

Redovisning av en uppgift löst i GeoGebra:

När du använder GeoGebra, ska du ändå skriva ner hur du löste uppgiften.

Då ställs följande krav, din lösning ska vara

återskapningsbar: Den som rättar ska kunna återskapa din lösning genom att läsa din redovisning. Om du, till exempel, har löst ekvationen med kommandot Lös(...) ska du skriva att det är det du har gjort.

väl motiverad: Du ska hänvisa till regler och satser du använder. Till exempel om du använder Pythagoras sats ska du skriva, ”enligt pythagoras sats”. Om du inför nya variabler som inte finns i uppgiftsformuleringen ska du definiera dem, antingen på skissen eller med ord.

komplett: Hoppa inte över några steg. Vissa ekvationer rent matematiskt kan ha flera lösningar (t ex $x^2 = 25$ har lösningarna $x = \pm 5$). I din redovisning ska du anteckna vilka lösningar GeoGebra gav dig och vilka du använder och vilka du förkastar (=ignorerar) och varför. (I exemplet med $x^2 = 25$ kunde frågan varit ”bestäm sidan i en kvadrat med arean 25”, men du svarar bara med den positiva femman, eftersom en sida inte kan vara negativ)

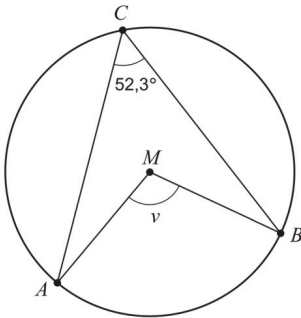
med grafskiss, om lösningen är grafisk: rita av grafens huvuddrag, inga detaljer såsom streck på axlarna behövs.

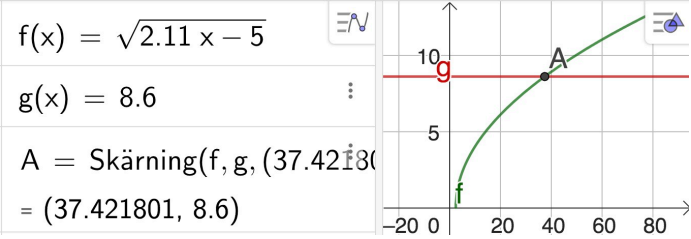
med svar: Lösningen ska avslutas med entydigt och mycket tydligt markerat svar, med enhet.

Vad gäller prövning: Om du, i brist på bättre lösning, använt dig av prövning, ska även det framgå av din redovisning. Gärna med en rad text som beskriver hur du gjort prövningen (provat ta 5, det var för mycket, provat med 4, det var för lite, då provade jag med 4,5 osv. Denna metod kallas för att gaffla in svaret).

Ibland får man faktiskt poäng även för prövning, men bara om man erkänner att det är det man har gjort. Men gör det inte i första taget. Har du en annan, algebraisk eller grafisk lösning, använt den i första hand. Har du inget bättre än att pröva dig fram, så gör det. För att pröva på ett effektivt sätt kan man använda glidare.

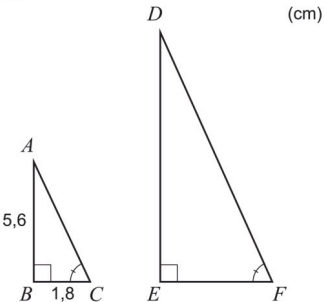
Observera att lösningarna här nedan INTE förklarar varför man gör vissa saker utan bara HUR man gör dem enklast i GeoGebra. Inte heller är det kompletta redovisningar.

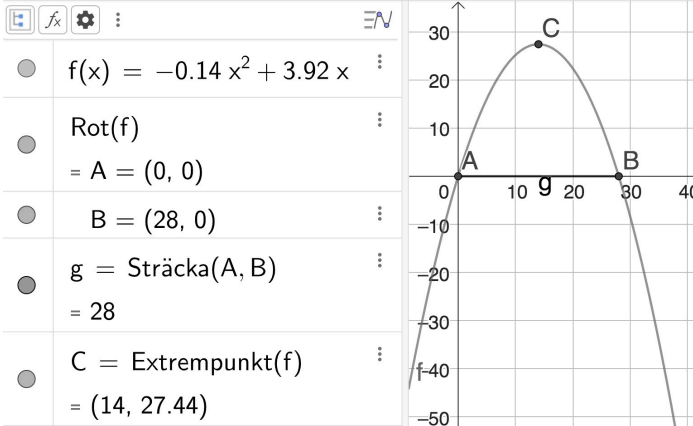

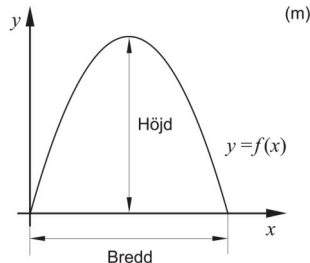
#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 16	Figuren visar en cirkel med medelpunkten M . Punkterna A , B och C ligger på cirkelns rand.		Decimaltecken är PUNKT.
2b 17	 <p>Bestäm vinkeln v. <i>Endast svar krävs</i></p> <p>Korrekt svar (104,6°)</p>	$a = 52.3 \cdot 2$ $= 104.6$	<p>alla uträkningar du gör får ett namn i GeoGebra, här fick den namnet lilla a.</p> <p>Du behöver bara skriva in själva uträkningen, inte bokstaven.</p> $52.3 \cdot 2$ $= 104.6$ <p>Namnet a får den när du har tryckt på Enter.</p> <p>Om du senare i uppgiften behöver använda talet, så kan du i stället för att skriva av alla siffror, skriva namnet.</p>
2a 18	En rät linje med ekvationen $y = kx + m$ går genom punkterna (21, 45) och (74, 157). Bestäm k . Svara med minst en decimal.	$a = \frac{157 - 45}{74 - 21}$ $= \frac{112}{53}$ ≈ 2.11321	<p>Metod 1: beräkna enligt formeln $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$</p> <p>Metod 2: skapa linjen, byt till k-form genom att högerklicka på den och avläs k-värdet</p>


#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 17	Lös ekvationen $\sqrt{2,11x-5} = 8,6$ och svara med minst en decimal. <i>Endast svar krävs</i>	$l1 = \text{Lös}\left(\sqrt{2.11 x - 5} = 8.6\right)$ $= \left\{x = \frac{7896}{211}\right\}$ $\approx \{x = 37.421801\}$ $f(x) = \sqrt{2.11 x - 5}$ $g(x) = 8.6$ $A = \text{Skärning}(f, g, (37.421801, 8.6))$ 	<p>Metod 1: Kommando Lös(...) Du kan bara använda variabeln x.</p> <p>Efter att du tryckt på Enter visas en liten blå symbol med \approx på.</p> <p>När du klickar på den visas ett ungefärligt värde och kommandot ändras till Nlös</p> <p>Metod 2: grafiskt med skärning. Skriv in varje sida av ekvationen på separata rader. Därefter använd verktyget skärning (finns bakom knappen punkt) för att hitta lösningen. Se till att anpassa axlarna för att se. Observera att svaret är bara x-koordinaten.</p>
2b 18 2a 19	Lös ekvationen $7^{\frac{x}{5}} = 1,3$ och svara med minst två decimaler. <i>Endast svar krävs</i>	$l1 = \text{Lös}\left(7^{\frac{x}{5}} = 1.3\right)$ $= \left\{x = \frac{-5 \ln(10) + 5 \ln(13)}{\ln(7)}\right\}$	$\approx \{x = 0.67414\}$

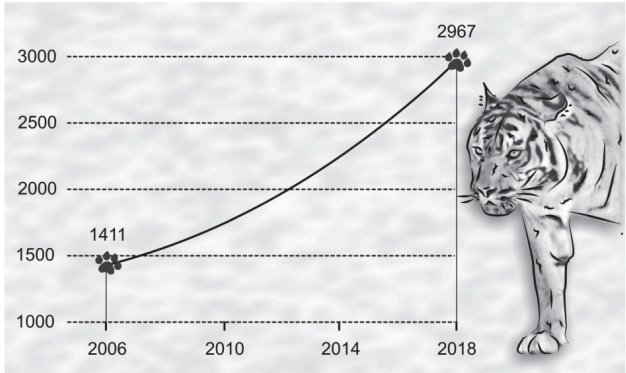
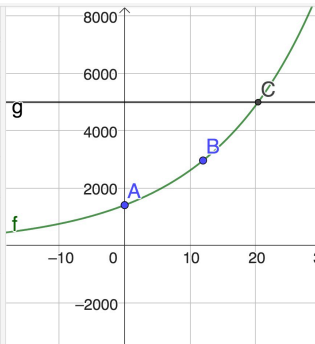
Korrekt svar ($x = 37,4$)Korrekt svar ($x = 0,67$)

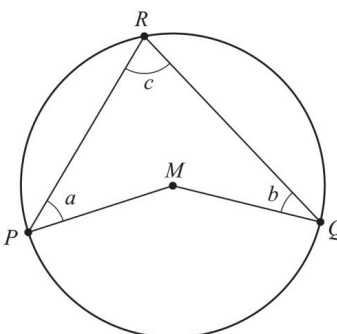
#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar																
2c 18 2b 19 2a 20	<p>En andragradsfunktion f ges av $f(x) = 3x^2 + 5x + 7$ Ge ett exempel på en punkt som ligger på grafen till f. <i>Endast svar krävs</i></p> <p>Korrekt svar (t.ex. (0, 7))</p>	$f(x) = 3x^2 + 5x + 7$ <hr/> $a = f(0)$ $= 7$ <hr/> $b = f(1)$ $= 15$	<p>Skriv in funktionen. Välj ett x-värde, vilket du vill</p> <p>Till exempel 0 Svar: (0,7)</p> <p>Till exempel 1 Svar: (1,15)</p>																
2c 19 2b 20	<p>Värdetabellen visar ett antal värden på variablerna x och y.</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>22</td> <td>23</td> <td>24</td> <td>25</td> <td>26</td> <td>27</td> <td>28</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>4,2</td> <td>5,6</td> <td>4,9</td> <td>3,6</td> <td>3,1</td> <td>1,9</td> <td>2,5</td> </tr> </table> <p>Ur värdena kan ett anpassat samband på formen $y = ax + b$ bestämmas.</p> <p>Bestäm a och b med hjälp av linjär regression. Svara med minst två decimaler. <i>Endast svar krävs</i></p> <p>Korrekt svar ($a = -0,51$ och $b = 16,45$)</p> <p><i>Kommentar:</i> Även svaret $y = -0,51x + 16,45$ ges poäng.</p>	x	22	23	24	25	26	27	28	y	4,2	5,6	4,9	3,6	3,1	1,9	2,5	$A = (22, 4.2)$ $B = (23, 5.6)$ $C = (24, 4.9)$ $D = (25, 3.6)$ $E = (26, 3.1)$ $F = (27, 1.9)$ $G = (28, 2.5)$ $\text{RegressionLin}(A, B, C, D, E, F, G)$ $= y = -0.51071x + 16.45357$	<p>Skriv in punkterna och sedan skriv regressionLin</p>
x	22	23	24	25	26	27	28												
y	4,2	5,6	4,9	3,6	3,1	1,9	2,5												

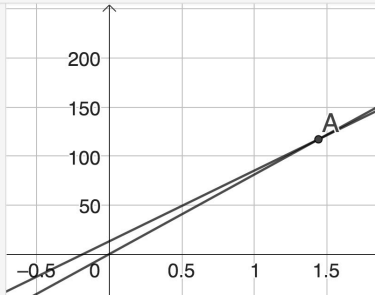
#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 20	<p>I en rätvinklig triangel ABC är sidan AB 5,6 cm och sidan BC 1,8 cm. Triangeln DEF är likformig med triangeln ABC. Sidan EF är dubbelt så lång som sidan BC, se figur.</p>	Inget behov	Areaskalan är längdskalan i kvadrat. Svar 4
2b 21	 <p>Hur många gånger större är arean av triangeln DEF än arean av triangeln ABC?</p> <p>Godtagbar ansats, t.ex. beräknar arean av triangel DEF, $20,16 \text{ cm}^2$ med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (3 gånger större) eller (4 gånger så stor)</p> <p><i>Kommentar:</i> Godtagbar lösning med svaret "4 gånger större" anses också korrekt eftersom det handlar om en språklig missuppfattning och inte en matematisk sådan.</p>		

#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 21	<p>Bilden visar byggnaden Municipal Asphalt Plant i New York.</p>		<p>Om det finns en funktion i uppgiften, skriv alltid in den först.</p>
2b 22			<p>Använd kommandon rot() för nollställe och extrempunkt() för max/min</p>
2a 21	<p>Ytterkanten på byggnadens framsida kan beskrivas med grafen till andragradsfunktionen f. Funktionen f ges av $f(x) = -0,14x^2 + 3,92x$ där x och $f(x)$ har enheten meter och där x-axeln är placerad på marknivå längs byggnadens framsida. Se figur.</p>		
			
	<p>Bestäm byggnadens bredd och höjd. <i>Endast svar krävs</i></p>		
	<p>Godtagbar ansats, anger korrekt värde för antingen bredden eller höjden med godtagbart svar (bredd 28 m, höjd 27 m)</p>		

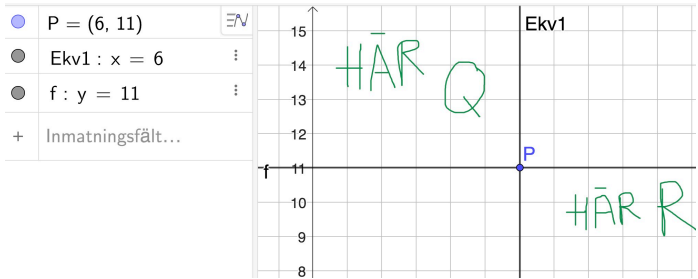
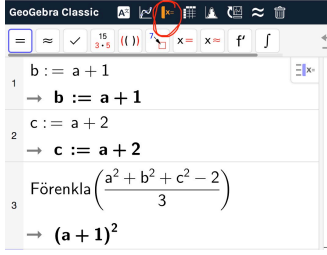
#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2a 22	<p data-bbox="241 233 517 392">I början av 1800-talet skapade Sir Francis Beaufort en skala för att ange vindens styrka till havs. Vindens styrka anges med Beauforttalet B som är ett heltalsvärde.</p>  <p data-bbox="528 424 651 440">Foto av GEORGE DESIPRIS</p> <p data-bbox="241 472 831 520">I januari år 2019 drabbade stormen Alfrida stora delar av Sverige. Den högsta vindhastigheten uppmättes till 35,2 m/s.</p> <p data-bbox="241 544 875 568">Sambandet mellan vindhastigheten v m/s och Beauforttalet B ges av formeln</p> $v = 0,8365 \cdot B^{1,5}$ <p data-bbox="241 632 875 679">Beräkna Beauforttalet B för vindhastigheten 35,2 m/s och avrunda svaret till ett heltal.</p> <p data-bbox="241 767 898 823">Godtagbar ansats, visar insikt i att det är ekvationen $35,2 = 0,8365 \cdot B^{1,5}$ som ska lösas</p> <p data-bbox="241 839 730 871">med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (12)</p>	$l1 = \text{NLös}(35.2 = 0.8365 \times^{1.5})$ $\approx \{x = 12.09812\}$ <hr data-bbox="931 424 1615 427"/>	<p data-bbox="1637 217 2072 376">Det är faktiskt inte mer än att om man har en formel och får vissa värden och ska räkna ut det sista, så byt ut och använd kommandot Lös(...)</p> <p data-bbox="1637 408 1715 440">Klart!</p>

#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 22	<p>Tidningen Times of India släppte år 2018 nyheten att antalet tigrar i Indien mer än fördubblats sedan år 2006.</p>	<p>Med hjälp av ekvationer:</p> $a = 2018 - 2006$ $= 12$ $l1 = \text{NLös}(2967 = 1411 \cdot x^{12})$ $\approx \{x = -1.063896, x = 1.063896\}$ $l2 = \text{NLös}(1411 \cdot 1.063896^x = 5000)$ $\approx \{x = 20.426016\}$ $b = 2006 + 20$ $= 2026$	<p>Oavsett om du gör det med ekvationer eller med regression använd inte årtal som exponenter, utan bestäm vilket år ska vara år noll.</p>
2b 23		<p>Med regression och grafiskt:</p> $A = (0, 1411)$ $B = (12, 2967)$ $f(x) = \text{RegressionExp}(\{A, B\})$ $= 1411 \cdot 1.063896^x$ $g : y = 5000$ $C = \text{Skärning}(f, g, (20.425989, 5000))$ $= (20.425989, 5000)$ $a = 2006 + 20$ $= 2026$	<p>Om du bara har några få punkter för att skapa regressionen, byt inte till kalkylark utan i stället går det fortare att göra det direkt i standardläge. (0,1411) (12,2967) RegressionExp(A,B) y=5000 Skärning(f,g) { } parenteser kring punkterna dyker upp automatiskt, man behöver inte skriva dem.</p>
2a 23	<p>Tidningen uppgav att det fanns 1411 tigrar i Indien år 2006 och att det fanns 2967 tigrar år 2018. Anta att tigrarna räknades i början av år 2006 och i början av år 2018. Anta även att den årliga procentuella förändringen av antalet tigrar var lika stor under tidsperioden och att förändringen fortsätter i samma takt även efter år 2018.</p> <p>Bestäm vilket år som tigrarnas antal förväntas vara 5000.</p> <p>Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp en korrekt ekvation för att bestämma förändringsfaktorn, $2967 = 1411 \cdot a^{12}$</p> <p>med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar (år 2026)</p> <p>Lösningen kommuniceras på C-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”</p>		

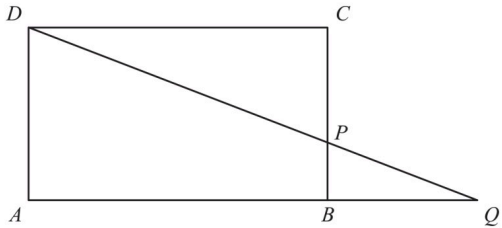
#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 23	<p>Figuren visar fyrhörningen $PMQR$ i en cirkel där P, Q och R ligger på cirkelns rand och M är cirkelns medelpunkt. Vinklarna a, b och c är markerade i figuren.</p>		
2b 24	 <p>Visa att sambandet $a + b = c$ gäller för alla fyrhörningar $PMQR$ där P, Q och R ligger på cirkelns rand och M är cirkelns medelpunkt.</p> <p>Godtagbar ansats, t.ex. använder randvinkelsatsen och tecknar ett generellt uttryck för fyrhörningens vinkelsumma med slutfört generellt resonemang som visar att sambandet gäller</p>		<p>”Visa att”-uppgifter generellt är inte så lämpliga för GeoGebra.</p> <p>Man kan visserligen utföra vissa generella beräkningar i CAS men det rekommenderas inte i alla fall i kurs 2.</p>

#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar	
2c 24	Edith och Adrian kör samma sträcka från Umeå till Hudiksvall. Adrian startar först och Edith startar när Adrian redan har kört 13 km. Efter ett tag kör Edith om Adrian. Adrian kör med medelhastigheten 72 km/h fram till omkörningen och Edith kör med medelhastigheten 81 km/h fram till omkörningen.	$f : y = 81x$ $g : y = 13 + 72x$ $A = \text{Skärning}(f, g)$ $= (1.444444, 117)$ $a = 117 \cdot 3$ $= 351$		<p>Ekvationssystem med två variabler löses enklast grafiskt med verktyget skärning. Observera att variablerna måste heta x och y.</p>
2b 25	Det påbörjade ekvationssystemet kan användas för att ta reda på hur lång sträcka Edith har kört när hon kör om Adrian.			
2a 24	$\begin{cases} y = 81x \\ \dots \end{cases}$ <p>där y km är sträckan fram till omkörningen. Se figur.</p> <p>a) Tolka vad x betyder i detta sammanhang.</p> <p>När Edith kör om Adrian har de kört en tredjedel av hela sträckan.</p> <p>b) Beräkna hur långt det är mellan Umeå och Hudiksvall.</p> <p>a) Godtagbart svar (t.ex. "tiden")</p> <p>b) Godtagbar ansats, t.ex. bestämmer x, $x = 1,44$ med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar (350 km)</p>			

#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 25 2b 26 2a 25	<p>För fyra personers timlöner gäller följande:</p> <p>Medelvärde: 210 kr/h Median: 200 kr/h Variationsbredd: 80 kr/h</p> <p>Undersök vad timlönen kan vara för den person som har den högsta timlönen.</p> <p>Godtagbar ansats, inser att den sammanlagda timlönen för den som har den lägsta och den högsta timlönen är 440 kr/h <i>eller</i> ställer upp en ekvation i en variabel, t.ex. $\frac{x + 400 + x + 80}{4} = 210$ <i>eller</i> påbörjar en prövning där alla tre villkoren ingår och tolkas korrekt med slutfört resonemang med korrekt svar (260 kr/h) <i>Kommentar:</i> Även svaren 260 och 260 kronor ges poäng.</p>	$l1 = \text{Lös}\left(\frac{x + 400 + x + 80}{4} = 210\right)$ $= \{x = 180\}$ <hr/> $a = 180 + 80$ $= 260$	
2a 26	<p>Funktionen f ges av $f(x) = x^2 - 6x + 4$ Lös ekvationen $f(x + 3) = -2$ och svara med minst två decimaler.</p> <p>Godtagbar ansats, t.ex. ställer upp ekvationen $(x + 3)^2 - 6(x + 3) + 4 = -2$ med i övrigt godtagbar lösning med godtagbart svar ($x_1 = -1,73$, $x_2 = 1,73$)</p>	$f(x) = x^2 - 6x + 4$ $l2 = \text{Lös}(f(x + 3) = -2)$ $= \{x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}\}$ <hr/> $l2 = \text{NLös}(f(x + 3) = -2)$ $\approx \{x = -1.73205, x = 1.73205\}$	<p>Det är faktiskt inte värre än att man kan skriva Lös() och skriva uppgiften precis som den står</p>

#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2a 27	<p>En rät linje går genom punkterna P, Q och R.</p> <p>För de tre punkternas koordinater gäller att:</p> <ul style="list-style-type: none"> $P(6, 11)$ $Q(x < 6, y \geq 11)$ $R(x > 6, y \leq 11)$ <p>Utred vilka värden som är möjliga för linjens riktningskoefficient.</p> <p>Godtagbar ansats, påbörjar ett resonemang som inkluderar motivering till varför alla negativa tal är möjliga värden på riktningskoefficienten <i>eller</i> varför noll är ett möjligt värde på riktningskoefficienten med slutfört resonemang som inkluderar motivering till varför alla negativa tal och noll är möjliga värden på riktningskoefficienten</p>		<p>Man löser inte uppgiften med GeoGebra direkt men man kan få en tydlig ide om hur det ser ut.</p>
2c 26 2b 27	<p>Anta att a, b och c är tre på varandra följande heltal där $a < b < c$.</p> <p>Undersök om uttrycket $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 2}{3}$ alltid är ett heltal för alla sådana på varandra följande heltal a, b och c.</p> <p>Godtagbar ansats, ansätter lämpliga uttryck för a, b och c och skriver om uttrycket i en variabel, t.ex. $\frac{a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 - 2}{3}$</p> <p>med slutfört resonemang som inkluderar slutsatsen att uttrycket alltid är ett heltal</p> <p>Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 "Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga"</p>		<p>Som sagt, inte rekommenderas men funkar att göra omskrivningar i. I CAS skiljer man på två olika likamedtecken. Vanligt = används i ekvationer som ska lösas och := för att definiera, det vill säga namnge saker.</p> <p>"Visa att"-uppgifter generellt är inte så lämpliga för GeoGebra.</p> <p>Man kan visserligen utföra vissa generella beräkningar i CAS men det rekommenderas inte i alla fall i kurs 2.</p>

#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 27	Funktionen f ges av $f(x) = \frac{x^2}{a}$ där a är en konstant och $a > 0$	$f(x) := \frac{x^2}{a}$	Som sagt, inte rekommenderas men funkar att göra omskrivningar i. I CAS skiljer man på två olika likamedtecken. Vanlig används i ekvationer som ska lösas och := för att definiera, det vill säga namnge saker.
2b 28	En sträcka S dras från den punkt på funktionens graf där x -koordinaten är a till den punkt på funktionens graf där x -koordinaten är $2a$. Bestäm längden av sträckan S uttryckt i a .	$\rightarrow f(x) := \frac{x^2}{a}$	
2a 28	Godtagbar ansats, bestämmer y -koordinaterna för båda punkterna med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($a\sqrt{10}$ l.e.) <i>Kommentar:</i> Även svaren $3,16a$, $a\sqrt{10}$ och $\sqrt{10a^2}$ ges poäng.	$A := (a, f(a))$ $\rightarrow A := (a, a)$ $B := (2a, f(2a))$ $\rightarrow B := (2a, 4a)$ $d := \text{Avstånd}(A, B)$ $\rightarrow d := \sqrt{(-a)^2 + (-3a)^2}$ Förenkla(d) $\rightarrow \sqrt{10} a $	Strecken kring a står för absolutbelopp. Detta behandlas i matematik 3. Det betyder att man ska ignorera om a är negativt. I uppgiften står det dock att a är positivt.

#	Uppgiften och facit	GeoGebra	Kommentar
2c 28	<p>Figuren visar rektangeln $ABCD$ med en punkt P på sidan BC. När sträckorna DP och AB förlängs skär de varandra i punkten Q.</p>		
2b 29	 <p>Bestäm $\frac{AB}{AQ}$ om $BP = a$ och $PC = 3a$.</p> <p>Godtagbar ansats, t.ex. anger ett samband mellan DC och BQ med hjälp av likformighet</p> <p>med i övrigt godtagbar lösning med korrekt svar ($\frac{AB}{AQ} = \frac{3}{4}$)</p> <p>Lösningen kommuniceras på A-nivå, se kapitel 1 ”Bedömning av skriftlig kommunikativ förmåga”</p>	Denna går att göra i GeoGebra (bygga den helt enkelt), men det kräver en del trixande. Det är faktiskt lättare att göra uppgiften för hand.	