

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Demuestra que la ecuación $x^3 + x^2 + x - 1 = 0$ tiene al menos una solución real. Además, obtener esta solución con precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x+1)}$. Halla k y a sabiendo que la gráfica de $f(x)$ pasa por el punto $(0, 2)$ y que la recta $x=2$ es una asíntota de dicha gráfica.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad y discontinuidad de la función en toda la recta real.

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \cos(x) & \text{si } x \leq 0 \\ 1 + \frac{2x}{\pi} & \text{si } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 1 + \operatorname{sen}(x) & \text{si } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Sea $g(x) = \frac{m \cdot x^3}{(x-n)^2}$ para $x \neq n$. Hallar m, n sabiendo que la recta $y = 2x - 4$ es una asíntota de la gráfica de $g(x)$.

b) [1,5 puntos] Para $m=1$ y $n=2$, aplica el teorema de Bolzano para demostrar que $g(x)$ corta a la recta $y = 4x + 1$ en un punto del intervalo $[0, \frac{3}{2}]$. Encontrar el valor de la abscisa de ese punto de corte con precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función continua definida por

$$f(x) = \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2}-1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases} . \text{ Calcula } k .$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3e^{x^2} - e^x + x^3}{x^4 + e^x - 2e^{x^2}}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcular a y b para que $f(x)$ sea continua en todo \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} x^2+2 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{ax+b} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{-x}{2 \cdot \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{2}} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$