

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO
DE HIDALGO**
ESCUELA PREPARATORIA DE IXTLAHUACO



Temas: 4.2. Definición de derivada.
4.3. Regla de los cuatro pasos.

Lic. Lucia Hernández Granados

Enero – Julio 2018

Tema: 4.2. Definición de derivada.

4.3. Regla de los cuatro pasos.

Resumen

Conocer la interpretación de la derivada e identificar los pasos a seguir para poder realizar la derivada de las funciones. La derivada es un elemento utilizado en la matemática para calcular respuestas de una función a la que se le están alterando sus valores iniciales. Lo que permite que una función este representada gráficamente como una línea recta superpuesta sobre cualquier curva(función), el valor de esta pendiente respecto al eje sobre el cual esta siendo estudiada la función recibe el nombre de Derivada.

Palabras Claves: (función, limite, incremento, derivada.)

Tema: 4.2. Definición de derivada.

4.3. Regla de los cuatro pasos.

Abstrack

CoKnow the interpretation of the derivative and identify the steps to follow to be able to perform the derivation of the functions. The derivative is an element used in mathematics to calculate responses of a function to which its initial values are being altered. What allows a function to be represented graphically as a straight line superimposed on any curve (function), the value of this slope with respect to the axis on which the function is being studied is called Derivative.

Keywords: (function, limit, increment, derivative.)

Objetivo general: Identificar los conceptos básicos de la geometría euclidiana, los ángulos generados por una transversal y dos paralelas, clasificará las clases de triángulos, calculará perímetros y áreas de los diferentes polígonos.

UNIDAD I: Derivada

Objetivo de la unidad: Comprender el concepto de derivada a partir de su interpretación geométrica. Aplicar las fórmulas para calcular la derivada de funciones algebraicas y trascendentes mediante procedimientos analíticos y el uso de las TIC's.

1.3.1 Definición

La derivada es el resultado de un límite y representa la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en un punto. Pero vayamos por partes. La definición de derivada es la siguiente:

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Podría, pues, no existir tal límite y ser la función no derivable en ese punto. En esta primera práctica vamos a ver qué significa cada uno de los términos que aparecen en la fórmula anterior.

Sea $f(x)$ una función, se define a su derivada $f'(x)$, como:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Para toda x , siempre que el límite exista y se representa por:

$$y', f'(x), \frac{dy}{dx} \text{ o } D_x y$$

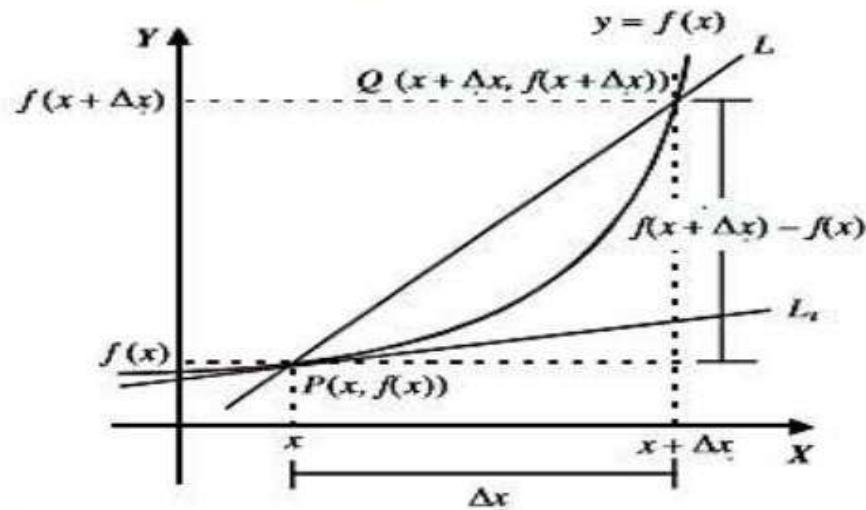
Interpretación geométrica

El valor de la derivada en cualquier punto de la curva es igual a la pendiente de la recta tangente en ese punto.

Donde:

Δx : *incremento en x*

Δy : *incremento en y*



4.3. Regla de los cuatro pasos.

Regla de los cuatro pasos

Se una función $y = f(x)$, entonces:

✓ Agregar el incremento en x e y . $y + \Delta y = f(x + \Delta x)$

✓ Despejar Δy y se le resta la función original.

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$$

✓ Dividir para Δx $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

✓ Limite cuando Δx tiende a cero.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Ejercicios de Aplicación

1.- Hallar la derivada mediante la regla de los 4 pasos para la siguiente función:

$$\begin{aligned}y &= x^2 \\y + \Delta y &= (x + \Delta x)^2 \\y + \Delta y &= x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 \\ \Delta y &= x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - y \\ \Delta y &= x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2 \\ \Delta y &= 2x\Delta x + (\Delta x)^2 \\ \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{2x\Delta x}{\Delta x} + \frac{(\Delta x)^2}{\Delta x} \\ \frac{\Delta y}{\Delta x} &= 2x\Delta x + \Delta x \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 2x + \Delta x = 2x + 0 = 2x \\ f'(x) &= 2x \quad R/.\end{aligned}$$

2.- Encuentra la derivada de la función $f(x) = \frac{2x-1}{x+5}$, aplica la definición.

$$y + \Delta y = \frac{2(x + \Delta x) - 1}{x + \Delta x + 5}$$

$$\Delta y = \frac{2(x + \Delta x) - 1}{x + \Delta x + 5} - \frac{2x - 1}{x + 5}$$

$$\Delta y = \frac{(x + 5)(2x + 2\Delta x - 1) - (2x - 1)(x + \Delta x + 5)}{(x + \Delta x + 5)(x + 5)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + 5)(2x + 2\Delta x - 1) - (2x - 1)(x + \Delta x + 5)}{\Delta x (x + \Delta x + 5)(x + 5)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2x^3 + 2x\Delta x - x + 10x + 10\Delta x - 5 - (2x^3 + 2x\Delta x + 10x - x - \Delta x - 5)}{\Delta x(x + \Delta x + 5)(x + 5)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\cancel{2x^3} + \cancel{2x\Delta x} - \cancel{x} + 10x + 10\Delta x - 5 - \cancel{2x^3} - \cancel{2x\Delta x} - 10x + \cancel{x} + \Delta x - 5}{\Delta x(x + \Delta x + 5)(x + 5)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{11\Delta x}{\Delta x(x + \Delta x + 5)(x + 5)}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{11}{(x + \Delta x + 5)(x + 5)} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{11}{(x + 0 + 5)(x + 5)} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{11}{(x + 5)(x + 5)}$$

$$f'(x) = \frac{11}{(x + 5)^2} \quad R/.$$

3.- ¿Cuál es la derivada de la función $y = \sqrt{x + 2}$?

Nota: En este ejercicio utilizamos la conjugada.

$$y + \Delta y = \sqrt{x + \Delta x + 2}$$

$$\Delta y = \sqrt{x + \Delta x + 2} - \sqrt{x + 2}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{x + \Delta x + 2} - \sqrt{x + 2}}{\Delta x}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{x + \Delta x + 2} - \sqrt{x + 2}}{\Delta x} * \frac{\sqrt{x + \Delta x + 2} + \sqrt{x + 2}}{\sqrt{x + \Delta x + 2} + \sqrt{x + 2}}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(\sqrt{x + \Delta x + 2})^2 - (\sqrt{x + 2})^2}{\Delta x(\sqrt{x + \Delta x + 2} + \sqrt{x + 2})}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x + \Delta x + 2 - (x + 2)}{\Delta x(\sqrt{x + \Delta x + 2} + \sqrt{x + 2})} = \frac{x + \Delta x + 2 - x - 2}{\Delta x(\sqrt{x + \Delta x + 2} + \sqrt{x + 2})}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta x}{\Delta x(\sqrt{x + \Delta x + 2} + \sqrt{x + 2})} = \frac{1}{(\sqrt{x + \Delta x + 2} + \sqrt{x + 2})}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x + \Delta x + 2} + \sqrt{x + 2})} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x + 0 + 2} + \sqrt{x + 2})} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{(\sqrt{x + 2} + \sqrt{x + 2})}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x + 2}} \quad R/.$$

Ejercicios Propuestos

Deriva las siguientes funciones, utilizando la regla de los 4 pasos.

1.- $y = 3x + 2$

2.- $y = x^3$

3.- $y = \frac{2x}{x-1}$

4.- $y = \frac{3}{x^2}$

5.- $f(x) = \sqrt{x-2}$

6.- $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$

7.- $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

Respuestas a los Ejercicios Propuestos

$$1.- y' = 3$$

$$2.- y' = 3x^2$$

$$3.- y' = -\frac{2}{(x-1)^2}$$

$$4.- y' = -\frac{6}{x^3}$$

$$5.- f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$$

$$6.- y' = -\frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$7.- f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$$

Bibliografía

(SONORA, 2009)

SONORA, C. D. (2009). *MATEMATICA 2*. MÉXICO: Copyright ©, 2009 por Colegio de Bachilleres.

(C), 2000)

(C), C. (2000). *escolar.com*. Obtenido de <http://www.escolar.com/calculo/funciones.htm>

(Copyright, 2008)

Copyright, P. n. (2008). *Calculo-diferencia-integral*. Obtenido <http://www.wolframalpha.com/widgets/view.jsp?id=653c579e3f9ba5c03f2f2f8cf4512b39>