

4.Station:

Lösung mit Zirkel und Lineal

Wird ein Kreis durch die Punkte $A=(0,1)$ $B=(-p,q)$ $C=(0,q)$ bestimmt, beschreiben dessen Schnittpunkte mit der X-Achse die Lösungen der Gleichung $x^2+px+q=0$.

Aufgabe:

Konstruiert die Lösungen für die Gleichung $x^2+10x-39=0$ mit Geogebra und überlegt euch warum der Kreis die Lösungen schneidet. Begründet eure Überlegungen mit dem Sehnensatz und dem Satz von Vieta.

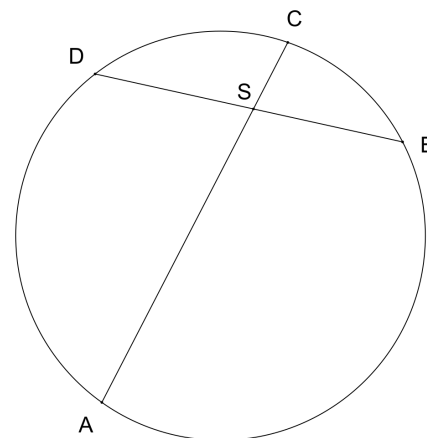
Sehnensatz:

Gegeben sei ein Kreis mit zwei Sehnen, die sich in einem Punkt S schneiden.

Die Schnittpunkte des Kreises mit der einen Sehne seien mit A und C, die mit der anderen Sehne mit B und D bezeichnet.

Dann gilt:

$$\overline{AS} \cdot \overline{CS} = \overline{BS} \cdot \overline{DS}$$



Satz von Vieta:

Seien p und q die Koeffizienten der quadratischen Gleichung $x^2+p \cdot x+q=0$ und x_1 und x_2 die Lösungen der quadratischen Gleichung. Dann gilt:

$$-p=x_1+x_2 \quad \text{und} \quad q=x_1 \cdot x_2$$

4. Station (Lösung)

Nach dem Sehensatz gilt:

$$1 \cdot q = x_1 \cdot x_2$$

$$\Leftrightarrow q = x_1 \cdot x_2$$

Für den Kreismittelpunkt gilt:

$$M = (m_x, m_y) = \left(\frac{-p}{2}, \frac{q}{2} \right) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{q}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow m_x = \frac{-p}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$\Leftrightarrow -p = x_1 + x_2$$