Exponentialgleichungen
Arbeitsblatt

Zusammenfassung
Übungen

Mathematik – Sander

Vergleich der Exponenten

$$5^x = 5^3 \quad \Leftrightarrow \quad x = 3$$

Da die **Basis** der beiden Potenzen gleich ist, kann man bei dieser Exponentialgleichung die beiden **Exponenten** gleichsetzen.

Evtl. vorher in Potenzen umwandeln: $2^x = 16 \quad \Leftrightarrow \quad 2^x = 2^4 \quad \Leftrightarrow \quad x = 4$

Analog bei komplizierten Exponenten: $3^{2x-4} = 3^4 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - 4 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x = 4$

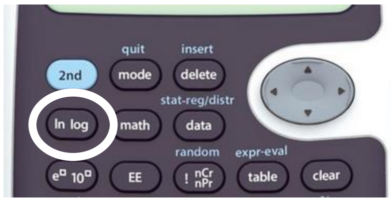
Logarithmieren

$$a^x = b \quad \Leftrightarrow \quad x = \log_a(b)$$

„Die Lösung x ist der **Logarithmus von b zur Basis a.**“

$\log_3(5)$ kann mit dem Taschenrechner berechnen:

`ln log` `ln log` `ln log` `3` `▶` `5` `enter`



Auch kompliziertere Exponentialgleichungen können mit Hilfe des Logarithmus gelöst werden:

$$7^{2x-1} = 12 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - 1 = \log_7(12) \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\log_7(12) + 1}{2} \approx 1{,}138$$

Substitution

$$3^{2x} - 2 \cdot 3^x + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (3^x)^2 - 2 \cdot 3^x + 1 = 0 \quad \overset{u := 3^x}{\Leftrightarrow} \quad u^2 - 2u + 1 = 0$$

Die Exponentialgleichung wird mit Hilfe einer Substitution (Ersetzung) in eine leicht lösbare, z.B. quadratische Gleichung überführt.

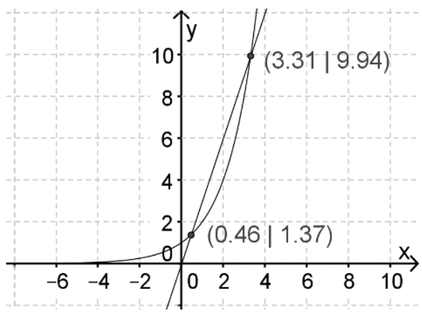
Resubstitution und Lösung: $u = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 3^x = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x = 0$

Grafisches Lösen

Die linke und rechte Seite einer Gleichung werden als Funktionen f und g definiert.

$$f(x) = g(x)$$

Die x-Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Graphen sind die Lösungen der Exponentialgleichung.



Bitte wenden

Übungsaufgaben

Lösen Sie folgende Exponentialgleichungen mit Hilfe einer geeigneten Lösungsstrategie.

a) $3^x = \frac{1}{9}$

b) $4^{x+2} - 4^x = 256$

c) $6^{4x-5} = 2$

d) $2^x = x^2$

e) $3^{2x} \cdot 3^{-x-1} = 27$

f) $x^2 + 8x + 8^x = 16$

g) $100^x + 4 \cdot 10^x = -4$

h) $0{,}5^x = \sin(x)$