

ii) La aproximación a las soluciones a través de curvas isoclinas.

Resolver una ecuación diferencial analíticamente puede ser difícil, sin embargo, existe una aproximación gráfica que se puede usar para aprender mucho acerca de la solución de una ecuación diferencial.

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y)$$

(cuya solución es la función $y = g(x)$). Geométricamente, en la ecuación se afirma que, en cualquier punto (x, y) la pendiente (dy/dx) de la solución en ese punto está dada por $f(x, y)$. Esto puede indicarse si se traza un pequeño **segmento rectilíneo** que pasa por el punto (x, y) con la pendiente $f(x, y)$.

La colección de todos los segmentos rectilíneos se llama **Campo direccional** de la ecuación diferencial.

El **campo direccional** puede observarse si se trazan pequeños segmentos rectilíneos en algún conjunto representativo de los puntos en el plano xy . Se elige una regilla rectangular de puntos.

Isoclinas: Si es necesario trazar manualmente el campo direccional de la ED $dy/dx = f(x, y)$, es útil observar que la pendiente dy/dx de la solución tiene valor constante en todos los puntos de la curva $f(x, y) = C$. Estas curvas se denominan curvas isoclinas.

2.5.1.

✓ Teorema de existencia y unicidad

→ cuando tenemos un problema de valor inicial que modela matemáticamente un problema físico, la existencia y unicidad cumplen un papel importante ya que quisieramos obtener una solución al modelo, pero también quisieramos asegurarnos que si repetimos el experimento con las mismas condiciones obtendríamos esa misma solución.

- ¿EXISTE una solución?
- ¿EN caso de que exista solución, será única?

→ Teorema

sea $R = [a, b] \cdot [c, d] \in \mathbb{R}^2$ tal que $(x_0, y_0) \in R$

si $f(x, y)$ y df/dy son continuas en R , entonces existe un intervalo abierto en I , centrado en x_0 y una función $y(x)$ definida en I , que satisface el problema de PVI

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) ; y(x_0) = y_0$$

2.1.1

→ una ecuación diferencial es aquella que contiene las derivadas de una o más variables dependientes con respecto a una o más variables independientes

→ en la propia ecuación diferencial se determina claramente cuál es la variable independiente y cuál es la función incógnita

→ una ecuación diferencial es de primer orden (EDO) cuando la función incógnita solo depende de una variable independiente

✓ Ecuación diferencial ordinaria de primer orden

• $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ donde $y = y(x)$ está en la forma explícita

• Es habitual considerar como variable independiente a "t" en lugar de x, entonces tenemos $\frac{dy}{dt} = f(t, y)$; $y = y(t)$
donde $x = x(t)$

✓ una ED de primer orden es una función derivable con derivada continua que al ser sustituida por una ecuación la convierte en una identidad

✓ problema de valor inicial (PVI)

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) ; y(x_0) = y_0$$

→ su objetivo es hallar una solución de la ED que verifique una determinada condición, en este caso la función $y'(x) = y_0$ en $x = x_0$.

→ geométricamente. un PVI trata de hallar una curva plana que satisfaga la ecuación diferencial considerada y que además pase por el punto (x_0, y_0)