Beispiel 1:

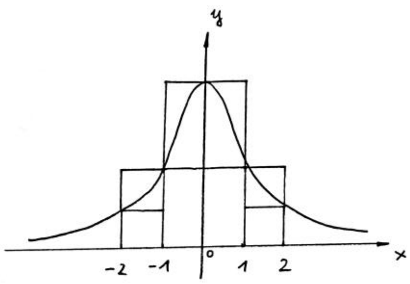
Berechne die Ober- und Untersumme der Funktion $f(x) = \frac{4}{x^2+1}$ im Intervall $[-2; 2]$ für $n = 4$ Unterteilungen ohne Verwendung von GeoGebra.

Überprüfe deine Berechnung nun mit GeoGebra.

Es stehen dazu die Befehle $Obersumme(< Funktion >, < Startwert >, < Endwert >, < Anzahl\ der\ Rechtecke >)$ und analog für die Untersumme zur Verfügung.

Beispiel 1)

$f(x) = \frac{4}{x^2+1}$



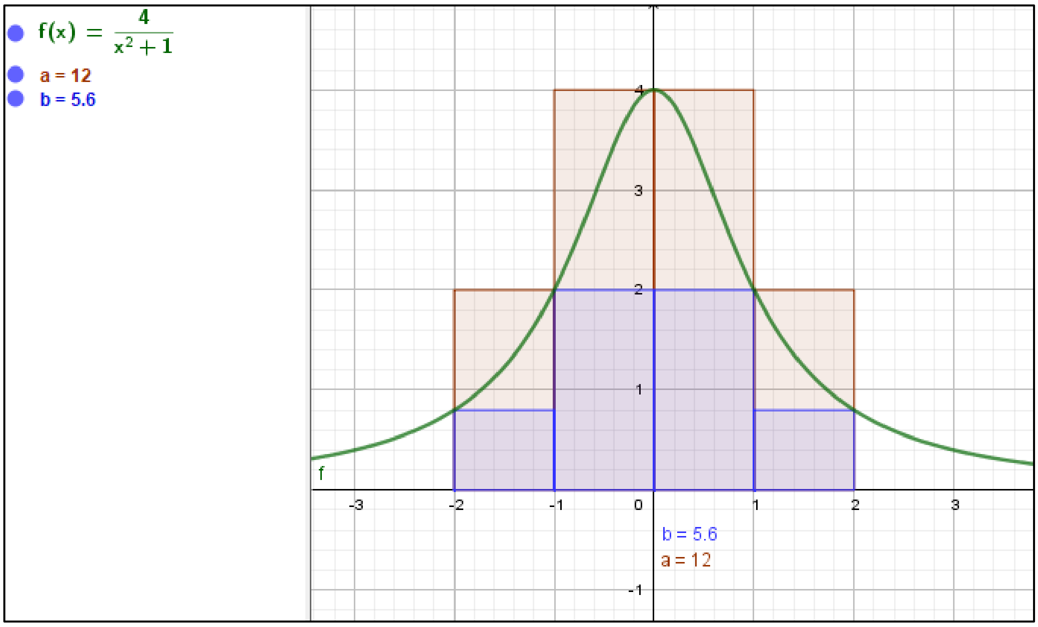
$\Delta x = \frac{4}{4} = 1$

$OS = f(-1)\cdot\Delta x + f(0)\cdot\Delta x + f(0)\cdot\Delta x + f(1)\cdot\Delta x$

$= \frac{4}{1^2+1}\cdot 1 + \frac{4}{0^2+1}\cdot 1 + \frac{4}{0^2+1}\cdot 1 + \frac{4}{1^2+1}\cdot 1 = \frac{4}{2} + 4 + 4 + \frac{4}{2} = \underline{\underline{12}}$

$US = f(-2)\cdot\Delta x + f(-1)\cdot\Delta x + f(1)\cdot\Delta x + f(2)\cdot\Delta x$

$= \frac{4}{2^2+1}\cdot 1 + \frac{4}{1^2+1}\cdot 1 + \frac{4}{1^2+1}\cdot 1 + \frac{4}{2^2+1}\cdot 1 = \frac{4}{5} + \frac{4}{2} + \frac{4}{2} + \frac{4}{5} = \underline{\underline{5{,}6}}$



Beispiel 2:

Es sei Z eine Zerlegung von $[a; b]$. Kreuze an!

	Richtig	Falsch
Für alle Funktionen $f: [a; b] \to \mathbb{R}$ gilt $U(Z) < O(Z)$.	☐	☒
Für alle Funktionen $f: [a; b] \to \mathbb{R}$ gilt $U(Z) < \int_a^b f$.	☐	☒
Es gibt eine Funktion $f: [a; b] \to \mathbb{R}$, für die $U(Z) \geq \int_a^b f$ ist.	☒	☐
Für alle Funktionen $f: [a; b] \to \mathbb{R}$ gilt $U(Z) \leq \int_a^b f \leq O(Z)$.	☒	☐

Quelle: Malle, Mathematik verstehen 8

Hinweis: konstante Funktion!

Beispiel 3:

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = 1 + x^2$.

a) Schätze den Inhalt der von f im Intervall $[0; 3]$ festgelegten Fläche durch Berechnung der Ober- und Untersumme ab, wobei das Intervall in 6 gleich lange Teilintervalle zerlegt wird!

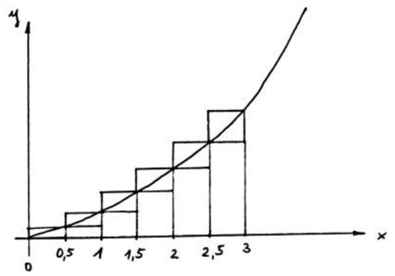
a) Ermittle die Differenz von Ober- und Untersumme bei Zerlegung von $[0; 3]$ in n gleich lange Teilintervalle. Wie groß muss n gewählt werden, damit diese Differenz kleiner als 0,01 wird? Löse mit GeoGebra!

Quelle: Malle, Mathematik verstehen 8

Beispiel 3)

a)

$f(x) = 1+x^2$



$\Delta x = \frac{3}{6} = 0{,}5$

$OS = f(0{,}5)\cdot\Delta x + f(1)\cdot\Delta x + f(1{,}5)\cdot\Delta x + f(2)\cdot\Delta x + f(2{,}5)\cdot\Delta x + f(3)\cdot\Delta x$

$= (1+\frac{1}{4})\cdot\frac{1}{2} + (1+1)\cdot\frac{1}{2} + (1+\frac{9}{4})\cdot\frac{1}{2} + (1+4)\cdot\frac{1}{2} + (1+\frac{25}{4})\cdot\frac{1}{2} + (1+9)\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{5}{8} + 1 + \frac{13}{8} + \frac{5}{2} + \frac{29}{8} + \frac{10}{2} = \frac{47}{8} + \frac{68}{8} = \frac{115}{8} = \underline{\underline{14{,}375}}$

$US = f(0)\cdot\Delta x + f(0{,}5)\cdot\Delta x + f(1)\cdot\Delta x + f(1{,}5)\cdot\Delta x + f(2)\cdot\Delta x + f(2{,}5)\cdot\Delta x$

$= 0 + (1+\frac{1}{4})\cdot\frac{1}{2} + (1+1)\cdot\frac{1}{2} + (1+\frac{9}{4})\cdot\frac{1}{2} + (1+4)\cdot\frac{1}{2} + (1+\frac{25}{4})\frac{1}{2}$

$= \frac{5}{8} + 1 + \frac{13}{8} + \frac{5}{2} + \frac{29}{8} = \frac{75}{8} = \underline{\underline{9{,}375}}$