanto como sea necesario para lograr que los valores de los Δ 's sean del orden de las décimas, centésimas, milésimas, diezmilésimas, etc. Todo lo anterior lo puedes repetir para algunos de los mínimos de la función.

$\Delta tiempo$	$\Delta Altura$	$m_s = \frac{\Delta Altura}{\Delta tiempo}$	$ \Delta m_s $

NOTA: Recuerda que en actividades anteriores a la expresión le denominamos *velocidad de cambio promedio*

17. ¿Cómo calificarías al **último** valor de $\Delta tiempo$ que registraste en la tabla anterior?

- a) valor grande b) valor pequeño c) valor infinitamente pequeño

18. ¿Cómo calificarías al **último** valor de $\Delta Altura$ que registraste en la tabla anterior?

- a) valor grande b) valor pequeño c) valor infinitamente pequeño

19. ¿Cómo son los últimos dos valores obtenidos para m_s ?

a) Diferentes

c) Prácticamente iguales

Aquí es importante destacar que, si se continua acercando el punto A_1 al punto A_2 el valor de la $m_s = \frac{\Delta \text{Altura}}{\Delta \text{tiempo}}$ ya no cambia. En matemáticas esto se expresa con la frase “**porque ya llegó al límite**”.

20. ¿Cómo calificarías al último valor de $|\Delta m_s|$ que registraste en la tabla anterior?

a) valor grande

b) valor pequeño

c) valor infinitamente pequeño

La noción de valores numéricos infinitamente pequeños surgió en los inicios del **Cálculo** y se les dio el nombre de **DIFERENCIALES**. Son cambios infinitamente pequeños, pero que no llegan a ser iguales a cero. Por ello, para escribirlos ya no se utiliza el símbolo Δ sino que se representan con una d y la razón de cambio promedio que en nuestro caso es

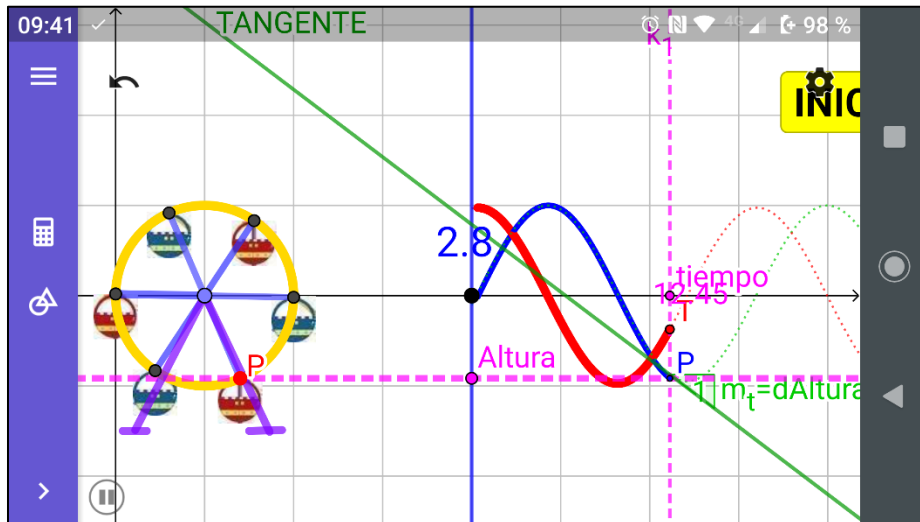
$$m_s = \frac{\Delta \text{Altura}}{\Delta \text{tiempo}}$$

la expresamos como

$$\lim_{\Delta \text{tiempo} \rightarrow 0} \frac{\Delta \text{Altura}}{\Delta \text{tiempo}} = m_t = \frac{d \text{Altura}}{d \text{tiempo}}$$

que se considera una **razón instantánea de cambio**

21. Es nuestro interés tener una visión más general del comportamiento de los cambios de la función $\text{Altura}(\text{tiempo})$ y para lograrlo, vamos a analizar la actividad **laruedadelafortuna4.ggb** (<https://www.geogebra.org/m/jjpzrdc>)



22. Pulsa el botón **INICIAR** y observa que, al tiempo que vamos viendo la aparición de la gráfica de $\text{Altura}(\text{tiempo})$ también se genera una segunda gráfica. ¿Cómo son los valores de esta segunda gráfica al tiempo que la gráfica de $\text{Altura}(\text{tiempo})$ crece?

a) positivos

b) negativos

c) cero

23. ¿Cómo son los valores de esta segunda gráfica al tiempo que la gráfica de $\text{Altura}(t)$ decrece?

a) positivos

b) negativos

c) cero

24. ¿Cómo son los valores de esta segunda gráfica al tiempo que la gráfica de $\text{Altura}(t)$ alcanza un máximo o un mínimo

a) positivos

b) negativos

c) cero

25. De igual forma también tenemos en nuestra pantalla una recta tangente a la gráfica de $Altura(t)$. ¿cómo son sus valores al tiempo que la gráfica de $Altura(t)$ crece?

a) positivos

b) negativos

c) cero

26. ¿Cómo son los valores de la pendiente de la tangente m_t al tiempo que la gráfica de $Altura(t)$ decrece?

a) positivos

b) negativos

c) cero

27. ¿Cómo son los valores de m_t al tiempo que la gráfica de $Altura(t)$ alcanza un máximo o un mínimo?

a) positivos

b) negativos

c) cero

28. ¿Cuáles son las variables que dan origen a esta segunda gráfica? _____

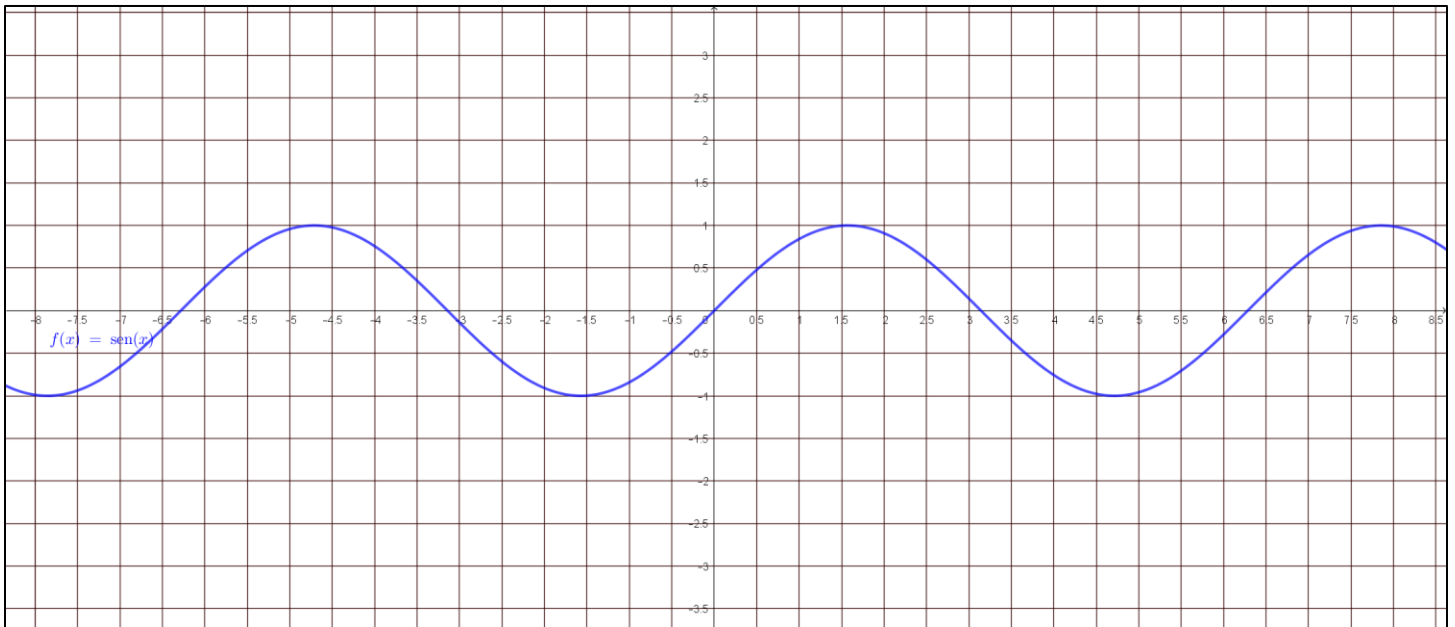
29. ¿Consideras que esta segunda gráfica, corresponde a una función?

a) Si

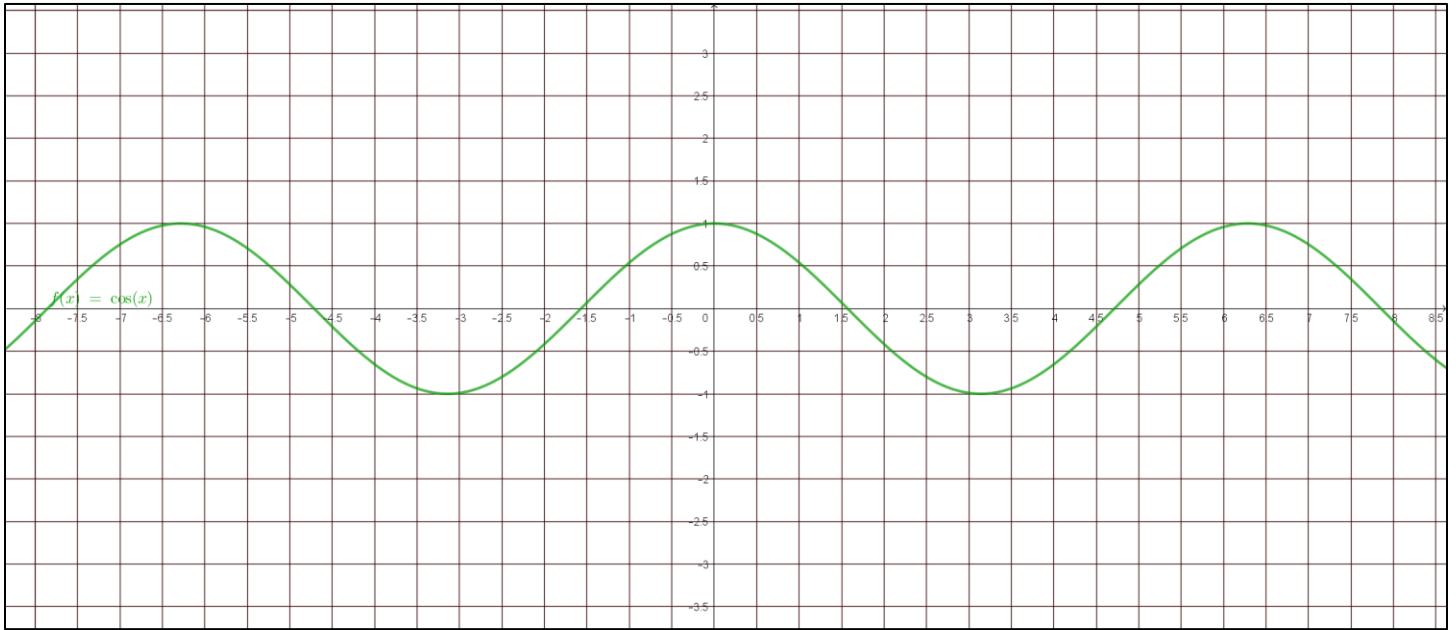
b) No

30. Bosqueja la gráfica de la velocidad instantánea de cambio de las gráficas de las funciones siguientes aplicando los mismos criterios que has utilizado en la actividad presente y en las anteriores.

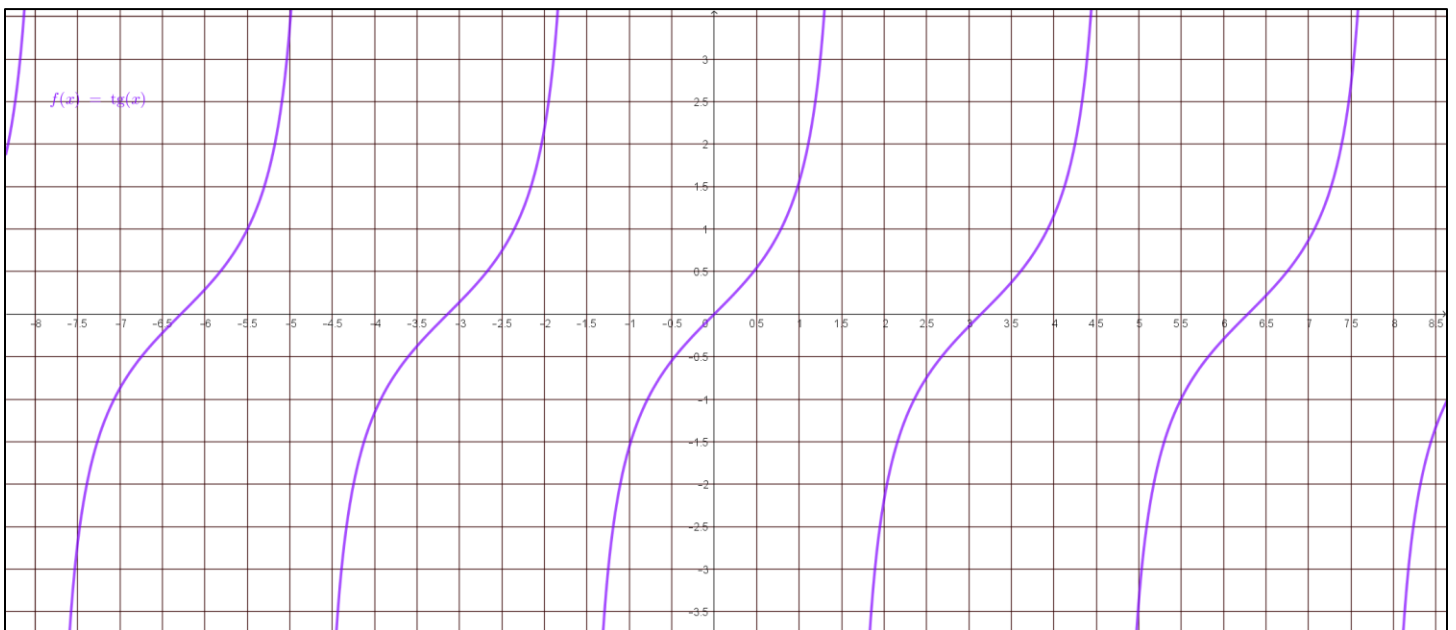
a) $f(x) = \text{seno}(x)$



b) $f(x) = \cos(x)$



c) $f(x) = \tan(x)$



Posteriormente, pregunta a tu profesor(a) cómo se obtienen las expresiones algebraicas de las funciones que representan las velocidades instantáneas de cambio que bosquejaste por el método algebraico.