



# *Diseño de Estructuras de Concreto Reforzado Diseño de Columnas*



**INSTRUCTOR:**  
**ING. Joel Curreri**  
**Consultor Sísmica C.A., Profesor UJAP.**



# **Diseño de Estructuras de Concreto Armado**

## **Unidad 5**

### **Estructuras de Concreto Armado**

#### **Diseño de Columnas**



# Estructuras de Concreto Armado (Columnas)





## Estructuras de Concreto Armado.

### Columnas.

#### Definición de Columnas.

*Las columnas son elementos estructurales principalmente sometidos a cargas axiales de compresión, esto quiere decir que el concreto puede resistir la mayor parte de esta carga, sin embargo, **siempre se debe considerar una área de acero longitudinal principalmente por dos razones:***

- 1. Son muy pocos los elementos que están sometidos a carga axial de compresión pura, eso quiere decir que en ese elemento están presentes los esfuerzos de flexión, los cuales serán resistidos por el acero de refuerzo longitudinal.*
- 2. Parte del acero longitudinal puede resistir una porción de la carga axial que actúa sobre la columna, por lo que se puede obtener secciones transversales de menores dimensiones, que si consideramos una sección solo de concreto.*

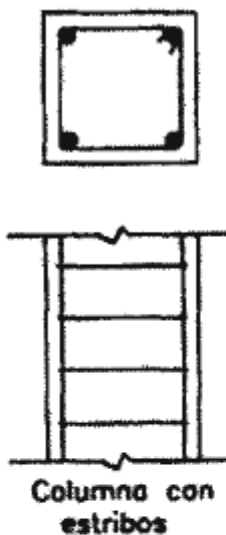


# Estructuras de Concreto Armado.

## Tipos de Columnas.

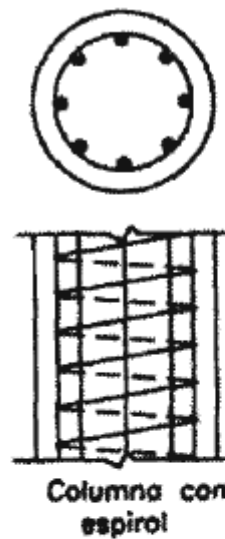
Según su Forma y Disposición del Refuerzo.

*Columnas Ligadas*

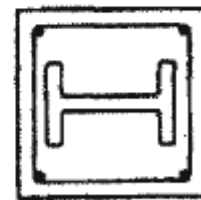
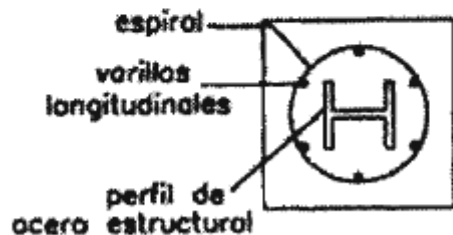


Columna con estribos

*Columnas Zunchadas*



Columna con espiral



Columnas compuestas

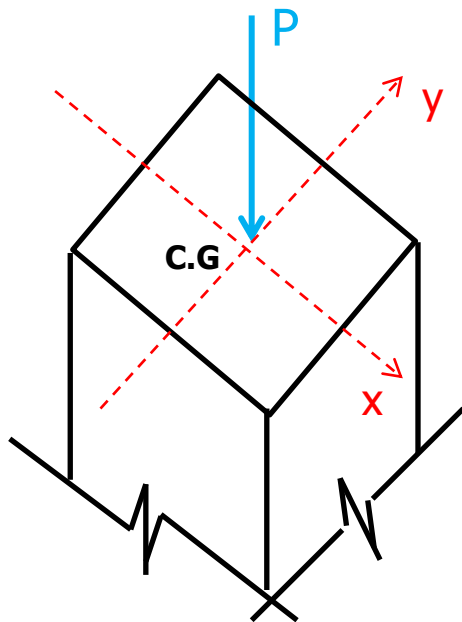
Figura 10.1. Tipos de columnas



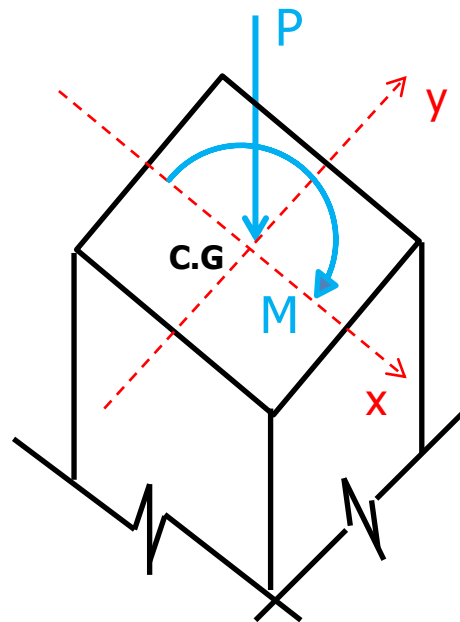
## Estructuras de Concreto Armado.

### Tipos de Columnas.

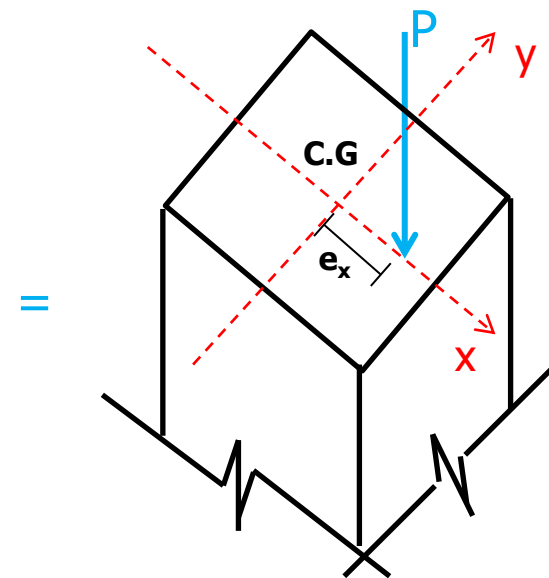
Según la Posición de la Carga en la Sección Transversal.



*Columnas con Carga Axial Pura*



*Columnas con Carga Axial y Momento Uniaxial*

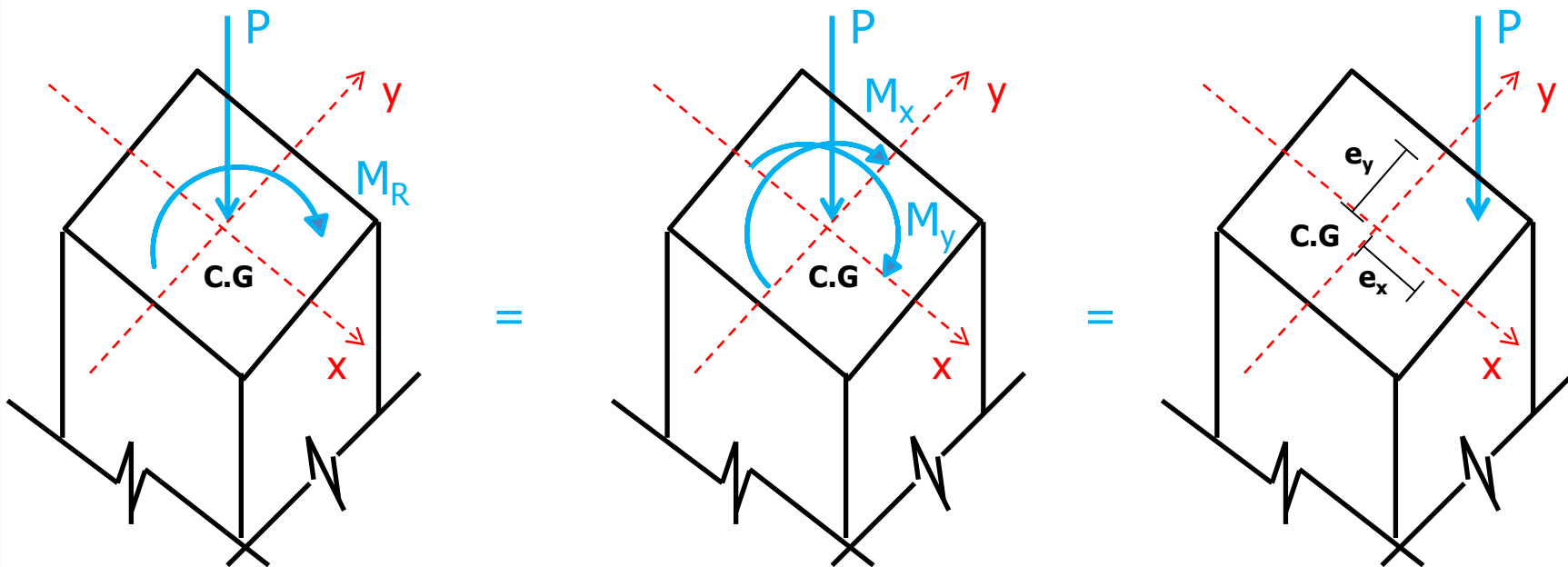




## Estructuras de Concreto Armado.

### Tipos de Columnas.

Según la Posición de la Carga en la Sección Transversal.



*Columnas con Carga Axial  
y Momento Biaxial.*



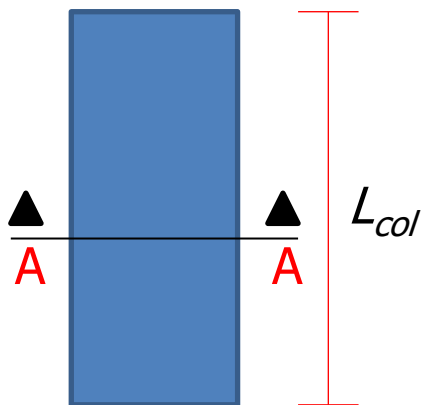
## Estructuras de Concreto Armado.

### Clasificación de la Columnas.

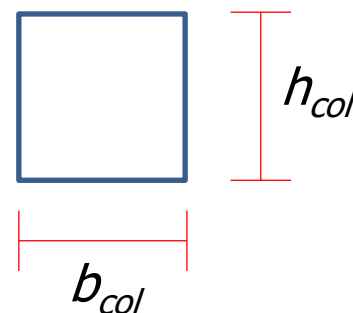
#### Pedestales ó Bloques Cortos a Compresión.

*Si la altura de un miembro vertical a compresión es menor que tres veces su dimensión lateral mas pequeña, puede considerarse como un pedestal.*

$$L_{col} < 3 \cdot [\text{Dimensión Lateral menor } (b_{col} \text{ ó } h_{col})]$$



Vista de Elevación



Vista de Planta

Sección A-A





## Estructuras de Concreto Armado. Clasificación de la Columnas.

### Pedestales ó Bloques Cortos a Compresión.

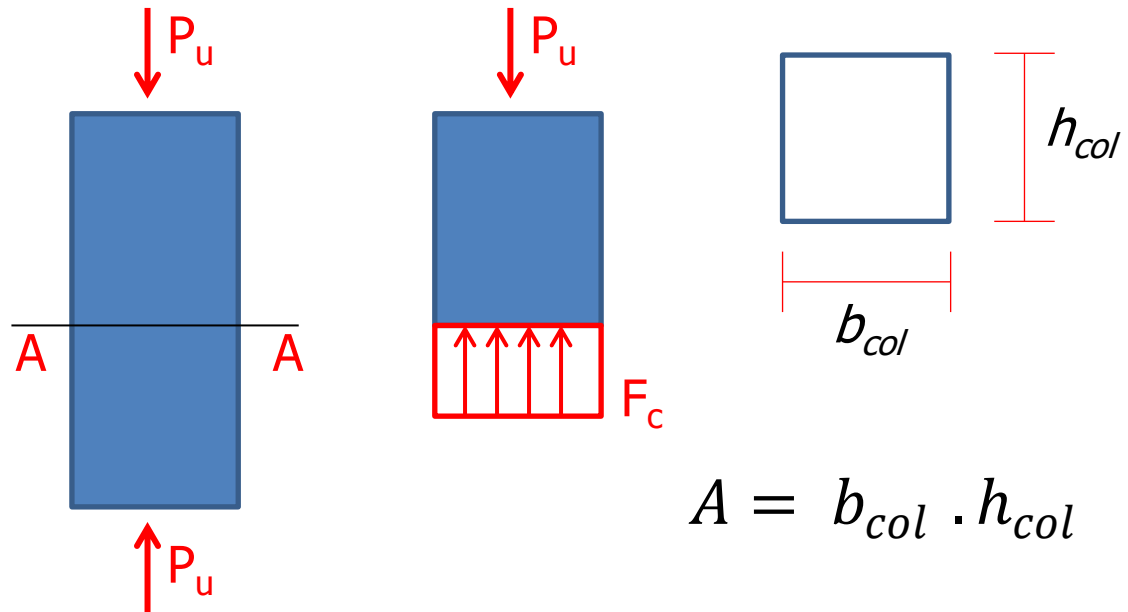
El ACI establece que un pedestal puede diseñarse con concreto simple ó sin refuerzo, con un esfuerzo máximo de diseño a compresión igual a:

$$F_c \leq F_{C_{m\acute{a}x}}$$

$$F_{C_{m\acute{a}x}} = \phi \cdot 0.85 \cdot F'_c$$

$$\phi = 0.65$$

$$F_c = \frac{P_u}{A}$$



Si la carga total aplicada de compresión es mayor que  $\phi \cdot 0.85 \cdot F'_c \cdot A_g$   
Sera necesario ya sea incrementar el área de la sección transversal del pedestal o bien diseñarlo como una columna de concreto reforzado.



## Estructuras de Concreto Armado. Clasificación de la Columnas.

### Columnas Cortas de Concreto Reforzado.

*La carga que puede soportar esta regida por las dimensiones de su sección transversal y por la resistencia de los materiales de que esta construida. Consideramos que una columna corta es un miembro mas bien robusto con poca flexibilidad.*

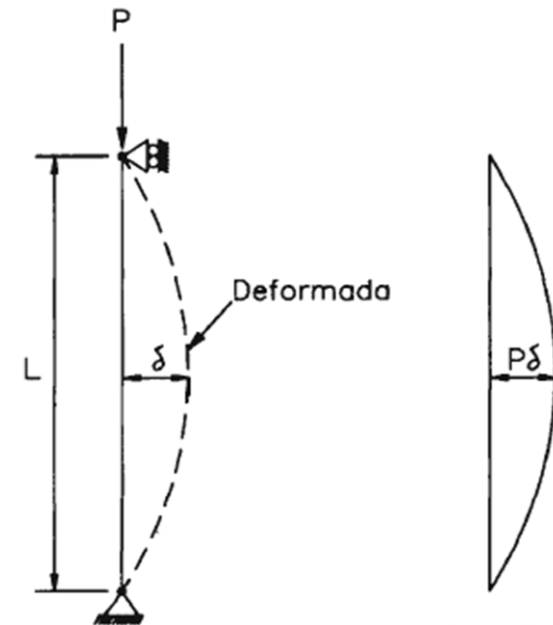




## Estructuras de Concreto Armado. Clasificación de la Columnas.

### Columnas Largas o Esbeltas de Concreto Reforzado.

*A medida que las columnas se hacen mas esbeltas, las deformaciones por flexión también aumentaran, así como los momentos secundarios resultantes. Si estos momentos son de tal magnitud que reducen significativamente la capacidad ante carga axial de la columna, esta se denomina Larga o Esbelta.*



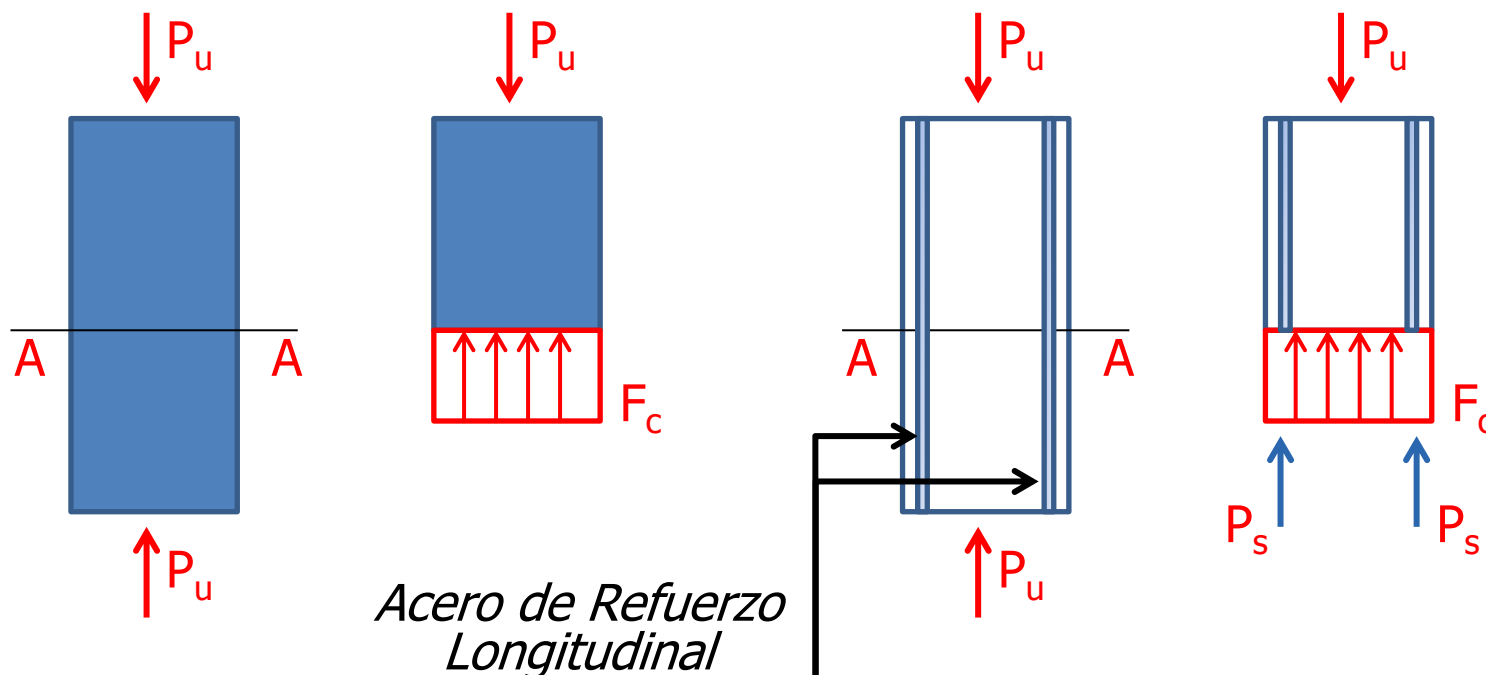
Momentos de 2º orden



## Estructuras de Concreto Armado. Comportamiento de Columnas.

### Compresión Axial Pura.

*En la practica no existen columnas cargadas en forma axial perfecta, quedándose éste concepto solo a nivel teórico, pero un análisis de tales miembros proporcionan un punto de partida excelente para explicar la teoría de diseño de columnas reales con cargas excéntricas.*

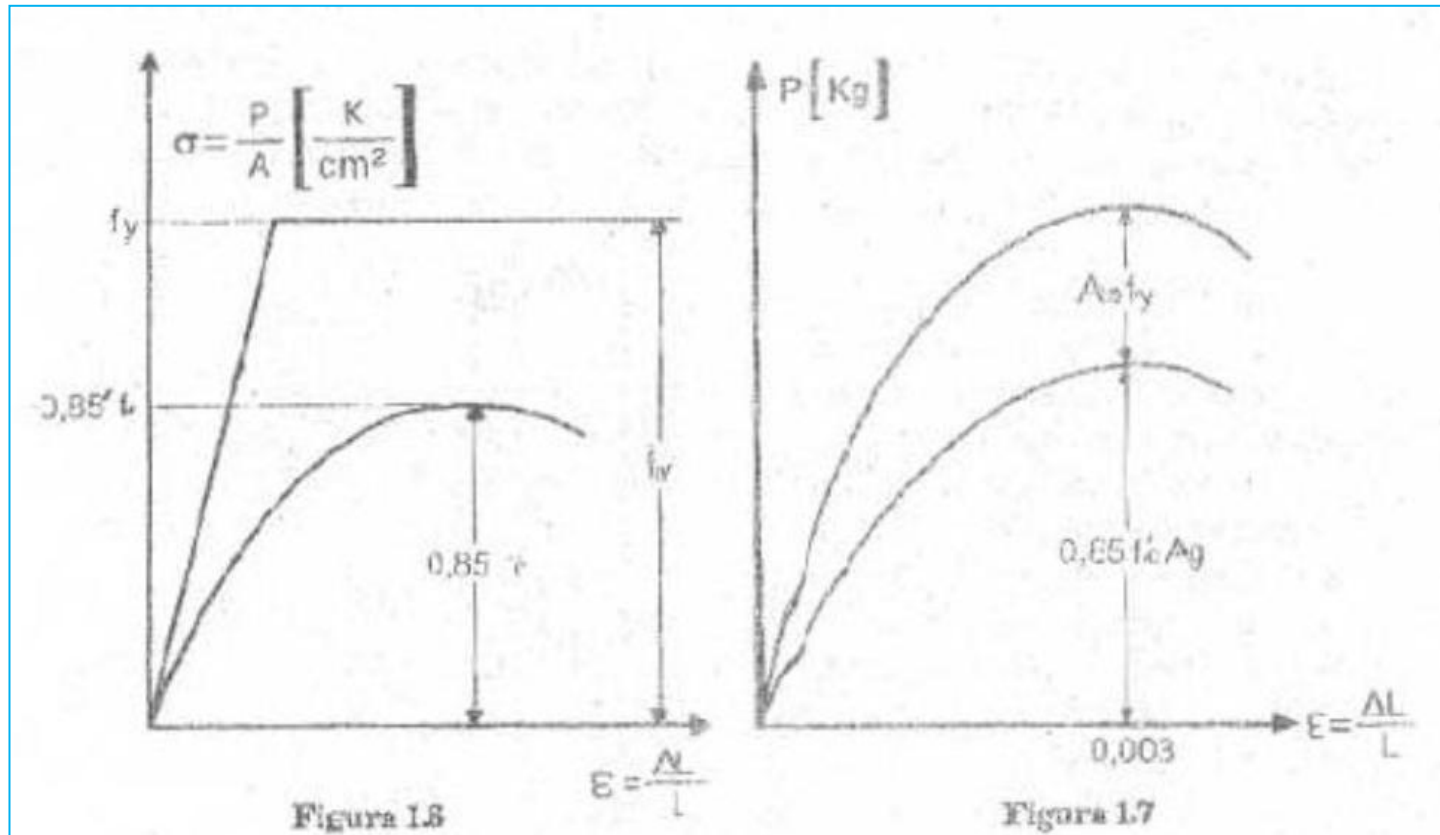




## Estructuras de Concreto Armado. Comportamiento de Columnas.

### Compresión Axial Pura.

*El comportamiento de una columna a compresión axial se puede definir como la suma de los comportamientos individuales de cada elemento que la integran.*





## Estructuras de Concreto Armado. Comportamiento de Columnas.

### Compresión Axial Pura.

*Contribución Resistente a Carga Axial de Compresión del Concreto.*

$$P_{nc} = 0.85 \cdot F'_c \cdot (A_g - A_{s_{total}})$$

*Contribución Resistente a Carga Axial de Compresión del Acero de Refuerzo.*

$$P_{ns} = A_{s_{total}} \cdot F_y$$

*Capacidad Resistente a Carga Axial de Compresión de la Columna de Concreto Reforzado.*

$$P_n = P_{nc} + P_{ns}$$

$$P_n = 0.85 \cdot F'_c \cdot (A_g - A_{s_{total}}) + A_{s_{total}} \cdot F_y$$

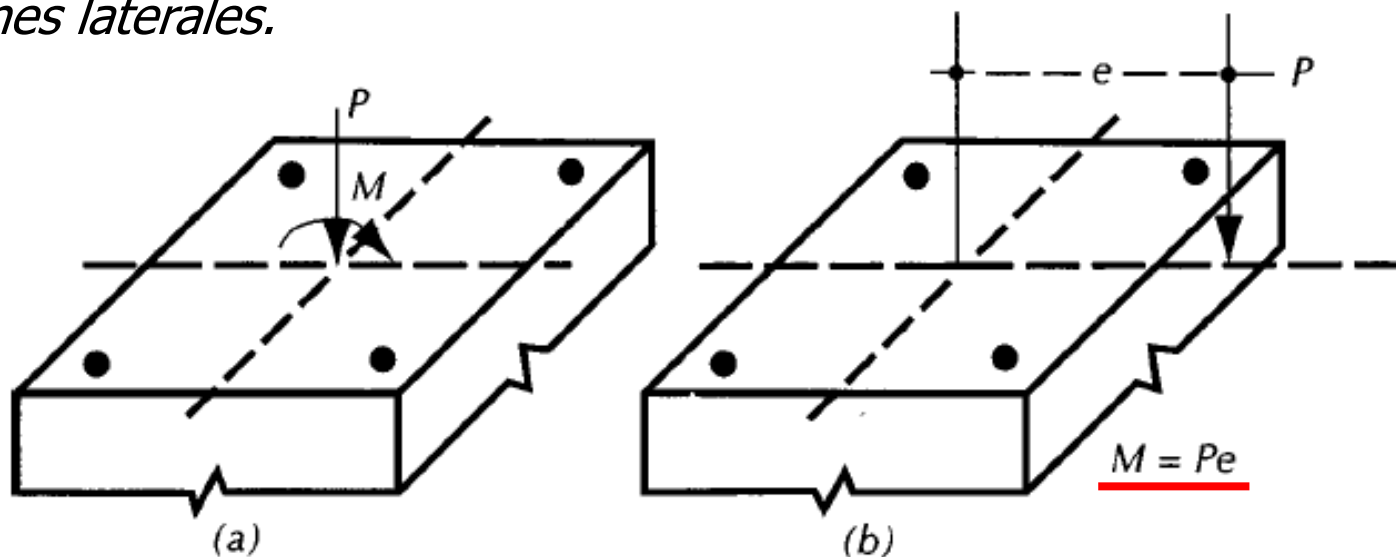


## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Compresión Axial Pura. → Formulas de Diseño (ACI)

*Es imposible que una columna quede cargada perfectamente en forma axial. Aun si las cargas pudiesen en un momento dado centrarse perfectamente, no se quedaría en su lugar. Además, las columnas pueden estar inicialmente desalineadas o tener otros defectos, con el resultado de que se generen flexiones laterales.*



*La excentricidad representa la distancia a la que la carga axial  $P$  tendría que estar situada desde el centro de la columna para producir un momento  $M$ .*



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

Compresión Axial Pura.  $\longrightarrow$  *Formulas de Diseño (ACI)*

$$P_u \leq \phi P_n$$

*Columnas Zunchadas de Concreto Reforzado.*  $\phi = 0.75$

$$\phi P_n = 0.85 \cdot \phi \cdot [0.85 \cdot F'_c \cdot (A_g - A_{s_{total}}) + A_{s_{total}} \cdot F_y]$$

$$P_u = 0.85 \cdot \phi \cdot [0.85 \cdot F'_c \cdot (A_g - A_{s_{total}}) + A_{s_{total}} \cdot F_y]$$

*Columnas Ligadas de Concreto Reforzado.*  $\phi = 0.65$

$$\phi P_n = 0.80 \cdot \phi \cdot [0.85 \cdot F'_c \cdot (A_g - A_{s_{total}}) + A_{s_{total}} \cdot F_y]$$

$$P_u = 0.80 \cdot \phi \cdot [0.85 \cdot F'_c \cdot (A_g - A_{s_{total}}) + A_{s_{total}} \cdot F_y]$$





## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

Compresión Axial Pura.



Formulas de Diseño (ACI)



Las formulas anteriores de carga axial, toman en cuenta algún momento porque incluyen el efecto de excentricidades pequeñas con los factores de **0.80** y **0.85**. Estos valores equivalen aproximadamente a suponer excentricidades reales de  $0.10h$  para columnas ligadas y  $0.05D$  para columnas zunchadas.



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Normas y Criterios de Diseño.

- *Cuantías Mínimas y Máximas en Columnas de Concreto Reforzado.*

$$1\% \leq \rho_{real} \leq 8\%$$



**Zona No Sísmica**

$$1\% \leq \rho_{real} \leq 6\%$$



**Zona Sísmica**

$$\rho_{real} = \frac{A_s}{b \cdot h}$$

$\rho_{mín} = 1\% \rightarrow$  *Se cree que si la cantidad de acero es menor que 1% , habrá una posibilidad bien definida de que ocurra una falla repentina o una falla no dúctil.*

*En realidad, el código ACI permite el uso de menos de 1% de acero de refuerzo si la columna se hubiese hecho mas grande de lo necesario para soportar las cargas, por razones arquitectónicas ó de otra índole. **En la practica real el porcentaje de acero para tales miembros debe ser 0.5% como mínimo absoluto.***



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Normas y Criterios de Diseño.

- *Cuantías Mínimas y Máximas en Columnas de Concreto Reforzado.*

$$1\% \leq \rho_{real} \leq 8\%$$



**Zona No Sísmica**

$$1\% \leq \rho_{real} \leq 6\%$$



**Zona Sísmica**

$$\rho_{real} = \frac{A_s}{b \cdot h}$$

$$\rho_{mín} = 6\%$$



*Cuando el porcentaje de acero de refuerzo es alto, se incrementa la posibilidad de que se formen cavidades alveolares en el concreto. Si esto ocurre, puede haber una reducción sustancial en la capacidad de carga de la columna.*

*En la practica, es algo difícil ajustar mas de 4% de cuantía del acero de refuerzo longitudinal.*



## Estructuras de Concreto Armado.

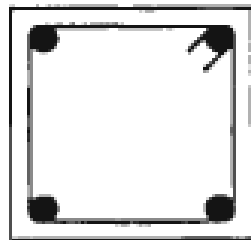
### Diseño de Columnas.

#### Normas y Criterios de Diseño.

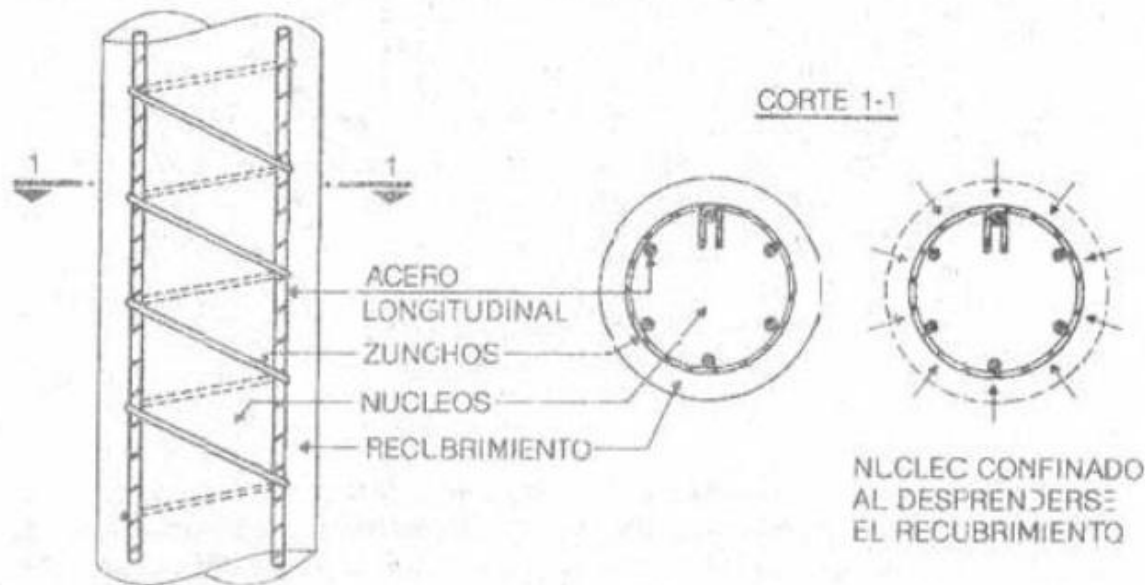
➤ *El número mínimo de cabillas para el acero de refuerzo longitudinal en un miembro sujeto a compresión será:*

✓ *Para Columnas Zunchadas* → 6 Cabillas

✓ *Para Columnas Ligadas* → 4 Cabillas



4 barras





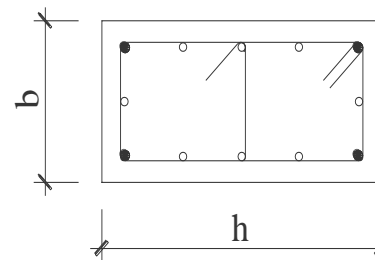
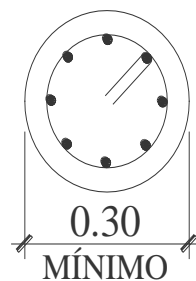
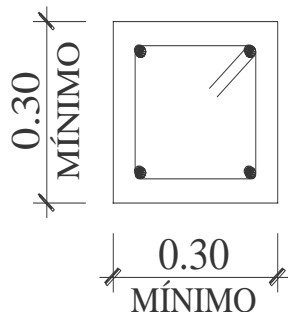
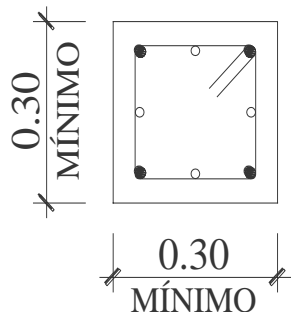
## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Normas y Criterios de Diseño.

- *La dimensión menor de la sección transversal, medida en una línea recta que pasa a través del centroide geométrico, no debe ser menor de 30 cm.*
- *La relación entre la menor dimensión de la sección transversal y la dirección perpendicular no debe ser menor que 0.40*

#### DIMENSIÓN MÍNIMA



$$\frac{b}{h} \geq 0.4$$



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Normas y Criterios de Diseño.

- *Todas las varillas del refuerzo longitudinal deberán apoyarse en ligaduras. Si el refuerzo longitudinal está compuesto por varillas menores que la #10, los estribos serán de denominación #3 o mayor. Por el contrario, si el acero longitudinal es de diámetro mayor, los estribos serán #4 o mayores.*

*El espaciamiento vertical de las ligaduras "s", deberá cumplir:*

$$s \leq 16d_{b \text{ longitudinal}}$$

$$s \leq 48d_{b \text{ estribo}}$$

$s \leq$  menor dimensión de la sección transversal de la columna



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Normas y Criterios de Diseño.

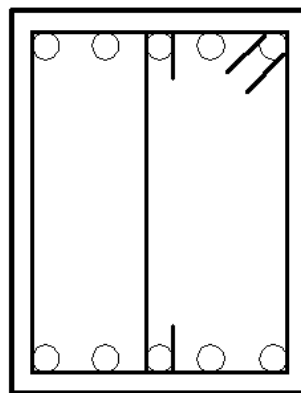
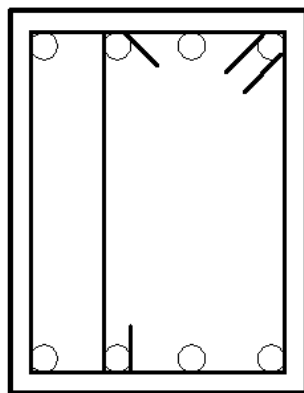
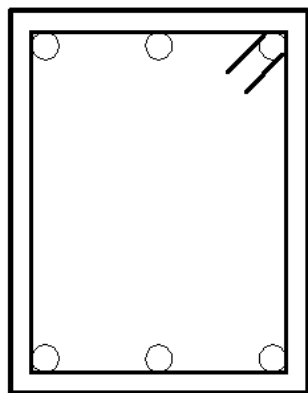
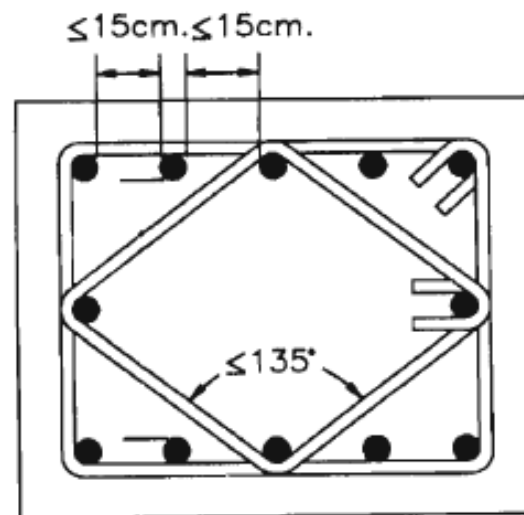
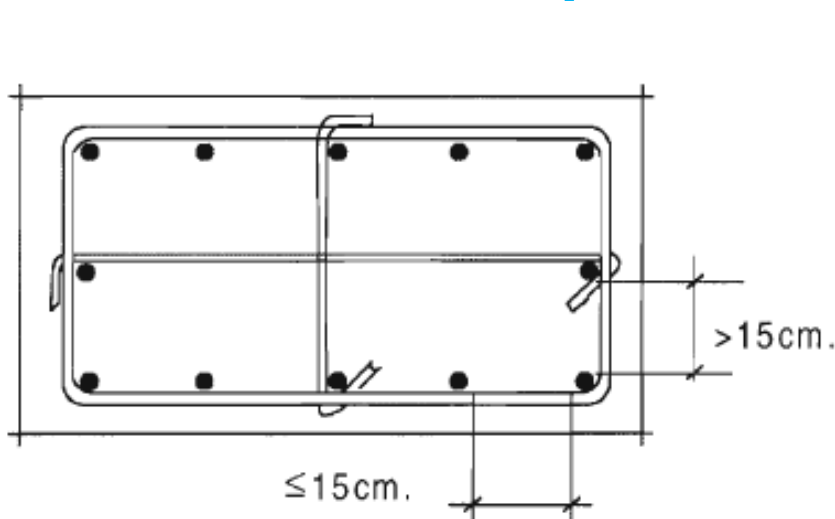
- *Las ligaduras se distribuirán como se muestra en la figura. En zonas no sísmicas los ganchos de las ligaduras pueden ser de  $90^\circ$  y las ligaduras de zonas sísmicas tienen que tener forzosamente ganchos de  $135^\circ$ . Las varillas longitudinales deberán contar, alternadamente con ligaduras que doblen alrededor de ellas. Si la distancia libre entre varillas es mayor de 15 cms., todas las varillas deberán tener estribos que las apoyen. **Las ligaduras intermedios se pueden reemplazar por amarres cruzados con ganchos de  $180^\circ$  en un extremo y de  $135^\circ$  en el otro.** Estos amarres se colocarán alternando sus extremos verticalmente.*



# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Normas y Criterios de Diseño.



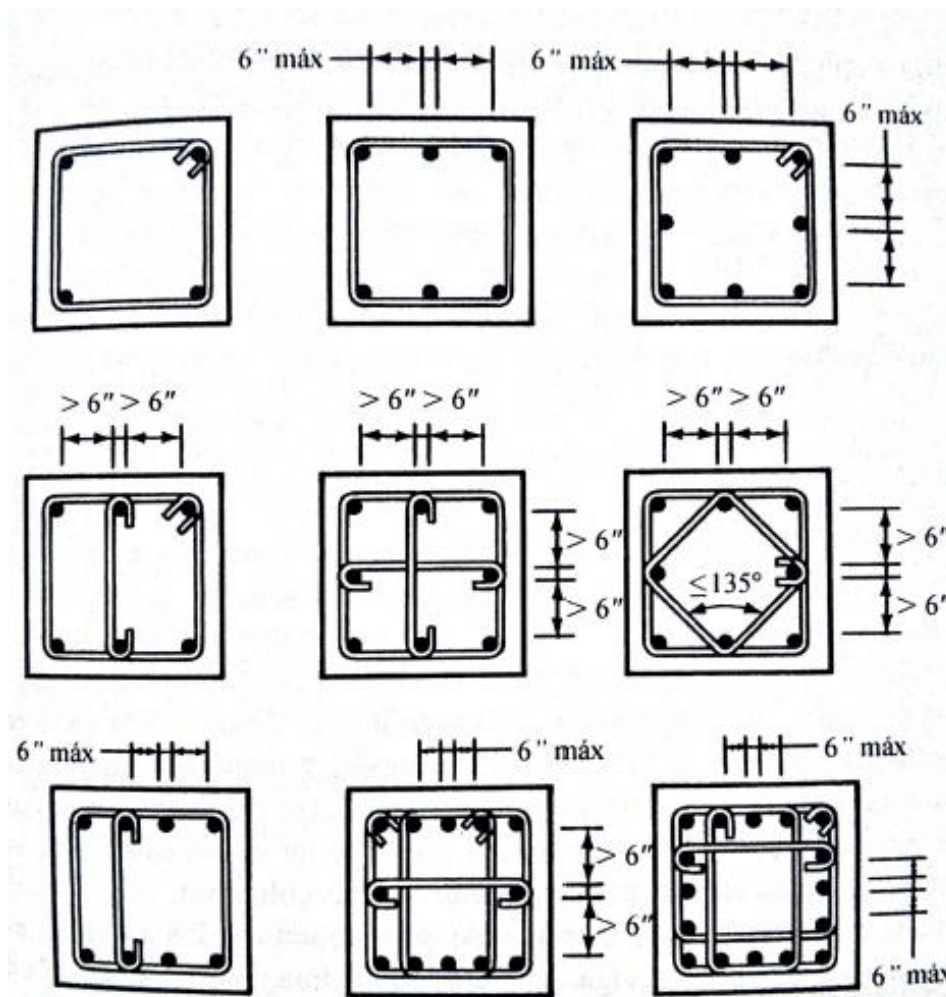




# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Normas y Criterios de Diseño.





## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Normas y Criterios de Diseño.

➤ *Cambios de Sección en Columnas.*

*En ocasiones, las dimensiones de las columnas en los pisos inferiores de una edificación son mayores que en los pisos superiores ya que están sometidas a mayores cargas. Cuando se presenten estos cambios de sección es conveniente tener en cuenta algunos criterios para el detallado del elemento. El código del ACI da algunas recomendaciones al respecto.*

*El refuerzo longitudinal sobre tramo inclinado y debajo de él debe ser paralelo al eje de la columna. El acero longitudinal doblado se apoyará en estribos diseñados para resistir una vez y media la componente horizontal del tramo inclinado. El acero será doblado antes ser colocado en el encofrado. Si las caras de la columna, antes y después del cambio de sección, están a más de **7.5 cm**, una de la otra, no deberá usarse refuerzo doblado, sino bastones empalmados con el refuerzo longitudinal.*

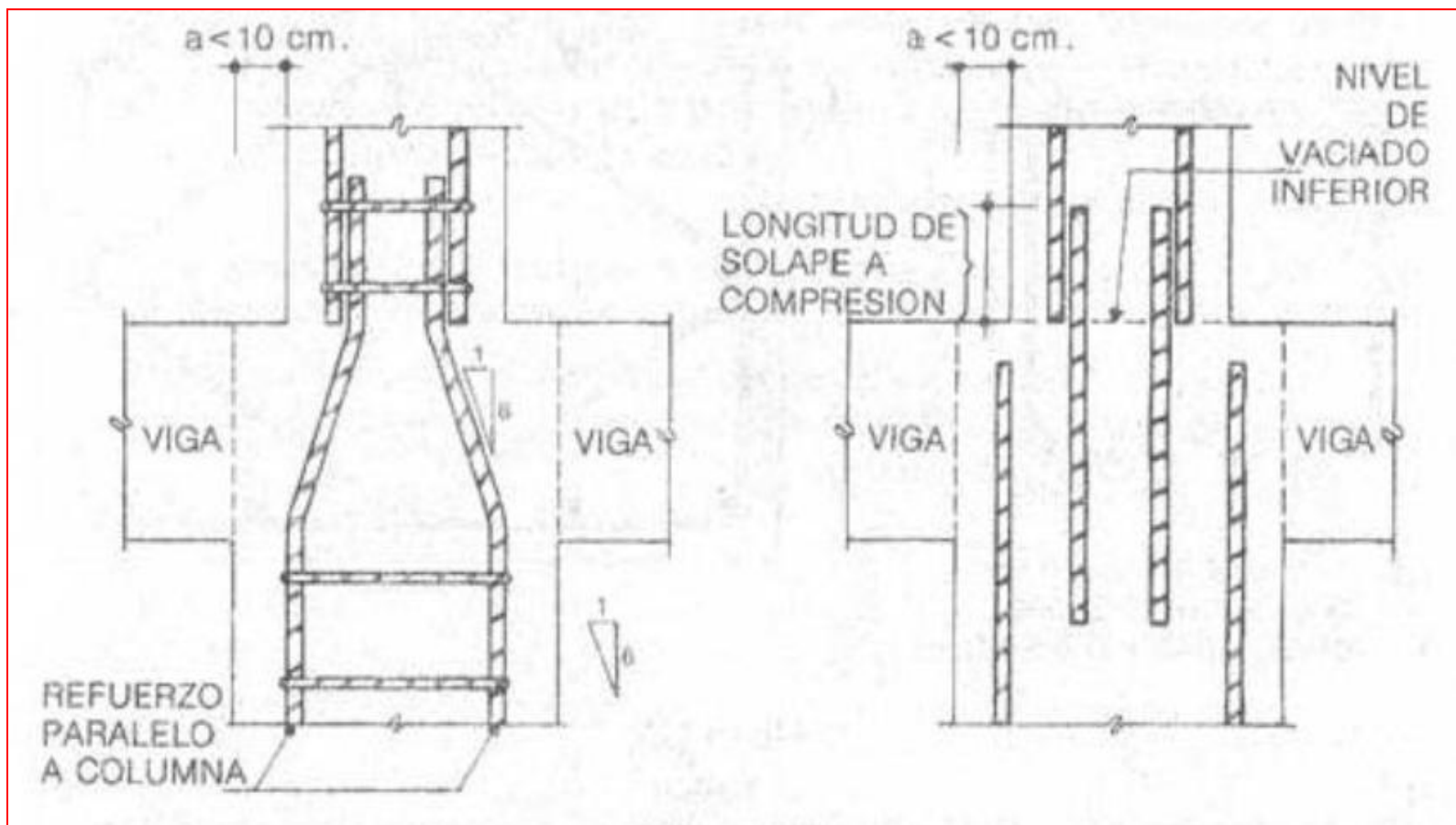


## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Normas y Criterios de Diseño.

- *Cambios de Sección en Columnas.*



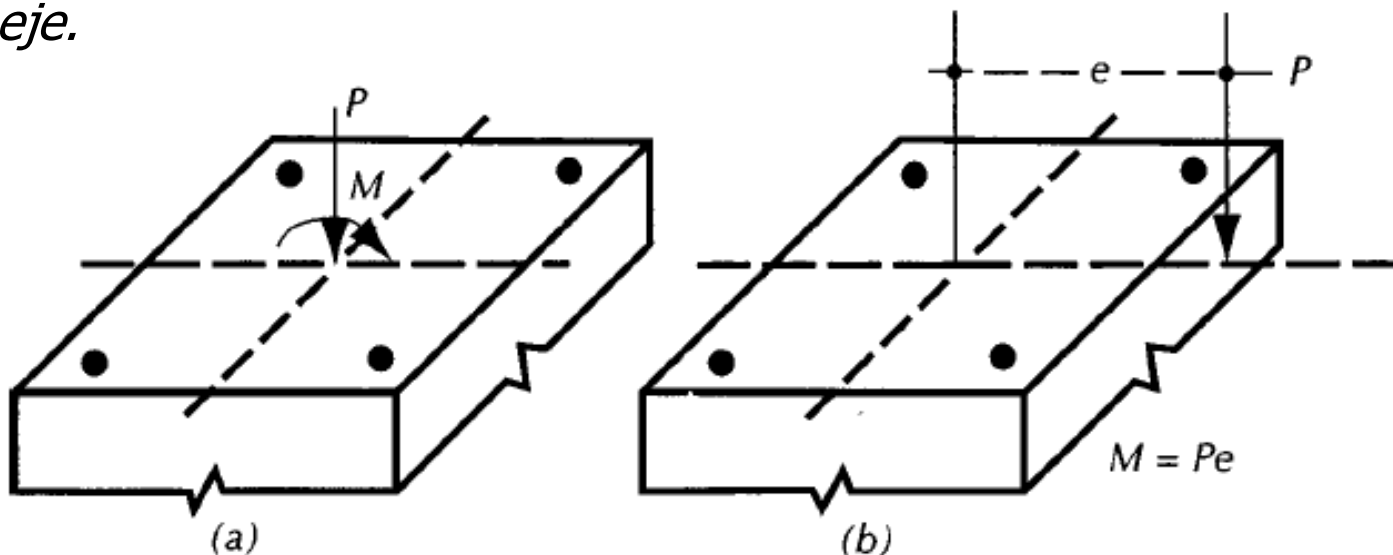


## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial.

- ✓ Elementos sometidos simultáneamente a carga axial y momento flector.
- ✓ Todas las columnas están sometidas a cierta flexión y fuerzas axiales, por lo que es necesario diseñarlas para que resistan ambas sollicitaciones.
- ✓ La Flexo – Compresión en las columnas se puede expresar de dos formas, es decir, como el efecto de una fuerza axial  $P$  y el de un momento flector  $M$  ó como el efecto de una carga axial  $P$  excéntrica respecto a un dicho eje.



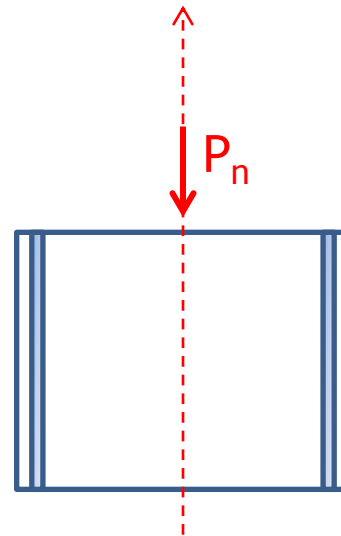


## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial.

*Las columnas se flexionan bajo la acción de los momentos y estos tendrán a producir compresión en un lado de la columna y tracción en el otro. Según sean las magnitudes relativas de los momentos y las cargas axiales, hay varias formas en que las secciones puedan fallar.*

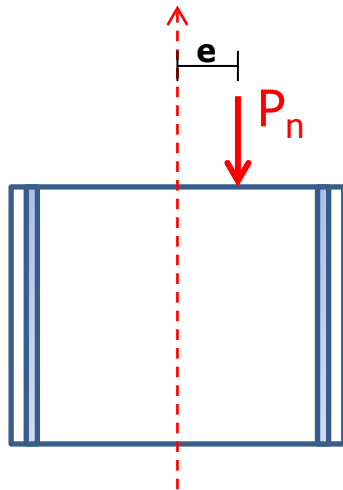


*Carga Axial grande que causa falla del concreto por aplastamiento con todo el acero de refuerzo alcanzando su cedencia en compresión.*

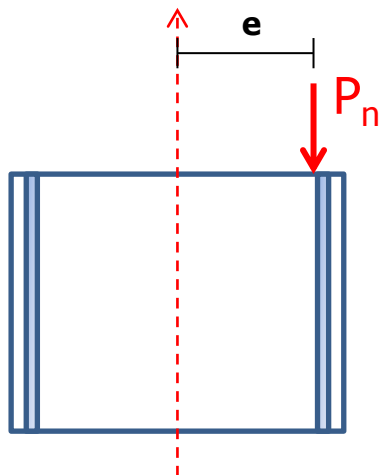


## Estructuras de Concreto Armado. Diseño de Columnas.

### Flexo – Compresión Uniaxial.



*Carga Axial grande y Momento Flector pequeño, pero toda la sección transversal a compresión. La falla ocurre por aplastamiento del concreto y todos los aceros de refuerzo trabajan en compresión.*

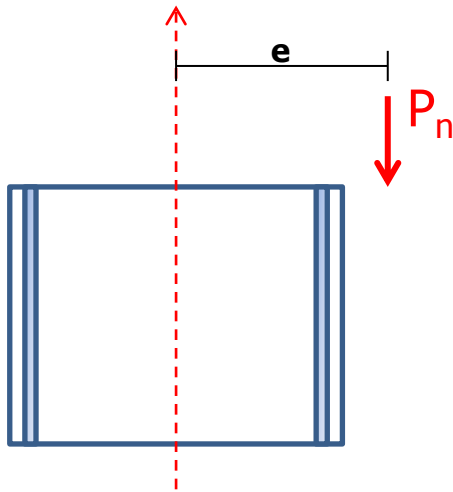


*Carga Axial grande con Momento Flector mayor que en el caso anterior. Los acero de refuerzo del lado opuesto a la carga están en tracción sin llegar al esfuerzo de cedencia. La falla ocurre por aplastamiento del concreto.*

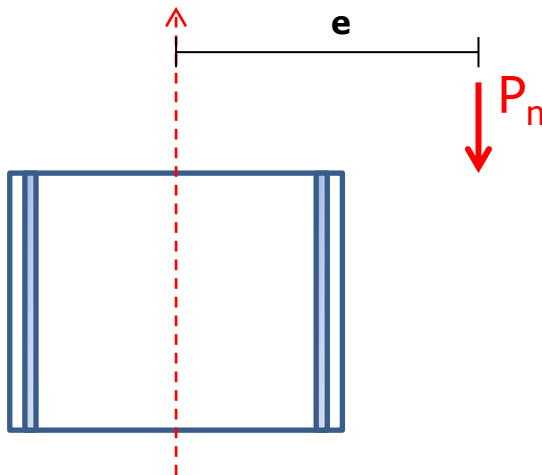


## Estructuras de Concreto Armado. Diseño de Columnas.

### Flexo – Compresión Uniaxial.



*Condición de carga balanceada; los aceros de refuerzo a tracción alcanzan su esfuerzo de cedencia al mismo tiempo que el concreto en el lado a compresión que falla a  $0.85 F'c$  por aplastamiento.*



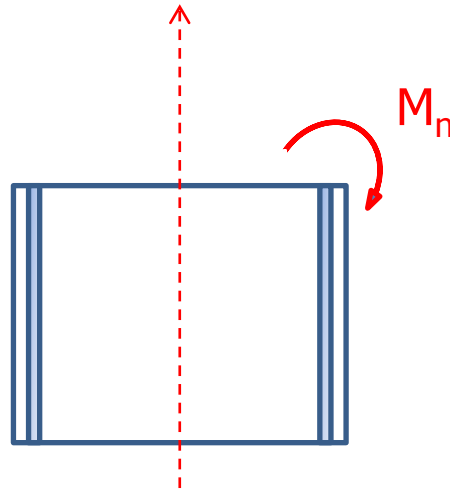
*Un momento grande, con carga axial relativamente menor, la falla se inicia por cedencia del acero de refuerzo en tracción.*



# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Flexo – Compresión Uniaxial.



*Momento Flexionante Grande; La falla ocurre como una viga (Sin carga axial apreciable)*



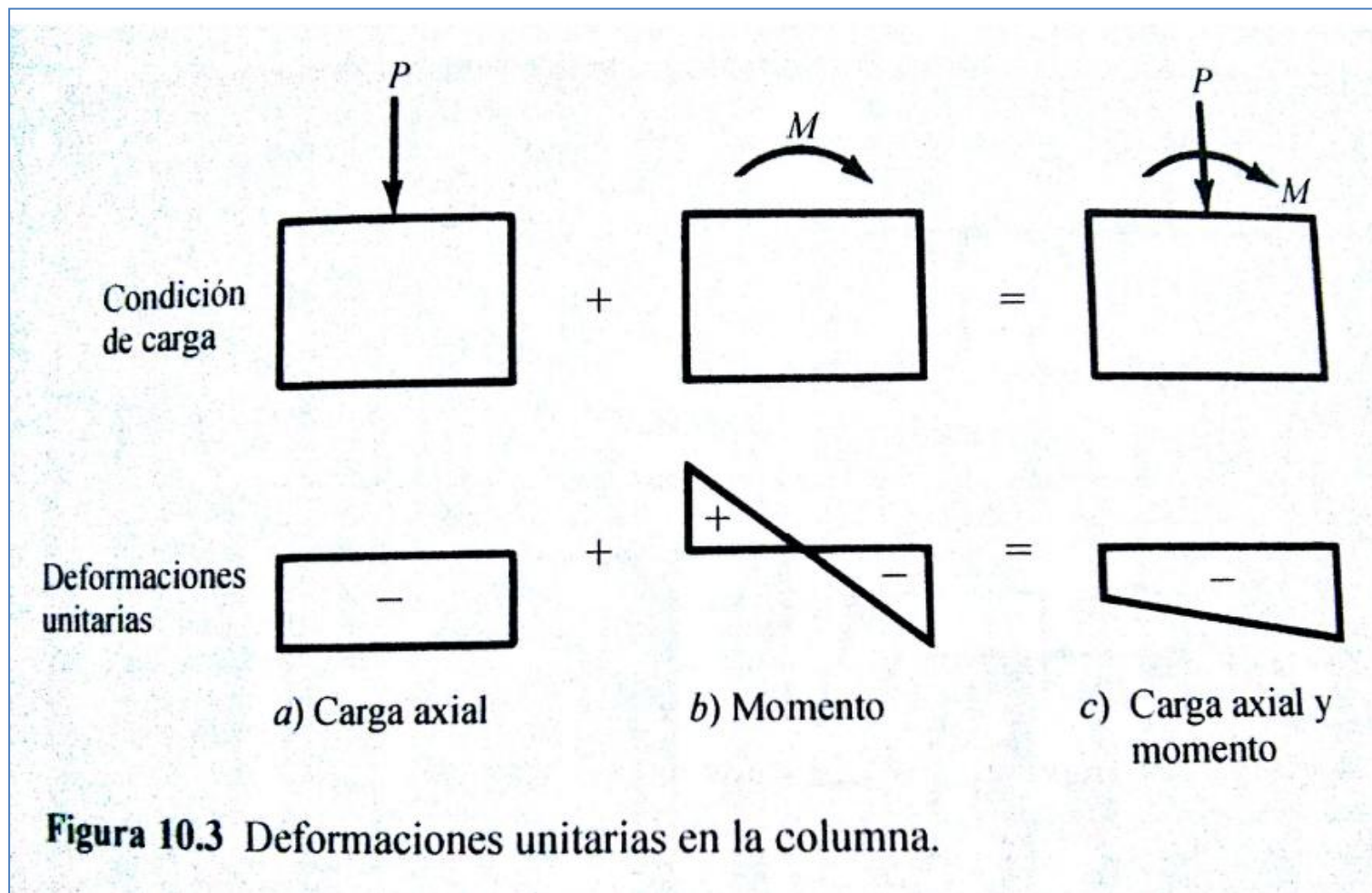


# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Flexo – Compresión Uniaxial.

SISMICA MODULO DE ADIESTRAMIENTO



**Figura 10.3** Deformaciones unitarias en la columna.

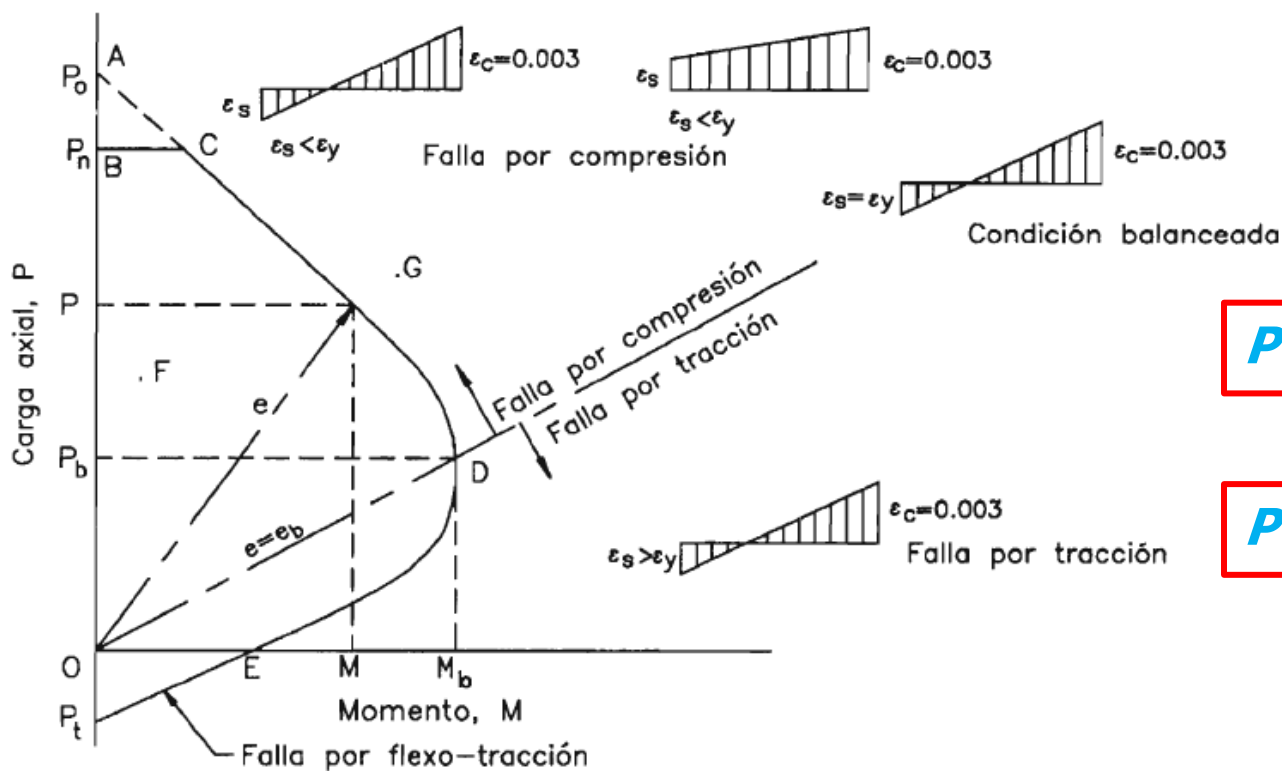


## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

Es el lugar geométrico que define la relación entre la carga axial  $P$  y el momento flector  $M$  que producen las condiciones límites de capacidad resistente, es decir, la rotura de la sección. En esta curva es posible leer el comportamiento de la pieza.



**Punto F. No Falla**

**Punto G. Si Falla**



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

El diagrama de interacción es una curva única que parte de una sección bien definida. Depende básicamente de cinco parámetros ( $A_{gr}$ ,  $A_{sr}$ ,  $F'_c$ ,  $F_y$  y  $rec$ ), al modificar uno de estos parámetros cambia la curva.

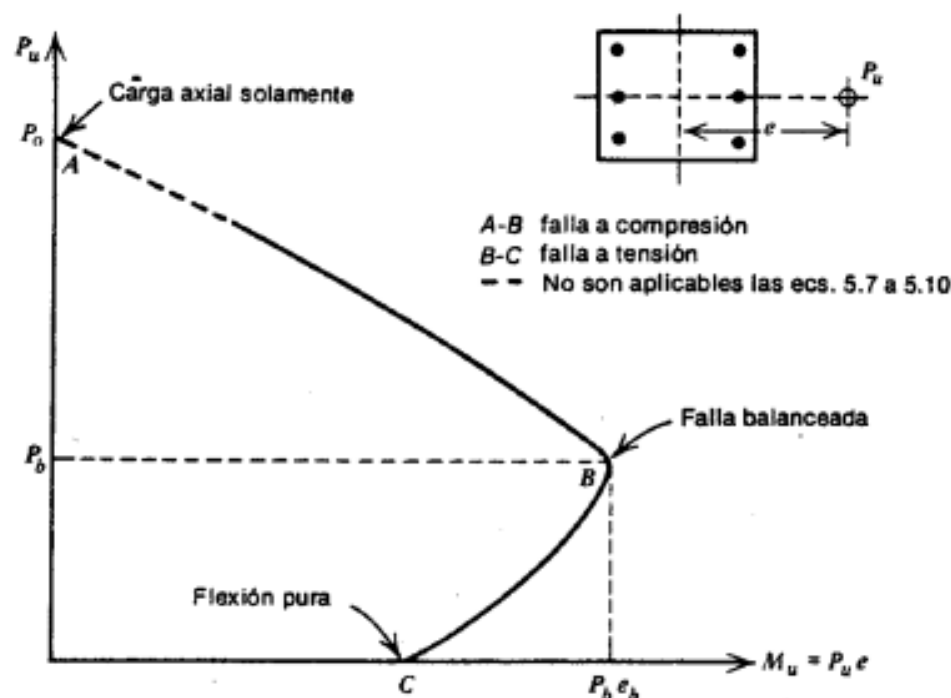


Figura 5.11. Diagrama de interacciones para una sección de columna de concreto reforzado cargada excéntricamente, indicando las combinaciones de carga y excentricidad que provocan la falla.



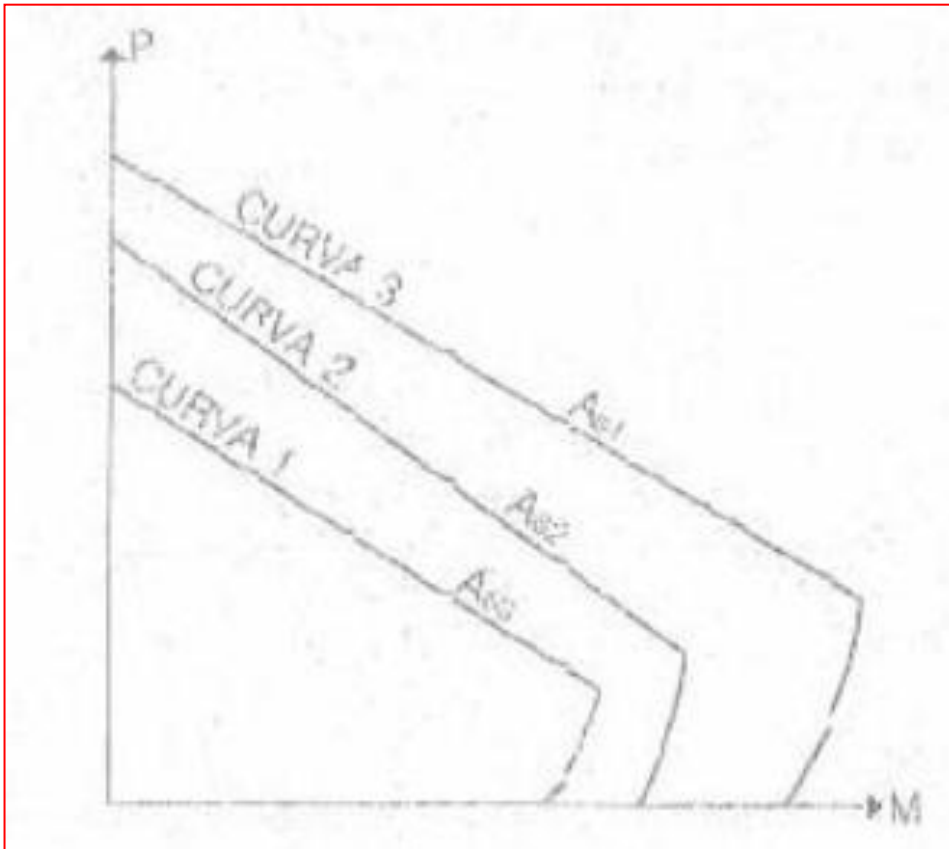
## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

Cuando se modifican los parámetros que componen la curva, se pueden obtener ciertas variaciones en la curva.

Curva 1. Patrones ( $A_g$ ,  $A_s$ ,  $F'_c$ ,  $F_y$  y  $rec$ )



Curva 2. Se vario solo  $F'_c$ , hubo un cambio de pendiente con respecto al anterior.

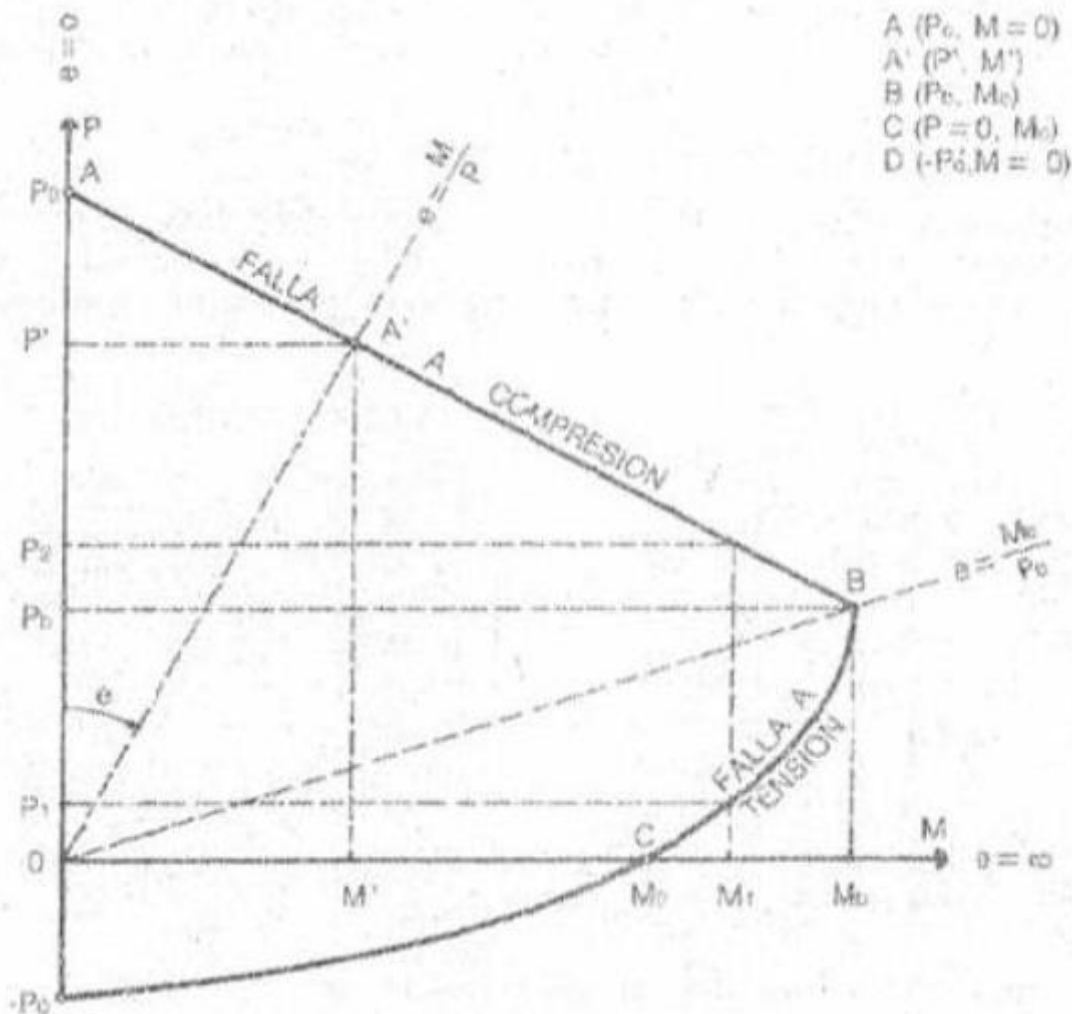
Curva 3. Se vario solo  $A_s$ , Se observa que aumente o disminuye paralelamente.



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.



*Punto A. Falla a Compresión Axial Pura.*

*Punto A'. Falla a Compresión.*

*Punto B. Falla Balanceada.*

*Punto C. Falla a Flexión Pura.*

*Punto B'. Falla a Tracción.*

*Punto D. Falla a Tracción Pura.*



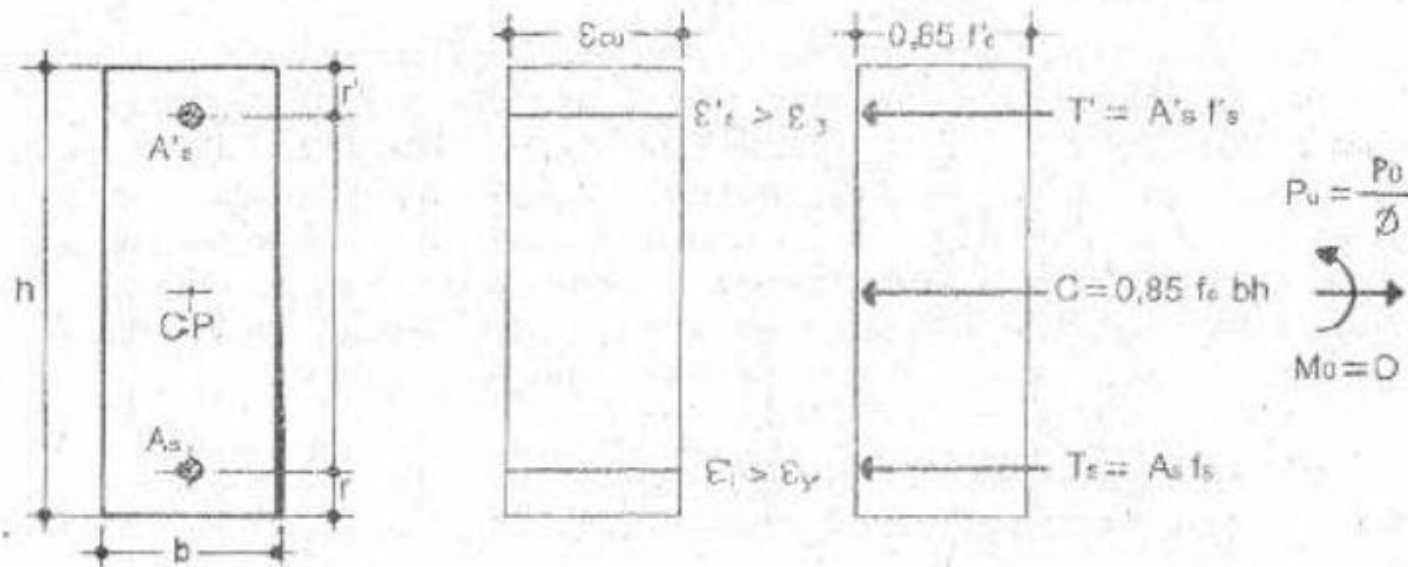
## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

##### *Punto A. Falla a Compresión Axial Pura.*

Corresponde a una carga axial pura de compresión, en condiciones de agotamiento resistente, es decir, a una deformación  $\xi_{cu} = 0.003$ , el acero se encuentra cediendo aunque en compresión, no hay momento flector ya que la excentricidad de la carga  $P_0$  es nula por coincidir en el *centroide plástico*.



$$P_0 = \sum F = C + T' + T_c, \quad \sum M = 0, \quad e = 0$$



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

##### *Punto A. Falla a Compresión Axial Pura.*

##### *Centroide Plástico:*

- ✓ *La excentricidad de la carga de una columna es la distancia de la carga al centroide plástico de la columna.*
- ✓ *El centroide plástico representa la posición de la fuerza resultante producida por el acero de refuerzo y el concreto. En otras palabras, es donde esta aplicada la carga axial pura en compresión para condiciones de agotamiento resistente.*
- ✓ *Es el punto en la sección transversal de la columna a través del cual la carga resultante de la columna debe pasar para producir una deformación unitaria uniforme en el instante de la falla.*



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

*Punto A. Falla a Compresión Axial Pura.*

*Centroide Plástico:*

*Localización del  
Centroide Plástico*



*Concreto*



*$0.85F_c$*

*Acero de Refuerzo*



*$F_y$  (Compresión)*



*Secciones Simétricas:  
El centroide plástico coincide  
con el centro de la sección  
transversal de la columna.*

*Secciones No Simétricas:  
Puede Localizarse tomando  
Sumatoria de Momentos*





## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

##### *Punto D. Falla a Tracción Pura*

*En este punto el único material que aporta resistencia es el acero de refuerzo.*

$$T_0 = A_s \cdot F_y + A'_s \cdot F_y$$



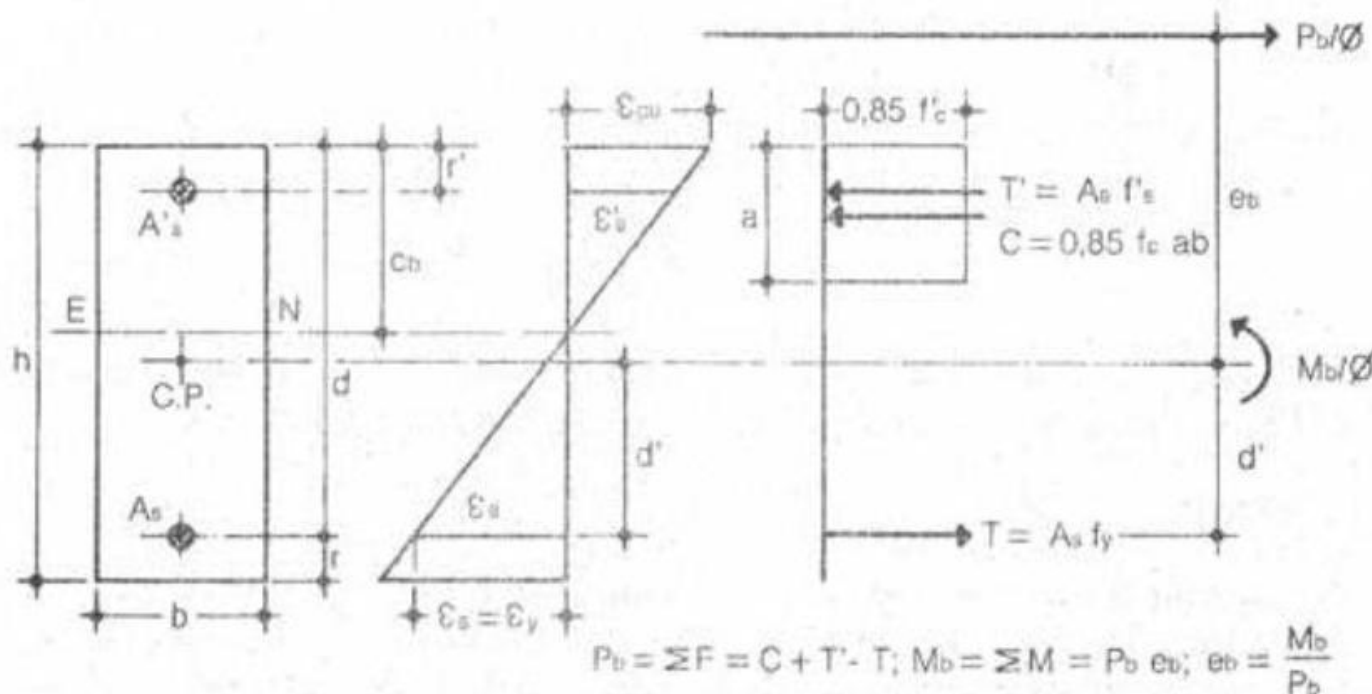
## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

##### *Punto B. Falla Balanceada*

Corresponde a la falla balanceada, existe un estado de deformaciones para el concreto de  $\xi_{cu} = 0.003$  y para el acero de refuerzo  $\xi_y = 0.002$ , es decir, el concreto comienza a triturarse simultáneamente con el acero el cual comienza a ceder.





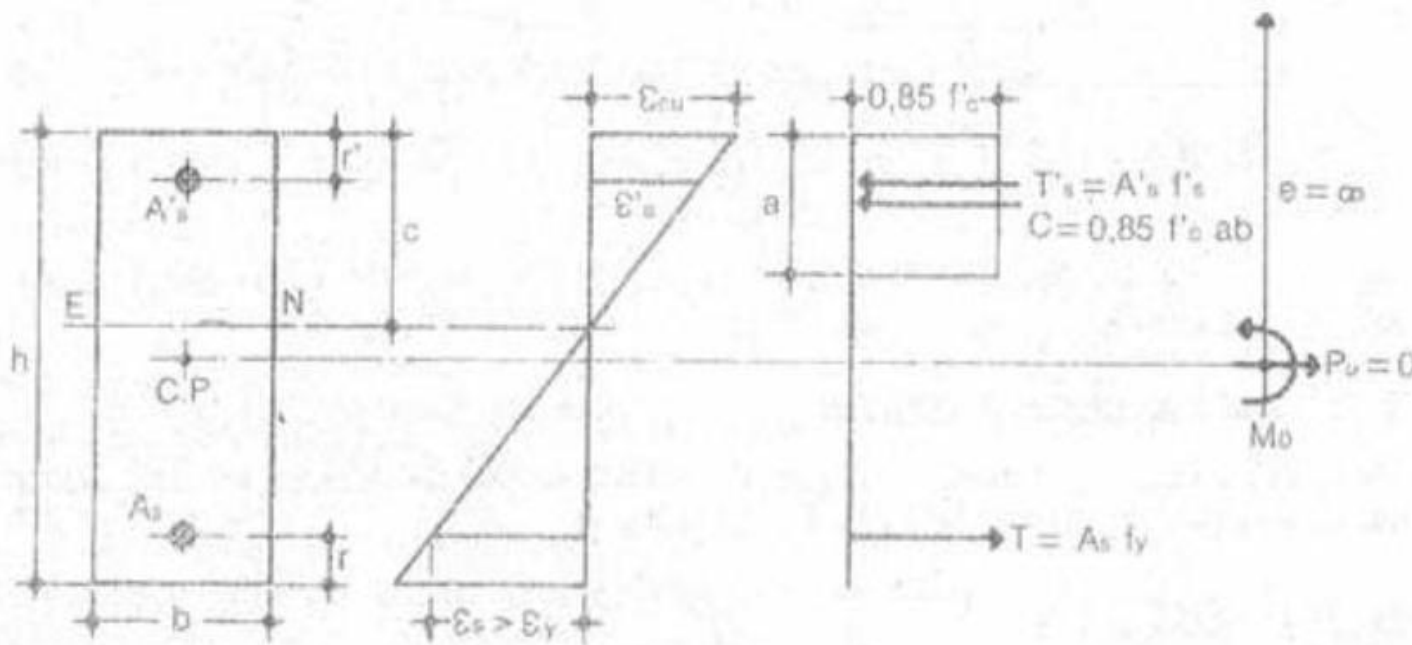
## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

##### *Punto C. Falla a Flexión Pura.*

Corresponde a una carga cero y una excentricidad infinita  $e = \infty$ , lo cual implica momento flector puro, existe un estado de deformaciones en el concreto de  $\xi_{cu} = 0.003$  y en la zona de tracción de la sección el acero ya ha cedido con deformaciones mayores a la cedente  $\xi_s > \xi_y$ .



$$P_u = 0 = \sum F = C + T - T; \quad M_0 = \sum M; \quad e = \infty$$



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

##### *Punto A. Falla a Compresión.*

*Es una falla a compresión porque  $P_u > P_b$ , una parte del acero de refuerzo ha comenzado a trabajar en tracción pero no ha alcanzado la cedencia.*

##### *Punto B. Falla a Tracción.*

*Es una falla a tracción porque  $P_u < P_b$ , en este caso el acero en tracción se encuentra cediendo, situación que continua hasta el caso de flexión pura.*

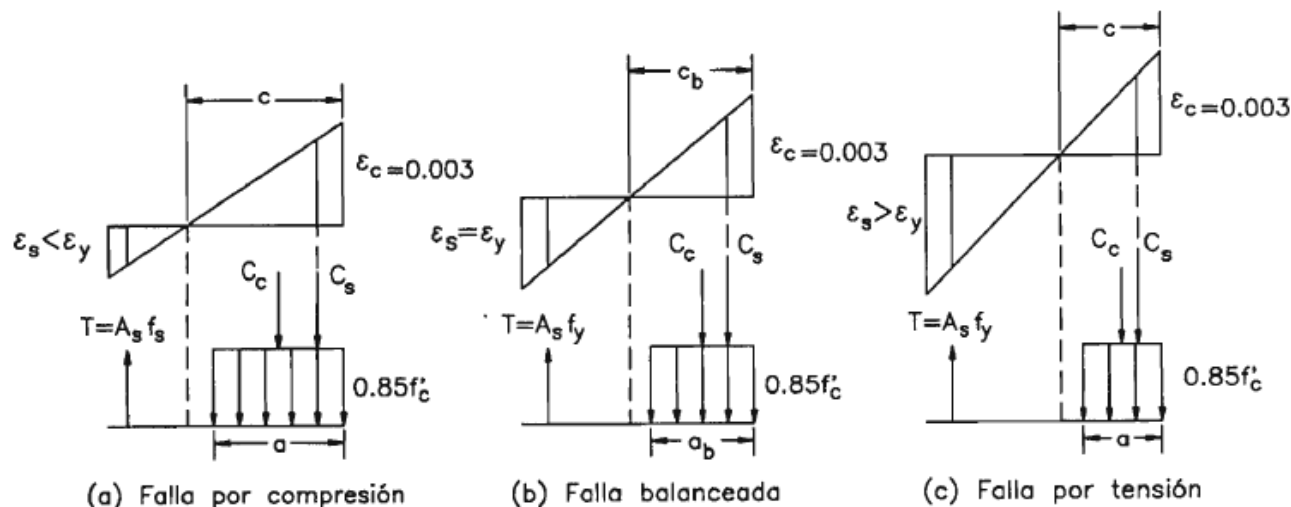


Figura 10.4. Tipos de fallas de columnas sometidas a flexo-compresión

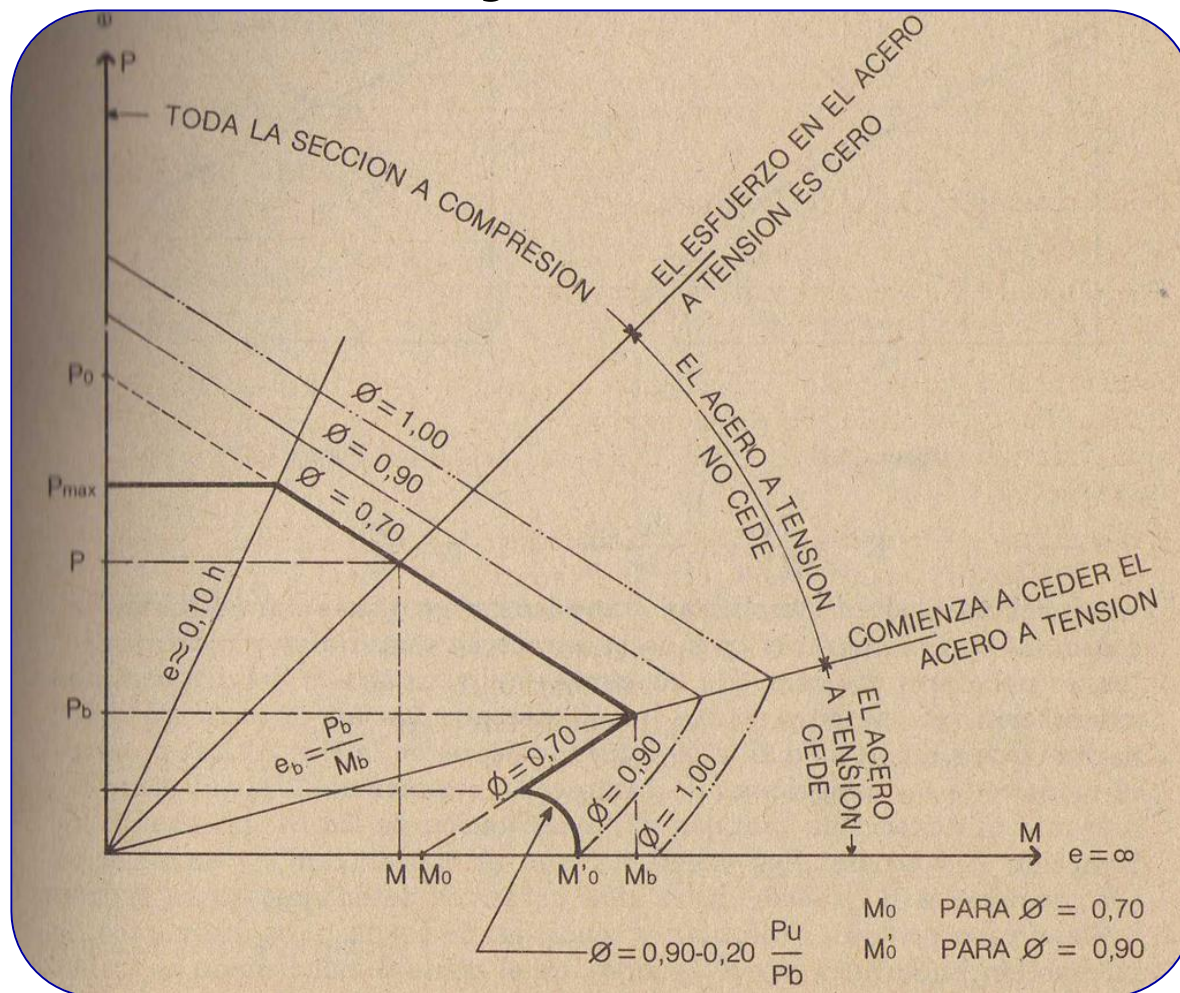


# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

*Influencia del factor  $\Phi$  en el diagrama de interacción.*



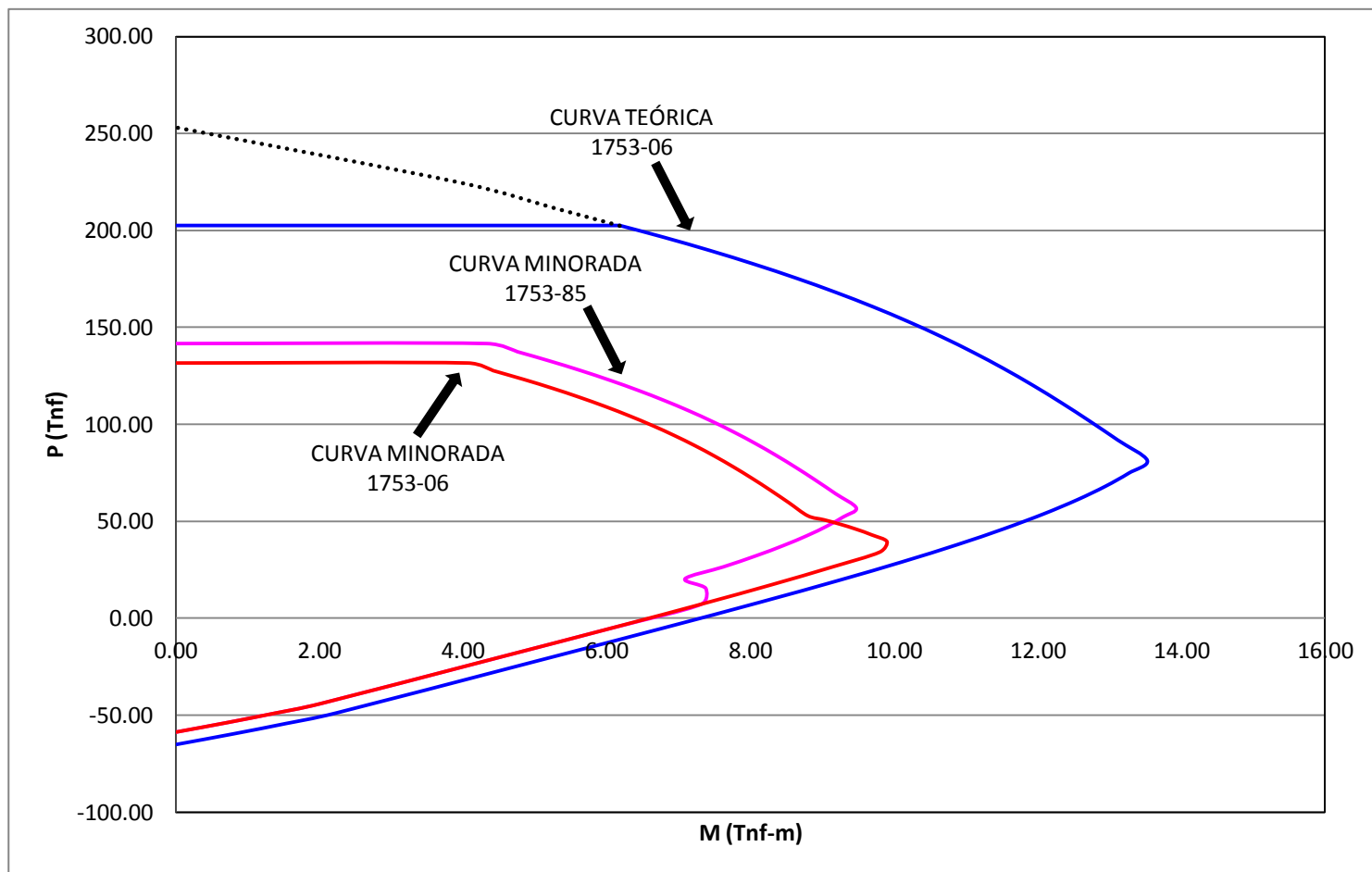


## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

*Influencia del factor  $\Phi$  en el diagrama de interacción.*



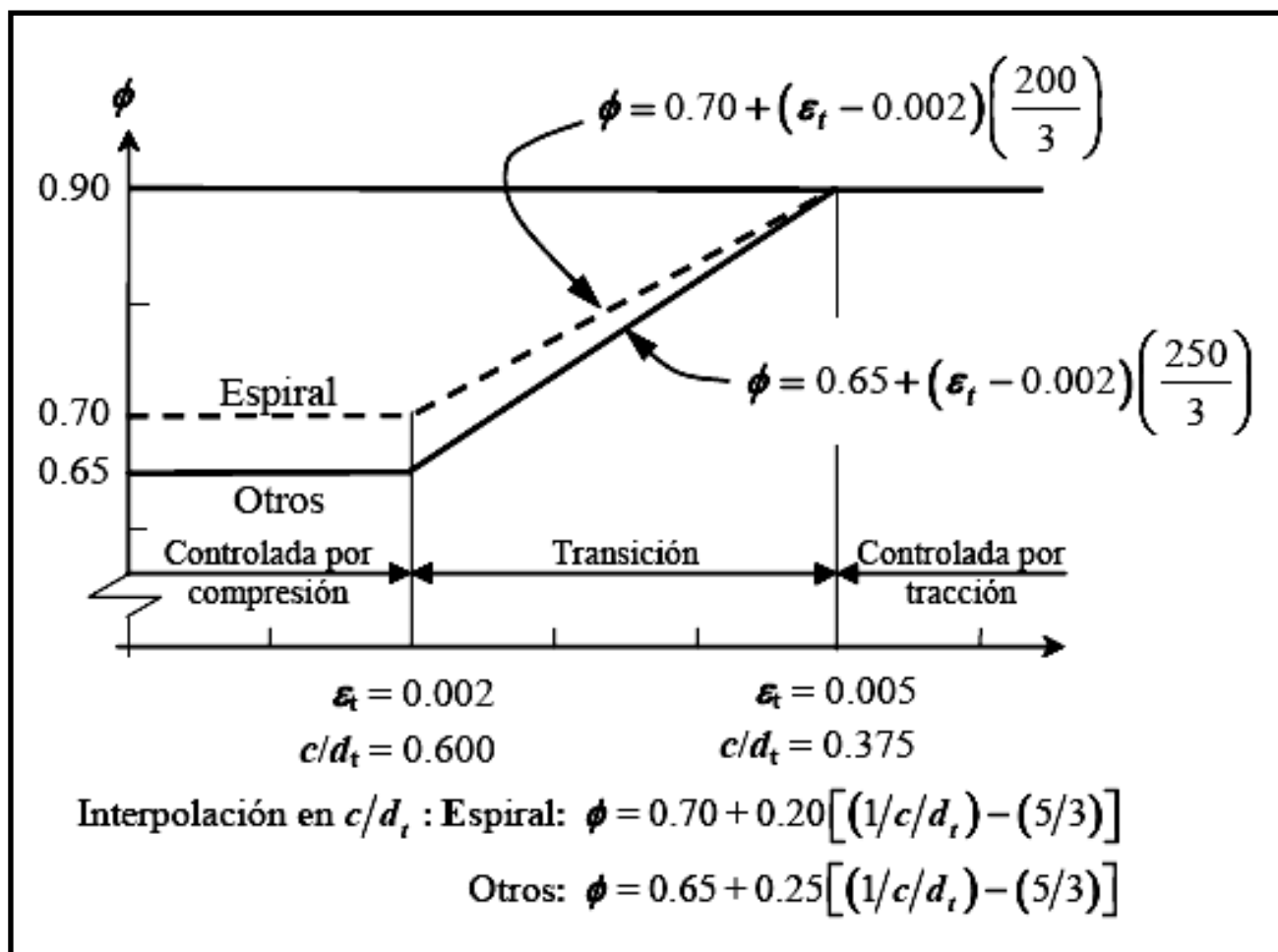


## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo – Compresión Uniaxial. Diagrama de Interacción.

*Influencia del factor  $\phi$  en el diagrama de interacción.*





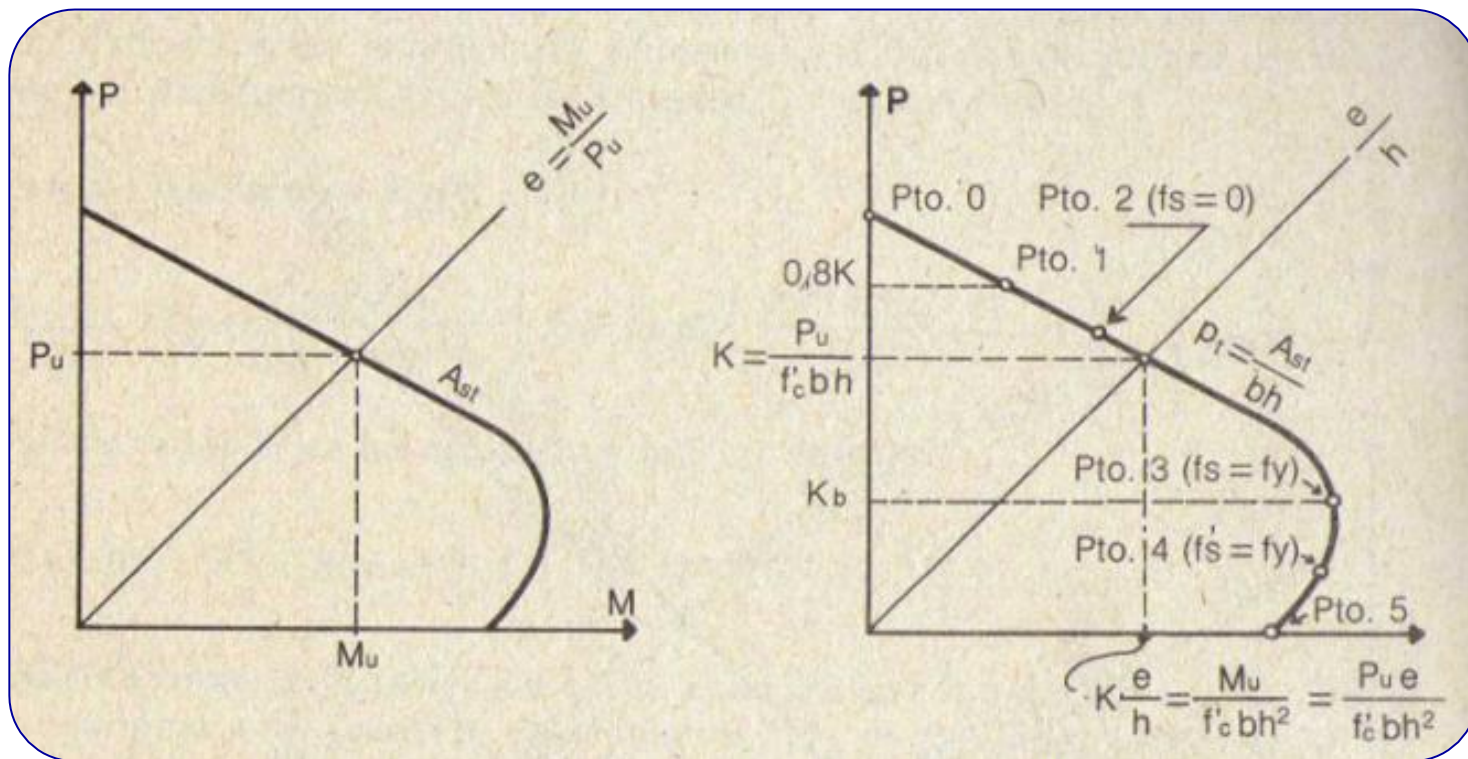
## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Uniaxial.

#### Diagramas de Interacción Adimensionales.

Son diagramas de interacción que se han construidos con la transformación de los parámetros a valores sin unidades, permitiendo el uso de cualquier tipo de columna, sin restricciones de dimensiones y áreas de acero de refuerzo.







## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Uniaxial.

#### Diagramas de Interacción Adimensionales.

*Parámetros Adimensionales.*

*Fuerza de Compresión Adimensional (K)*

$$k = \frac{P_u}{F'_c \cdot b \cdot h}$$

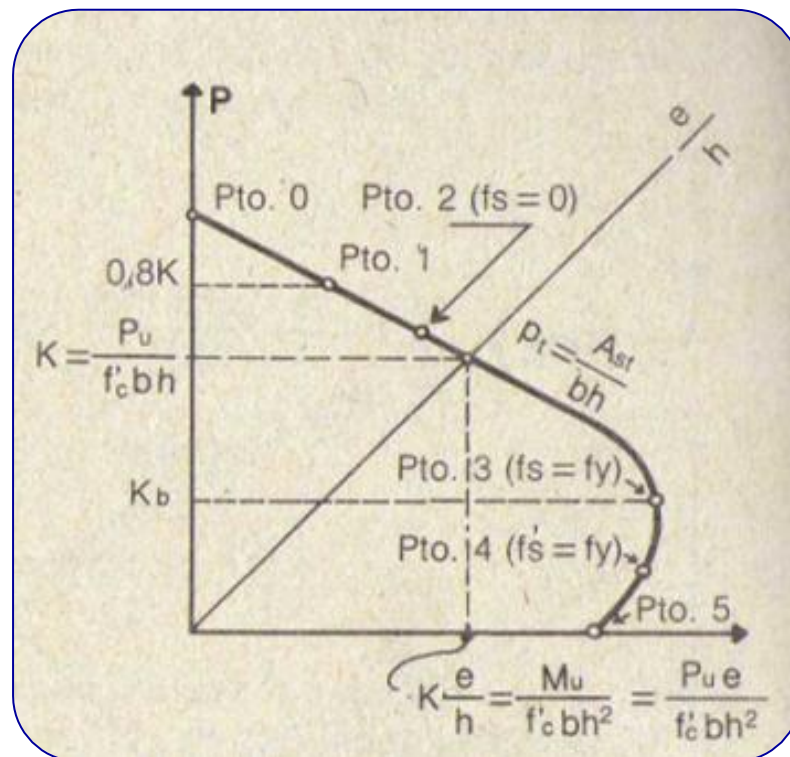
*Momento Flector Adimensional (K. (e/h))*

$$k \cdot \left(\frac{e}{h}\right) = \frac{P_u}{F'_c \cdot b \cdot h} \cdot \frac{e}{h}$$

$$k \cdot \left(\frac{e}{h}\right) = \frac{M_u}{F'_c \cdot b \cdot h^2}$$

*Excentricidad Adimensional (e/h)*

$$\left(\frac{e}{h}\right) = \frac{M_u}{P_u \cdot h}$$



*Cuantía de acero total (pt)*

$$\rho_t = \frac{A_{st}}{b \cdot h}$$



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Uniaxial.

#### *Diagramas de Interacción Adimensionales.*

*Variables de los diagramas de interacción adimensionales.*

*Acero de Refuerzo*



*Esfuerzo Cedente  $F_y$*

*Concreto*

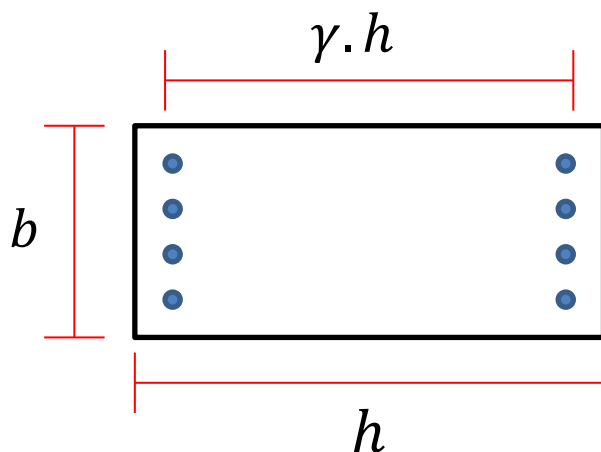


*Resistencia Cilíndrica a compresión  $F'_c$*

*Recubrimiento*



*Se expresa según la ubicación del acero de refuerzo a través de la variable  $\gamma$*



$$\gamma = \frac{h - 2rec}{h}$$



# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Flexo-Compresión Uniaxial.

### Diagramas de Interacción Adimensionales.

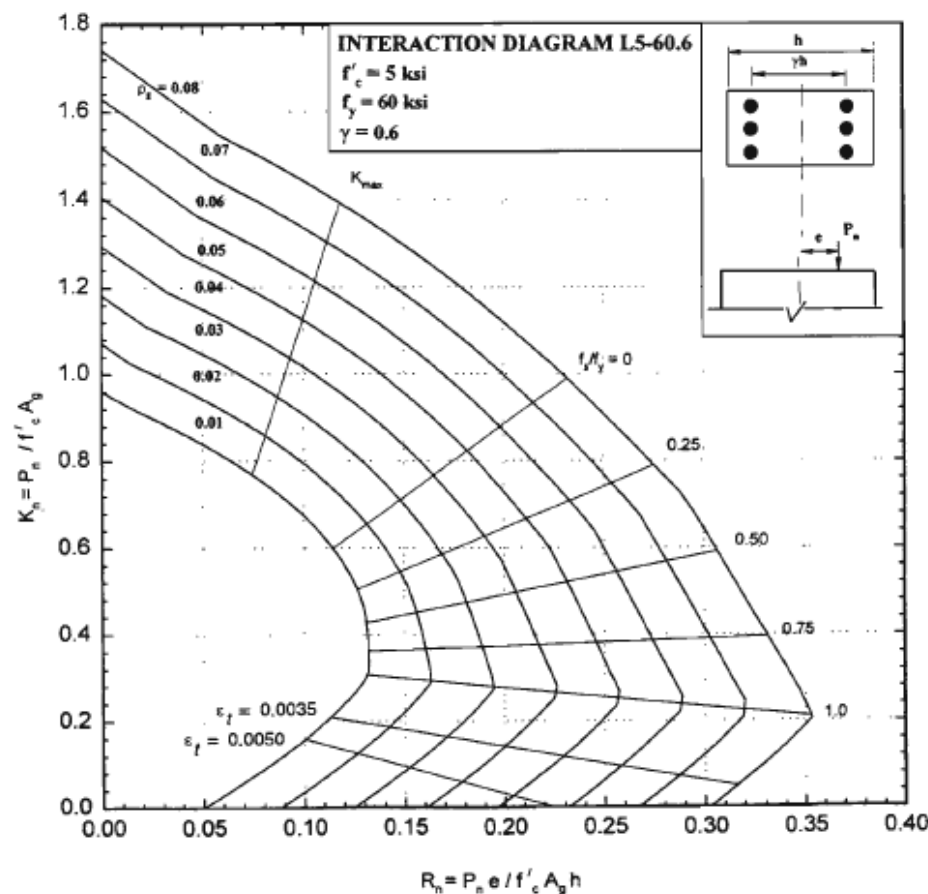


Diagrama C.25. Columna Rectangular, Refuerzo 2 caras,  $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$  ACI # L5-60.6



# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Flexo-Compresión Uniaxial.

### Diagramas de Interacción Adimensionales.

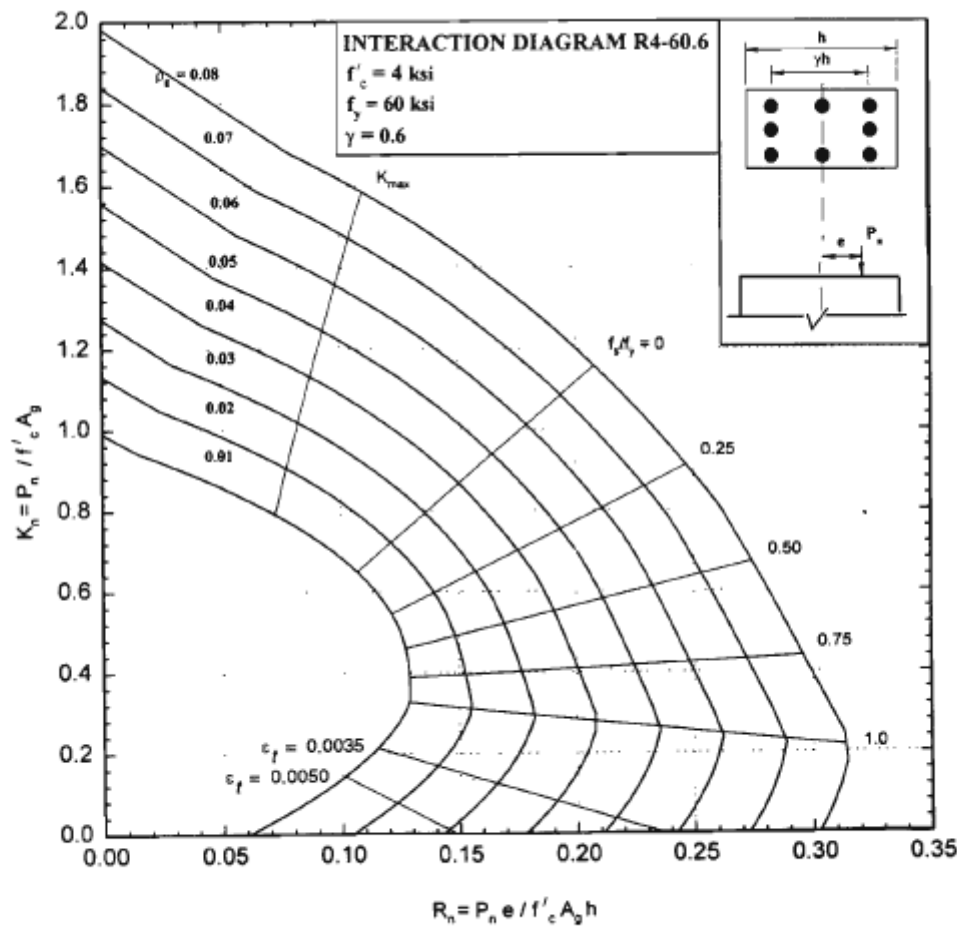


Diagrama C.5. Columna Rectangular. Refuerzo 4 caras.  $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$  ACI # R4-60.6



# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Flexo-Compresión Uniaxial.

### Diagramas de Interacción Adimensionales.

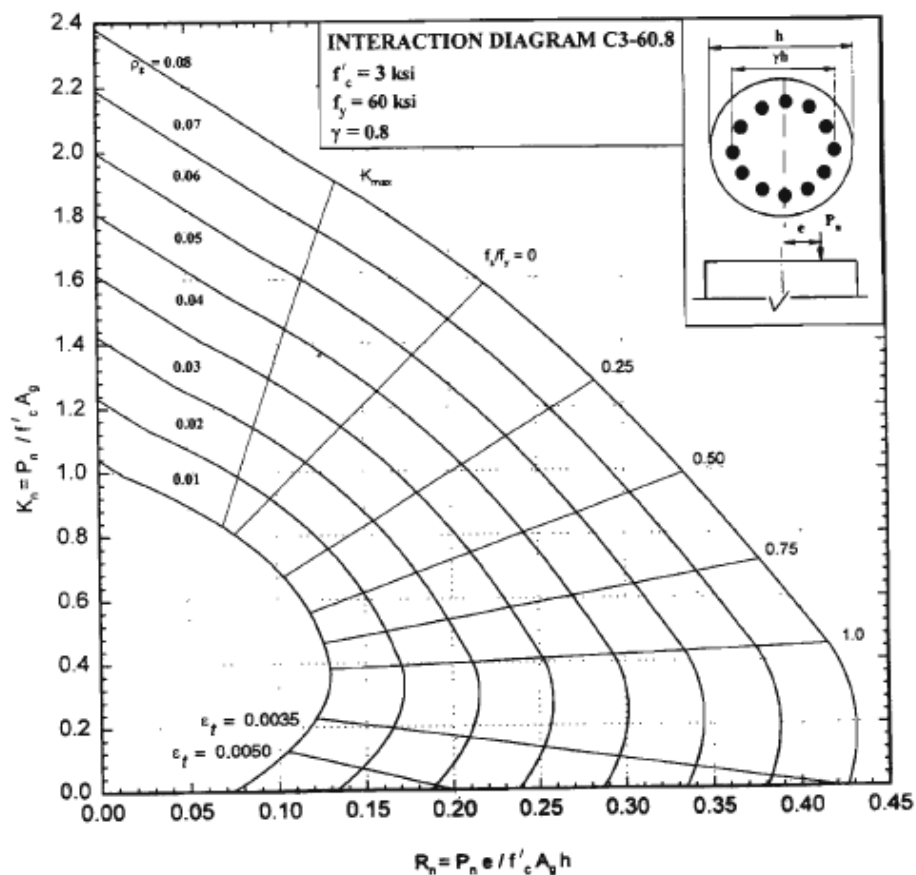


Diagrama C.35. Columna Circular. Refuerzo Uniforme,  $f'_c = 210 \text{ kg/cm}^2$  ACI # C3-60.8



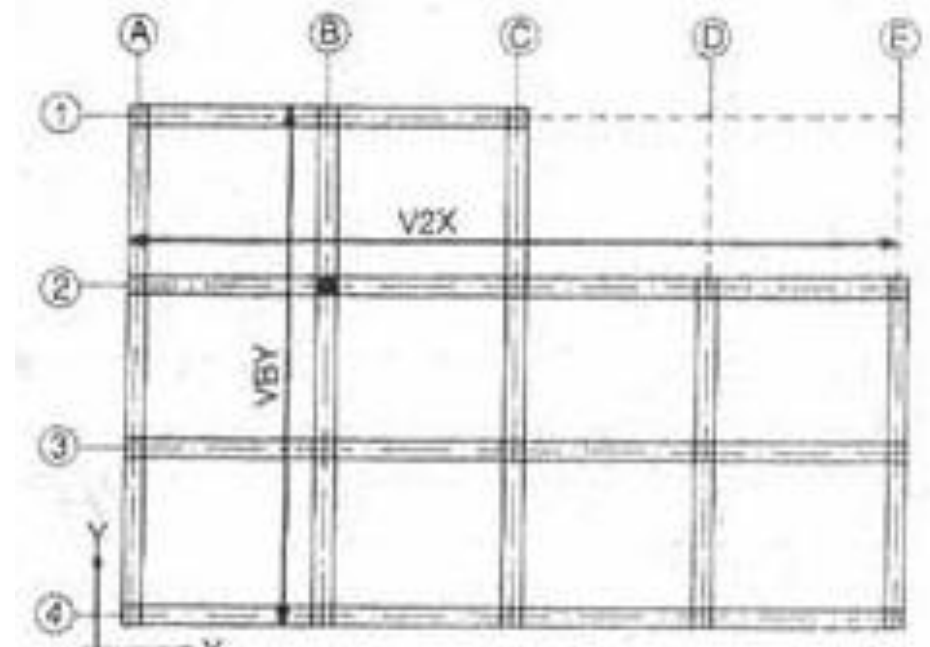
## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

*Cuando una sección es solicitada simultáneamente por carga axial y momento en dos direcciones alrededor de sus ejes principales, se dice que existe flexo-compresión esviada ó biaxial.*

*Cuando las columnas son vaciadas monolíticamente, como si fueran partes de marcos ó pórticos en ambas direcciones o donde las columnas soportan vigas de fachada muy pesadas.*





## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

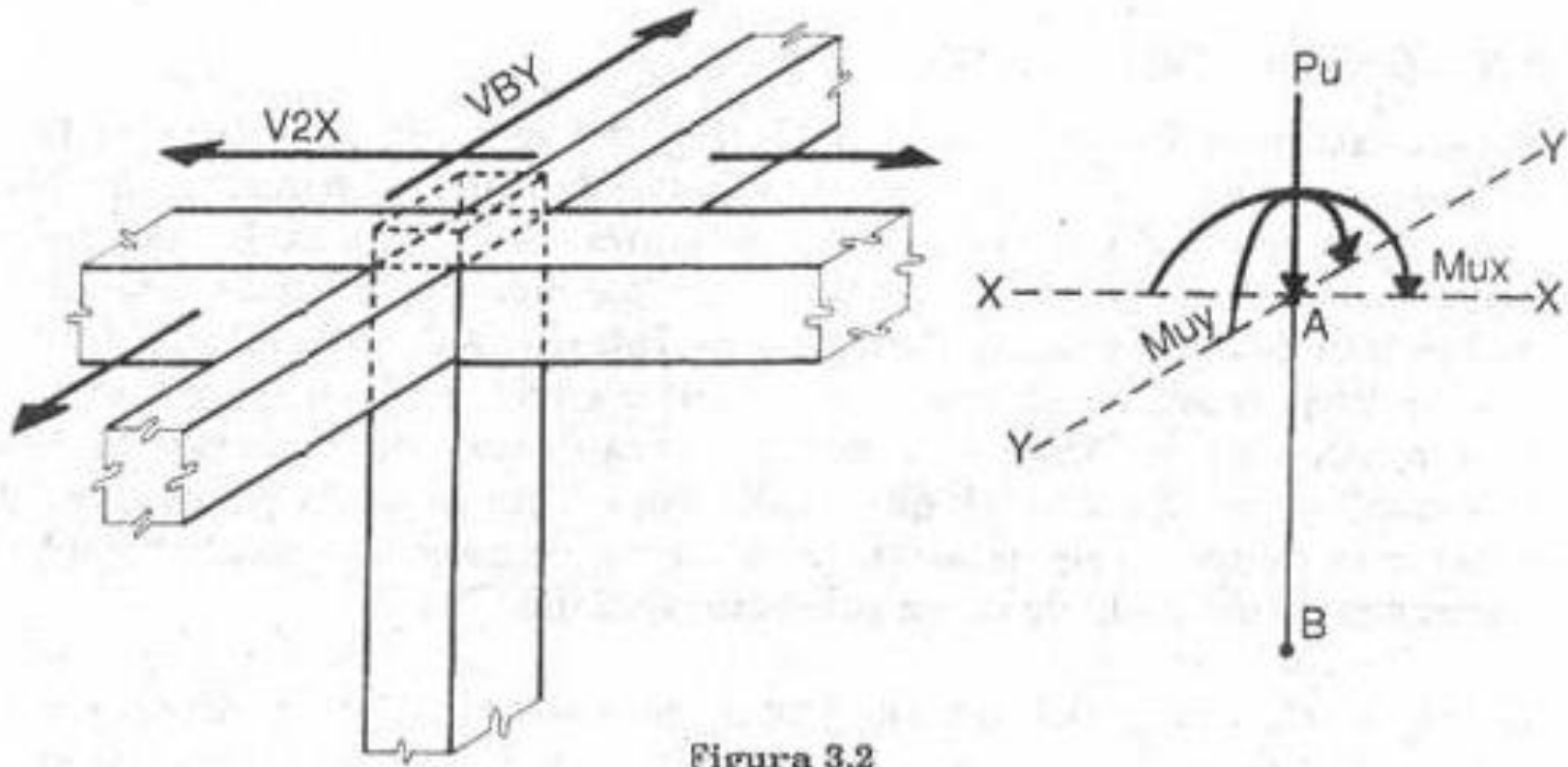


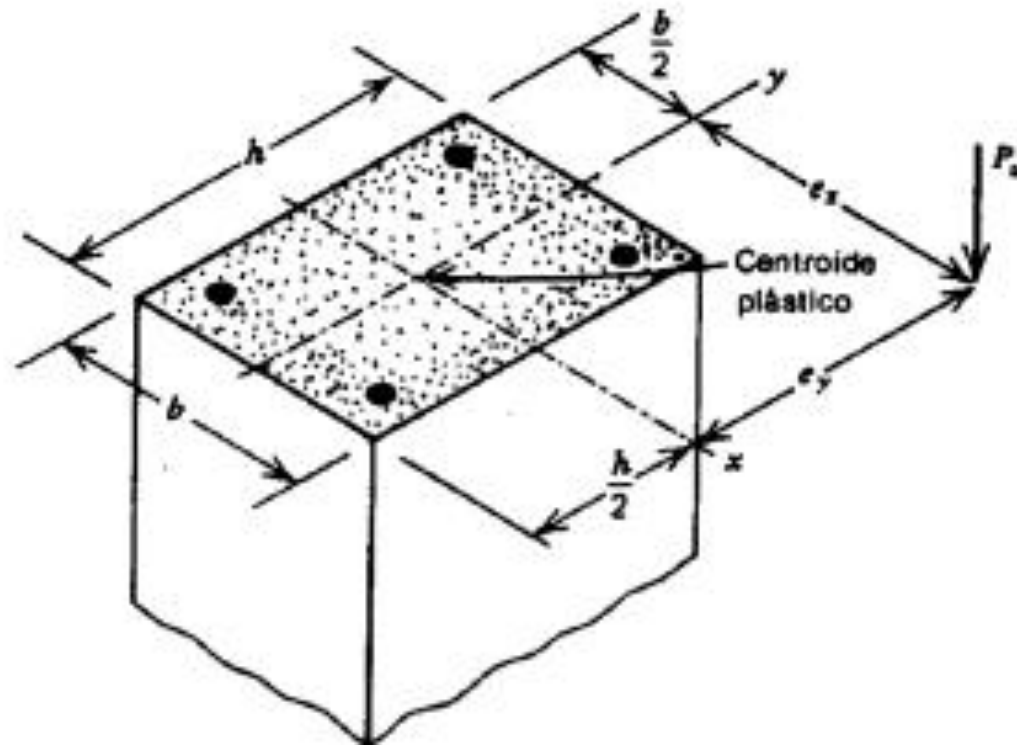
Figura 3.2



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.







## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

##### *Contorno de Interacción:*

*La falla de estos elementos es función de tres variables: carga axial, momento en la dirección X y momento en la dirección Y, por lo que el diagrama de interacción deja de ser una curva para transformarse en una superficie. La intersección de dicha superficie con el plano  $P_n-M_{nx}$  corresponde al diagrama de interacción de una columna sometida a flexión uniaxial en la dirección X y la intersección con el plano  $P_n-M_{ny}$  corresponde al diagrama de interacción con flexión sólo alrededor de Y.*

*La forma de esta curva será función de la geometría de la columna, de los materiales que la componen, de la cantidad de área de acero y la ubicación de estos en las columnas, es decir, del recubrimiento y por supuesto del nivel de carga axial que se tiene.*



# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Flexo-Compresión Biaxial.

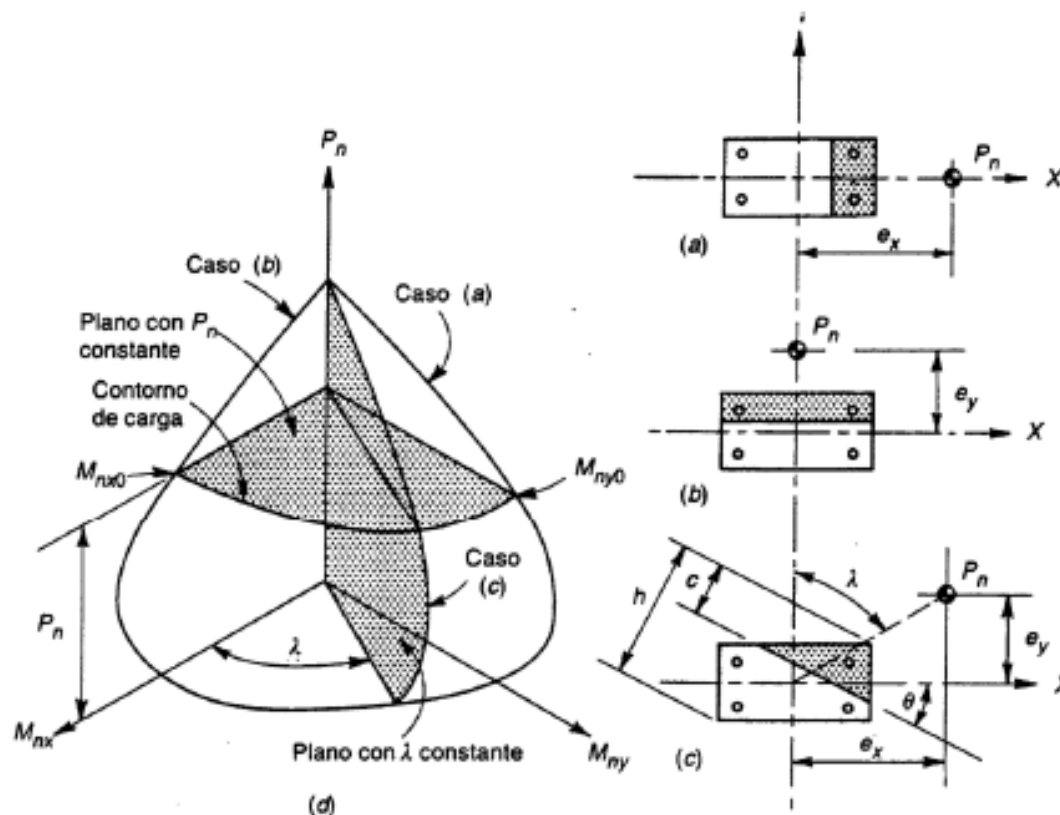


FIGURA 8.15

Diagrama de interacción para compresión y flexión biaxial: (a) flexión uniaxial con respecto al eje Y; (b) flexión uniaxial con respecto al eje X; (c) flexión biaxial con respecto a un eje diagonal; (d) superficie de interacción.



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

*Es posible determinar una serie de puntos y establecer la forma de la superficie de interacción. Para ello, se asume un eje neutro con una inclinación a respecto al eje centroidal y una distribución de deformaciones en la sección. Con las deformaciones asumidas, se calculan los esfuerzos en el concreto y el acero, las fuerzas en ellos y finalmente por equilibrio se determinan la carga axial y el momento resistente, en X y en Y, de la sección. Este procedimiento se repite considerando otra distribución de deformaciones y otra inclinación del eje neutro respecto al eje centroidal. Como se puede apreciar, este proceso es laborioso y no es práctico.*

*Para simplificar el diseño se han propuesto dos métodos a través de los cuales se puede estimar la capacidad resistente de una sección determinada sometida a flexión biaxial sin necesidad de conocer la superficie de interacción de la columna. El primero se denomina método de la carga recíproca o de Bresler, en honor a quien lo propuso: Boris Bresler y el segundo es el método del contorno de carga, desarrollado por Parme, Nieves y Gouwens.*



# Estructuras de Concreto Armado.

## Diseño de Columnas.

### Flexo-Compresión Biaxial.

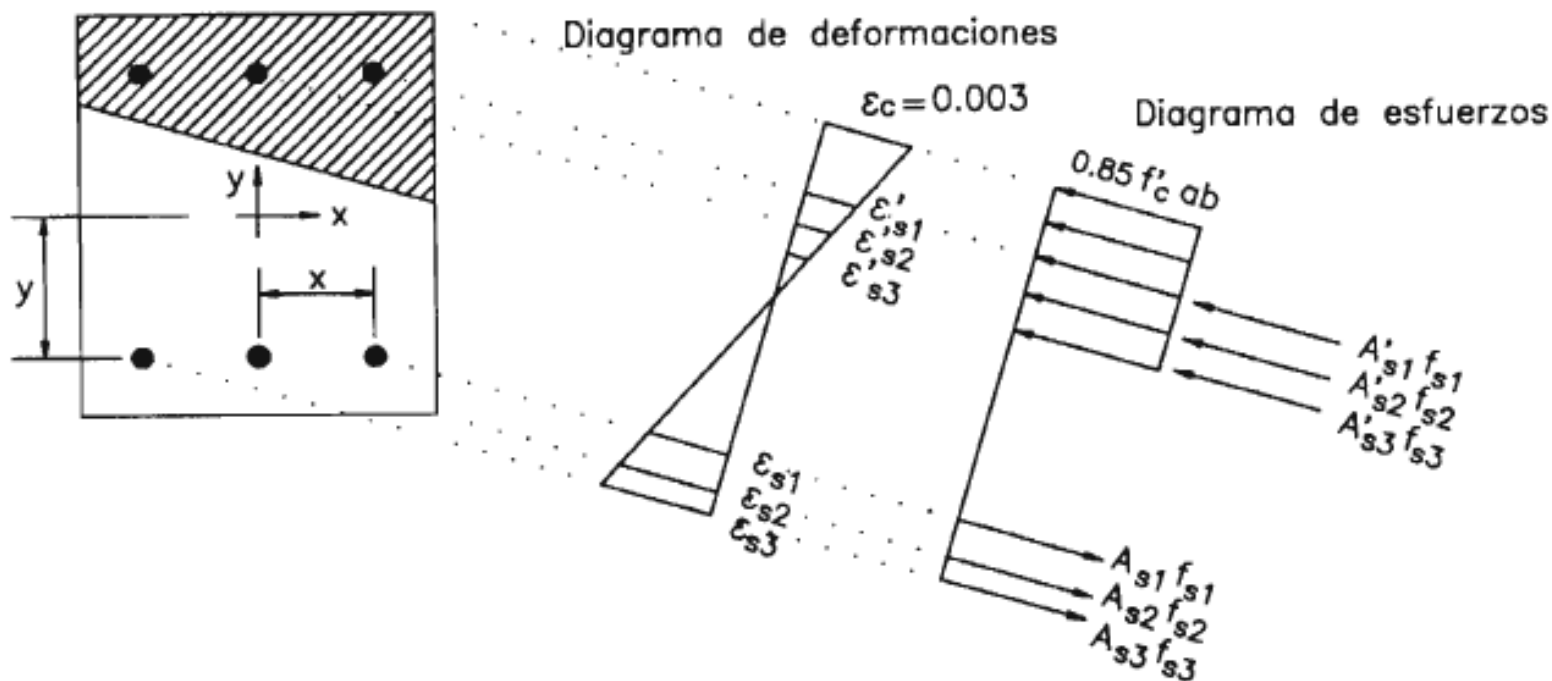


Figura 10.26. Esfuerzos y deformaciones en una sección de una columna sometida a flexión biaxial



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

1 era Ecuación de Bresler. → Método de la Carga Inversa.

$$\frac{1}{P_u} = \frac{1}{P_{nx0}} + \frac{1}{P_{ny0}} - \frac{1}{P_0}$$

$P_u$ : Valor de la carga ultima en flexión Biaxial con excentricidades  $e_x$  y  $e_y$

$P_{ny0}$ : Carga ultima cuando solo esta presente la excentricidad  $e_x$  ( $e_y = 0$ )

$P_{nx0}$ : Carga ultima cuando solo esta presente la excentricidad  $e_y$  ( $e_x = 0$ )

$P_0$ : Carga ultima para columnas cargadas concéntricamente.

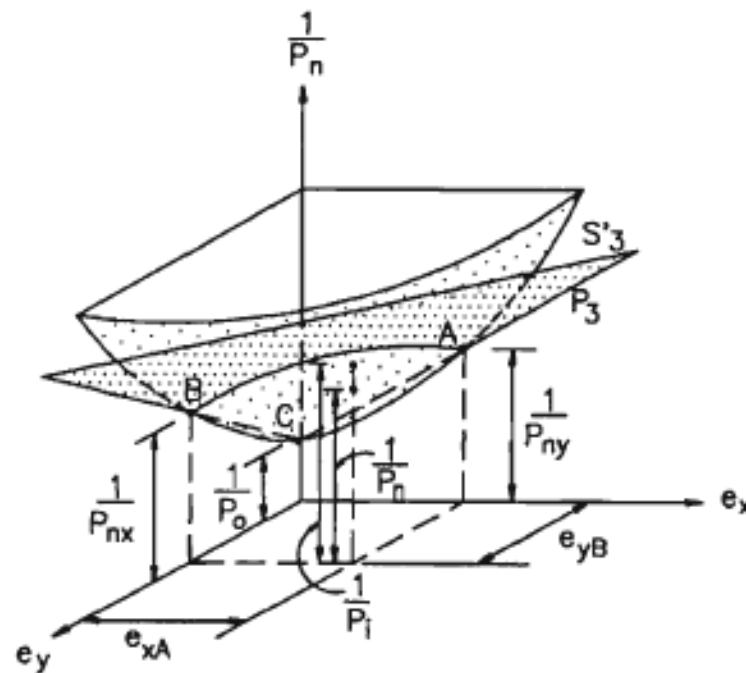


Figura 10.29. Principio del método de Bresler



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

1 era Ecuación de Bresler. → Método de la Carga Inversa.

*Esta ecuación es suficientemente precisa para propósitos de diseño, siempre y cuando:*

$$P_u \leq 0.10 \cdot F'_c \cdot A_g$$

*ACI (para el diseño).*

$$\frac{1}{\phi P_u} = \frac{1}{\phi P_{nx0}} + \frac{1}{\phi P_{ny0}} - \frac{1}{\phi P_0}$$



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

1 era Ecuación de Bresler.  $\longrightarrow$  Método de la Carga Inversa.

Los valores que integran la primera ecuación de Bresler, también pueden convertirse en valores adimensionales.

$$k_u = \frac{P_u}{F'_c \cdot b \cdot h} \quad k_x = \frac{P_{nx0}}{F'_c \cdot b \cdot h} \quad k_y = \frac{P_{ny0}}{F'_c \cdot b \cdot h}$$
$$k_0 = \frac{P_0}{F'_c \cdot b \cdot h}$$

Para el diseño,  $P_{nx0}$ ,  $P_{ny0}$  y  $P_0$  se determinan de los diagramas de interacción para flexión en un sentido.



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

1 era Ecuación de Bresler. → Método de la Carga Inversa.

Luego sustituyendo los Valores en la primera ecuación de Bresler se obtiene el llamado factor de Bresler "F.B"

$$F.B = \frac{k_u}{k_x} + \frac{k_u}{k_y} - \frac{k_u}{k_0}$$

- $F.B > 1$  → El diseño no es Bueno; se recomienda aumentar la sección transversal o el acero de refuerzo.
- $F.B < 1$  → El diseño es antieconómico, la sección es grande.
- $F.B = 1$  → Diseño satisfactorio





## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

*Métodos para el Cálculo y Diseño para Columnas con Flexo-Compresión Biaxial.*

*Se han implementado muchos métodos basados unos en suposiciones y otros sobre bases más teóricas, pero en realidad ninguno es exacto, ya que la dificultad de las ecuaciones resultantes lo hacen imprácticos debido a los parámetros que se involucran.*

*Método de Superposición.*

*Es el método más inseguro ya que solo considera la flexión respecto a cada eje independiente una de otra, la solución se da al sumar el área de acero de refuerzo resultante por cada lado.*

*Este método puede producir grandes cantidades de áreas de acero.*



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

*Método de la Excentricidad Equivalente.*

*El método se basa en la 1era. Ecuación de Bresler, utilizando la expresión de excentricidades equivalente.*

$$\left(\frac{e}{h}\right) = \sqrt{\left(\frac{e}{h}\right)_x^2 + \left(\frac{e}{h}\right)_y^2}$$

$$\left(\frac{e}{h}\right)_x = \frac{M_{ux}}{P_u \cdot h} \qquad \left(\frac{e}{h}\right)_y = \frac{M_{uy}}{P_u \cdot b}$$

*Luego entrar a los diagramas de interacción adimensionales, con los parámetros*

$$k_u = \frac{P_u}{F'_c \cdot b \cdot h} \qquad \text{y} \qquad \left(\frac{e}{h}\right)$$



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

*Método de la Excentricidad Equivalente.*

*Y así obtener el porcentaje de acero de refuerzo requerido  $\rho_t$*

$$\rho_t = \frac{A_{st}}{b \cdot h} \quad A_{st} = \rho_t \cdot b \cdot h$$

*Luego:*

*Se obtiene  $K_x$  con la relación  $(e/h)_x$  y  $\rho_t$*

*Se obtiene  $K_y$  con la relación  $(e/h)_y$  y  $\rho_t$*

*Se obtiene  $K_0$  con la relación  $(e/h)_0$  y  $\rho_t$*



## Estructuras de Concreto Armado.

### Diseño de Columnas.

#### Flexo-Compresión Biaxial.

*Método de la Excentricidad Equivalente.*

*Se chequea el Factor de Bresler F.B.*

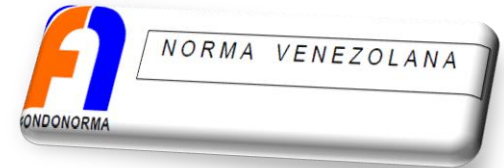
$$F.B = \frac{k_u}{k_x} + \frac{k_u}{k_y} - \frac{k_u}{k_0}$$

- $F.B > 1$   $\longrightarrow$  *El diseño no es Bueno; se recomienda aumentar la sección transversal o el acero de refuerzo.*
- $F.B < 1$   $\longrightarrow$  *El diseño es antieconómico, la sección es grande.*
- $F.B = 1$   $\longrightarrow$  *Diseño satisfactorio*



## Estructuras de Concreto Armado. Diseño Estructural

Reflexión:



**¡LAS ESTRUCTURAS NO SE  
COMPORTAN COMO SE  
DISEÑAN, SINO COMO SE  
CONSTRUYEN.!**