Teoría – Tema 1

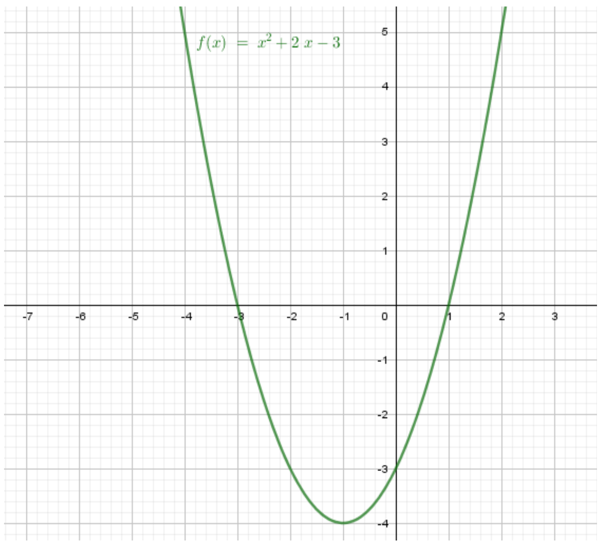
Teoría - 4 - parábolas

Interpretación gráfica de las soluciones de un polinomio de grado dos

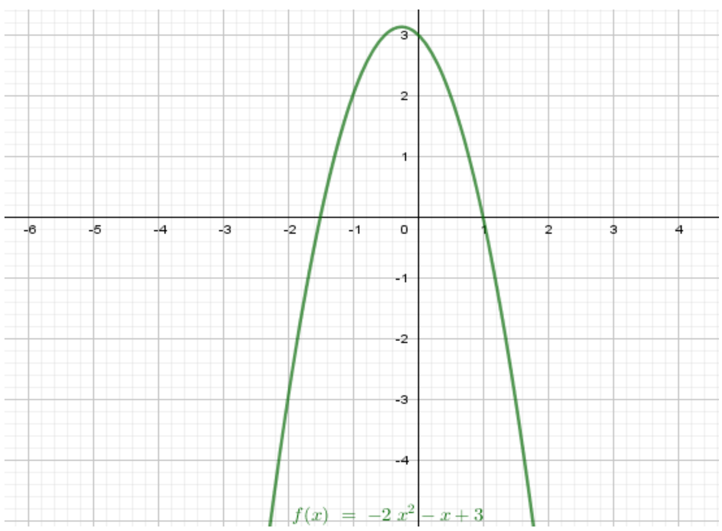
Si vemos un polinomio de grado dos como una función, su gráfica representa una parábola.

$$f(x)=a\,x^2+b\,x+c$$

Si $a>0$ → Parábola convexa → Ejemplo: $f(x)=x^2+2x-3$



Si $a<0$ → Parábola cóncava → Ejemplo: $f(x)=-2x^2-x+3$



Los puntos de corte de la parábola con el eje horizontal son las soluciones del polinomio de grado dos.

$$f(x)=0 \quad \rightarrow \quad a x^2+b x+c=0$$

Podemos tener dos soluciones (dos puntos de corte), una solución (un punto de corte) o ninguna solución (ningún punto de corte).

El punto de corte de la parábola con el eje vertical se obtiene sustituyendo $x=0$ dentro de la función.

$$x=0 \quad \rightarrow \quad f(0)=c$$

Si el término independiente de la parábola es $c=0$, significa que la parábola pasa por el origen (0,0).

Finalmente, el vértice de la parábola podemos obtenerlo mediante la siguiente expresión (que demostraremos cuando sepamos derivar):

$x_{vértice}=\dfrac{-b}{2a}$ → El vértice es un máximo o un mínimo absoluto de la función.

Una vez obtenida el valor de la abscisa del vértice, podemos obtener su imagen sustituyendo en la fórmula de la función → $f(-b/2a)$

Ejemplo 1 resuelto

Representa la función $f(x)=x^2+2x-3$

Cortes con el eje horizontal → $x^2+2x-3=0 \quad \rightarrow \quad x=1, x=-3 \quad \rightarrow \quad (-3,0),(1,0)$

Cortes con el eje vertical → $f(0)=-3 \quad \rightarrow \quad (0,-3)$

Vértice → $x_{vértice}=\dfrac{-2}{2\cdot 1}=-1 \quad \rightarrow \quad f(-1)=-4 \quad \rightarrow \quad (-1,-4)$

Fíjate que las dos ramas de la parábola son simétricas respecto a una recta vertical que pasara por el vértice.