

Matematikuppgift	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31		
Antagningsprov svarsform									b																								
Ma/Fy	CTH	KTH	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd										del C		
2024	SU	GU	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	B,2p	delB	B,2p	delB	B,2p	delB	B,2p	delB	B,2p	delB	5p

9. Givet är ekvationen  $az^2 + bz + c = 0$ , där  $abc \neq 0$ . Två av de tre koefficienterna  $a, b, c$  är reella och en är icke-reell. Då kan man dra slutsatsen att

- (a) en av ekvationens lösningar är reell och den andra icke-reell;
- (b) minst en av ekvationens lösningar är icke-reell;
- (c) minst en av ekvationens lösningar är reell;
- (d) inget av (a)-(c).

9. Givet är ekvationen  $az^2 + bz + c = 0$ , där  $abc \neq 0$ . Två av de tre koefficienterna  $a, b, c$  är reella och en är icke-reell. Då kan man dra slutsatsen att

- (a) en av ekvationens lösningar är reell och den andra icke-reell;
- (b) minst en av ekvationens lösningar är icke-reell;
- (c) minst en av ekvationens lösningar är reell;
- (d) inget av (a)-(b)-(c)

Lösningarna kan utgå från en lösningsform som innebär division med  $a$  så att  $a$  blir 1 (det vill säga reell)

$$z^2 + \frac{b}{a}z + \frac{c}{a} = 0 \quad \text{med lösningarna : } z_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4} - \frac{c}{a}} \quad \text{eller } z_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

diskriminanten  $\Delta$  kallas  $\sqrt{b^2 - 4ac}$

Eftersom en av koefficienterna är icke-reell och de andra två är reella, kan vi undersöka tre fall:

<p><b>a är icke-reell och b, c är reella:</b> I detta fall blir diskriminanten: <math>\Delta = b^2 - 4ac</math> Eftersom <math>a</math> är icke-reell och både <math>b</math> och <math>c</math> är reella, kommer termen <math>4ac</math> att vara icke-reell. Så, <math>\Delta</math> kommer att vara icke-reell, och därmed kommer kvadratroten ur <math>\Delta</math> att vara icke-reell, vilket leder till att både <math>z_1</math> och <math>z_2</math> är komplexa tal (icke-reella).</p>	<p><b>b är icke-reell och a, c är reella:</b> I detta fall blir diskriminanten: <math>\Delta = b^2 - 4ac</math> Eftersom <math>b</math> är icke-reell och både <math>a</math> och <math>c</math> är reella, kommer <math>b^2</math> att vara icke-reell. Så <math>\Delta</math> kommer att vara icke-reell, och därmed kommer kvadratroten ur <math>\Delta</math> att vara icke-reell, vilket leder till att både <math>z_1</math> och <math>z_2</math> är komplexa tal (icke-reella).</p>	<p><b>c är icke-reell och a, b är reella:</b> I detta fall blir diskriminanten: <math>\Delta = b^2 - 4ac</math> Eftersom <math>c</math> är icke-reell och både <math>a</math> och <math>b</math> är reella, kommer termen <math>4ac</math> att vara icke-reell. Så, <math>\Delta</math> kommer att vara icke-reell, och därmed kommer kvadratroten ur <math>\Delta</math> att vara icke-reell, vilket leder till att både <math>z_1</math> och <math>z_2</math> är komplexa tal (icke-reella).</p>
--	--	--

I alla dessa fall kan vi se att lösningarna till ekvationen kommer att vara komplexa tal om en av koefficienterna är icke-reell medan de andra två är reella. Därför kan vi inte dra slutsatsen att en lösning är reell och den andra icke-reell. Båda lösningarna kommer att vara icke-reella (komplexa).

(b) gäller då, eftersom då båda är icke-reella så gäller ju även att minst en av dem är icke-reell.