PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE UNA VARIABLE ALEATORIA CONTINUA.

Denominamos, parámetros característicos a ciertos valores destacables de espacio de probabilidad, y que en ocasiones suelen ser esperanzas de ciertas funciones. Los parámetros característicos los podemos clasificar:

1. **De posición o promedio**.- Cuando hacen referencia a la concentración de los datos de la distribución.
2. **De dispersión**.- Cuando hacen referencia a la dispersión de datos, respecto a una medida de promedio.
3. **De concentración**.- Que sirven para el estudio de la razón entre diferentes magnitudes, y que se aplica en fenómenos particularmente económicos (*índice de Gini*).
4. **De asimetría o deformación**.- Que hacen referencia al a simetría de la función de probabilidad.
5. **De apuntamiento, curtosis o concentración central**.- Que hace referencia a lo puntiagudo de la función de probabilidad.

En particular, en el caso de una variable discreta:

$$X = \{ x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots \}$$

podemos destacar algunos parámetros característicos si existen, como:

MEDIDAS DE CENTRALIZACIÓN O DE POSICIÓN.

MOMENTO DE ORDEN $k \in \mathbb{N}$

$$\alpha_k = E\{ X^k \} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k . f_X(x).dx$$

MOMENTO ABSOLUTO DE ORDEN $k \in \mathbb{N}$

$$|\alpha|_k = E\{ |X|^k \} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x|^k . f_X(x).dx$$

MEDIA

$$\alpha = \alpha_1 = E\{ X \} = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f_X(x).dx$$

MEDIA GEOMÉTRICA

$$e^{E\{LOG(X)\}} = e^{\int_{-\infty}^{+\infty} LOG(x).f_X(x).dx}$$

MEDIA ARMÓNICA

$$\left(E\{X\}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(E\{X\}\right)} = \frac{1}{\int_{-\infty}^{+\infty} x.f_X(x).dx}$$

MODA

$$M_d = x_d \in \mathbb{R} : \mathrm{Max}\ f_X(x) = f_X(x)$$

CUANTILES

$$p_{\frac{r}{c}} = x_{c(r)} \in \mathbb{R} : \left(1 - \int_{-\infty}^{x_{c(r)}} x^k.f_X(x).dx\right) \leq \frac{r}{c} \leq \int_{x_{c(r)}}^{+\infty} x^k.f_X(x).dx$$

$$\text{Si } c = \begin{cases} \text{99 se denomina CENTILES} \\ \text{10 se denominan DECILES} \\ \text{4 se denominan CUARTILES} \\ \text{2 se denomina MEDIANA} \end{cases}$$

MEDIDAS DE DISPERSIÓN.

MOMENTOS RESPECTO DE LA MEDIA DE ORDEN $k \in \mathbb{N}$

$$\mu_k = E\left\{(X - \alpha)^k\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \alpha)^k.f_X(x).dx$$

MOMENTOS ABSOLUTOS RESPECTO DE LA MEDIA DE ORDEN $k \in \mathbb{N}$

$$|\mu|_k = E\left\{|X - \alpha|^k\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x - \alpha|^k.f_X(x).dx$$

VARIANZA

$$Var(X) = \mu_2 = E\left\{(X - \alpha)^2\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \alpha)^2.f_X(x).dx$$

DESVIACIÓN TÍPICA

$$\sigma(X) = \sqrt{E\left\{(X - \alpha)^2\right\}} = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \alpha)^2.f_X(x).dx}$$

CUASIVARIANZA

$$S^2 = \frac{n...}{n... - 1}.VAR(X)$$

CUASI DESVIACIÓN TÍPICA

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{n...}{n...-1}.VAR(X)} = \sqrt{\frac{n...}{n...-1}.\sigma(X)}$$

DESVIACIÓNABSOLUTA RESPECTO DE LA MEDIA ARITMÉTICA

$$D_\alpha = E\{|x-\alpha|\} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x-\alpha|.f_X(x).dx$$

DESVIACIÓN RESPECTO DE LA MEDIANA

$$D_{M_e} = E\{|x-M_e|\} = \int_{-\infty}^{+\infty} |x-M_e|.f_X(x).dx$$

RECORRIDO

$$R = Longitud(X(\Omega));$$

RECORRIDO RELATIVO

$$R_\alpha = \frac{R}{\alpha}$$

RECORRIDO INTERCUARTÍLICO

$$R_I = C_3 - C_1; \quad C_1 = p_{1/4} = \text{Primer cuartil}, \quad C_3 = p_{3/4} = \text{Tercer cuartil},$$

RECORRIDO SEMINTERCUARTÍLICO

$$R_{SI} = \frac{C_3 - C_1}{C_3 + C_1}$$

COEFICIENTE DE VARIACIÓN DE PEARSON

$$C.V. = \frac{\sigma(X)}{\alpha}$$

INDICE DE DISPERSIÓN RESPECTO DE LA MEDIANA

$$I.D.M_e = \frac{D_{M_e}}{M_e}$$

MEDIDAS DE ASIMETRÍA Y APUNTAMIENTO.

COFICIENTE DE ASIMETRÍA DE PEARSON

$$A.P. = \frac{(\alpha - M_d)}{\sigma(X)} \begin{cases} \text{Si } A.P. < 0 \text{ es asimetrica por la izquierda} \\ \text{Si } A.P. = 0 \text{ es simetrica} \\ \text{Si } A.P. > 0 \text{ es asimetrica por la derecha} \end{cases}$$

COFICIENTE DE ASIMETRÍA DE FHISER

$$A.F. = \frac{\mu_3}{\left(\sigma(X)\right)^3} = \frac{E\left\{\left(x-\alpha\right)^3\right\}}{\left(VAR(X)\right)^{\frac{3}{2}}}\begin{cases} \text{Si } A.F. < 0 \text{ es asimetrica por la izquierda} \\ \text{Si } A.F. = 0 \text{ es simetrica} \\ \text{Si } A.F. > 0 \text{ es asimetrica por la derecha} \end{cases}$$

COFICIENTE DE ASIMETRÍA DE CURTOSIS

$$A.C. = A.F. = \frac{\mu_4}{\left(\sigma(X)\right)^4} - 3 = \frac{E\left\{\left(x-\alpha\right)^4\right\}}{\left(VAR(X)\right)^2} - 3\begin{cases} \text{Si } A.C. < 0 \text{ es PLATICURTICA} \\ \text{Si } A.C. = 0 \text{ es MESOCURTICA} \\ \text{Si } A.C. > 0 \text{ es LEPTOCURTICA} \end{cases}$$

COFICIENTE DE ASIMETRÍA DE BOWLEY

$$C.A_B = \frac{C_3 + C_1 - 2.M_e}{C_3 - C_1}$$

COFICIENTE ABSOLUTO DE ASIMETRÍA

$$C.A_a = \frac{C_3 + C_1 - 2.M_e}{s}$$

OTRAS MEDIDAS.

FUNCIÓN GENERATRIZ

$$G(s) = E\left\{s^X\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} s^x.f_X(x).dx; \quad s \in \mathbb{R}$$

MOMENTO FACTORIAL DE ORDEN $s \in \mathbb{R}$

$$\alpha_{[r]} = \frac{d^r G(1)}{ds^r} = \left.\frac{d^r \int_{-\infty}^{+\infty} s^x.f_X(x).dx}{ds^r}\right|_{s=1}$$

FUNCIÓN GENERATRIZ DE MOMENTOS

$$M(\theta) = E\left\{e^{\theta.X}\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\theta.x}.f_X(x).dx$$

FUNCIÓN CARACTERÍSTICA

$$\phi(t) = E\left\{e^{X.t.\hat{\imath}}\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{x.t.\hat{\imath}}.f_X(x).dx; \quad t \in \mathbb{R}$$

☞ *La función característica es muy útil para conocer propiedades de la distribución* ***y*** *en particular de v. a. continuas, ya por ejemplo, si sabemos para todo* $k \in \mathbb{N}$ *existe* α_k *podemos desarrollar en serie y calcular* α_k *mediante* $\frac{\varphi'(0)}{\hat{\imath}} = \alpha_k$.

☞ *Por supuesto si la v. a. X es continua, todas las expresiones anteriores requieren que las correspondientes integrales de Riemman sean convergentes.*

☞ *Habitualmente, cuando efectuamos un experimento aleatorio sobre una variable aleatoria X, y obtenemos un conjunto finito de valores x, solemos denotar los momentos muéstrales centrales y de dispersión por* a_k *y* b_k *respectivamente, y a los momentos teóricos* α_k *y* μ_k *respectivamente.*

☞ *La* ***formula Konïg*** *es útil para calcular la varianza, y viene dada por*

$$\sigma^2 = Var(X) = \alpha_2 - \alpha^2$$