

Сечения

Сечение – планиметрическая фигура, образованная рассечением объемного тела. Сечение должно образовывать единую фигуру (быть замкнутым). Построение сечения делается по строгим правилам и принципам, которые, в свою очередь, основываются на аксиомы и теоремы стереометрии.

СЕЧЕНИЯ

МНОГРАННИКОВ

- Призмы
- Пирамиды

ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ

- Цилиндр
- Конус
- Шар

СЕЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКОВ

Сечение многогранника плоскостью - плоский многоугольник, у которого:

- вершины принадлежат ребрам,
- а стороны – граням многогранника.

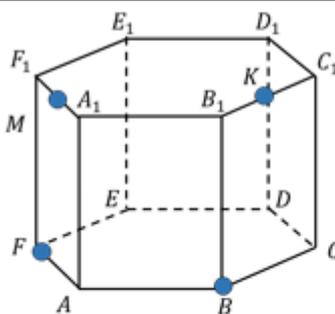
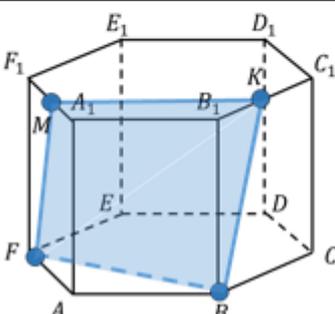
Две соседние вершины сечения принадлежат одной грани многогранника.

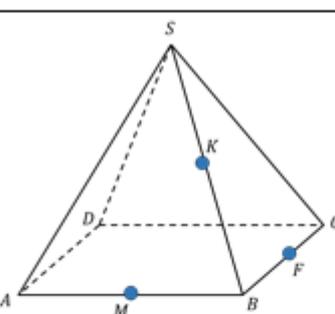
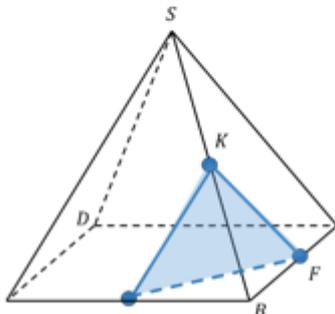
ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ:

1. Если две точки сечения принадлежат одной грани, то эти точки можно соединить.

	<i>Лежащие в основе аксиомы и свойства:</i>
!	<ul style="list-style-type: none">• Если две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости.

Пример:

Задача:	
	<p>В шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ построить сечение плоскостью β, проходящей через вершины F, B и середины ребер $A_1 F_1$ (M) и $B_1 C_1$ (K).</p>
Решение:	
	<p> $M, K \in A_1 B_1 C_1 \Rightarrow$ соединим точки $M, F \in AA_1 F_1 \Rightarrow$ соединим точки $F, B \in ABC \Rightarrow$ соединим точки $B, K \in BB_1 C_1 \Rightarrow$ соединим точки </p> <p style="text-align: center;">$BFMK$ – сечение</p>

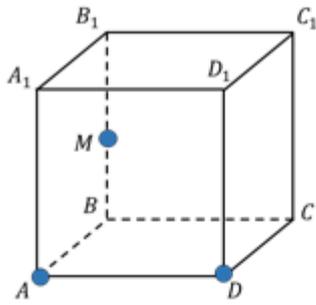
Задача:	
	<p>В четырехугольной пирамиде $SABCD$ построить сечение плоскостью β, проходящей через точки F, M, K</p>
Решение:	
	<p> $M, K \in ABS \Rightarrow$ соединим точки $M, F \in ABC \Rightarrow$ соединим точки $K, F \in SBC \Rightarrow$ соединим точки </p> <p style="text-align: center;">FMK – сечение</p>

2. Если известна линия, по которой плоскость пересекает одну из параллельных граней, то вторую грань плоскость пересечет по линии, параллельной данной.

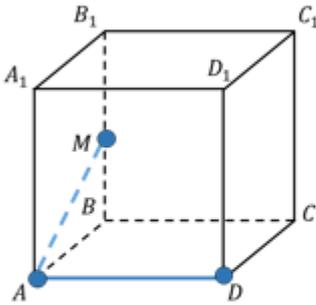
	<i>Лежащие в основе аксиомы и свойства:</i>
!	<ul style="list-style-type: none">• Две параллельные прямые образуют плоскость и притом только одну.• Через точку можно провести прямую, параллельную данной, и притом только одну.• Линии пересечения параллельных плоскостей третьей плоскостью параллельны.

Большое значение для этого принципа имеет именно третье свойство – свойство параллельных плоскостей.

Пример:

Задача:

В четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ построить сечение плоскостью β , проходящей через вершины A, D и середину ребер $B_1 B_1$ (M)

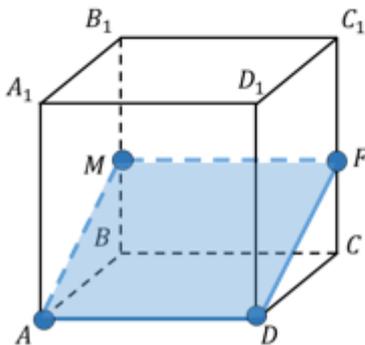
Решение:

Применение 1 принципа:

$A, D \in ABC \Rightarrow$ соединим точки

$A, M \in ABB_1 \Rightarrow$ соединим точки

Сечение еще не получено, так как точки M и D не лежат на одной грани и не могут быть соединены.



Применение 2 принципа:

Плоскости ABB_1 и DCC_1 параллельны, поэтому если их пересекает третья плоскость β , их линии пересечения будут параллельны.

Плоскость β пересекает ABB_1 по линии AM .
Тогда β пересекает DCC_1 по линии, параллельной AM .

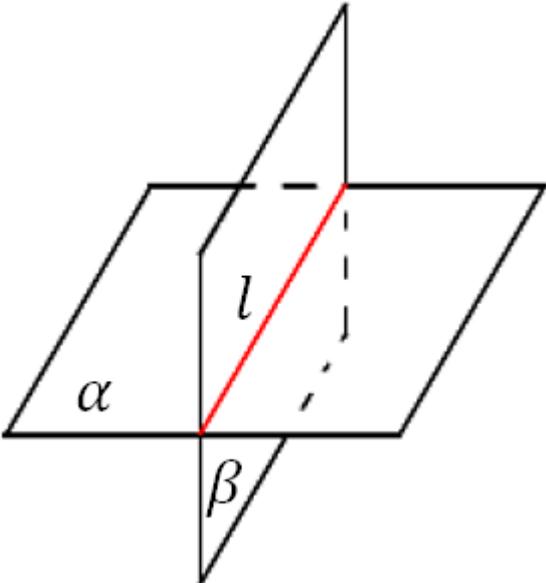
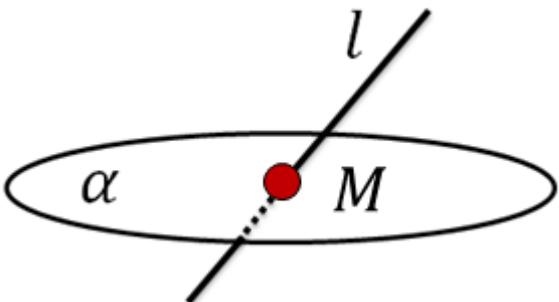
В плоскости DCC_1 построим DF , параллельно AM .

$M, F \in BCC_1 \Rightarrow$ соединим точки

$ADFM$ – сечение

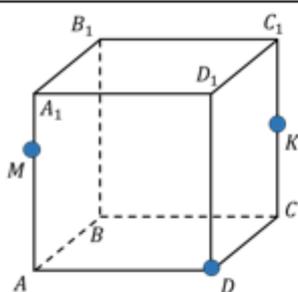
МЕТОД СЛЕДОВ

Особенным методом построения сечений в многогранниках является метод следов. Для начала, разберемся, что такое «след».

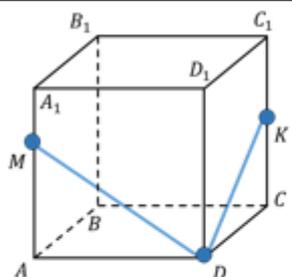
 <p>След – прямая l</p>	 <p>След – точка M</p>
<p>След плоскости на плоскости – прямая, по которой плоскость пересекает плоскость .</p>	<p>След прямой l на плоскости – точка пересечения прямой l с плоскостью .</p>

Суть метода: уже известные стороны сечения на гранях многогранника мы продолжаем за пределы стереометрической фигуры до пересечения с ребрами многогранника. Благодаря этому мы получаем «следы» этих прямых на гранях многогранника, то есть точки. Получив две точки на одной грани, мы, воспользовавшись первым принципом, можем их соединить.

Пример:

Задача:

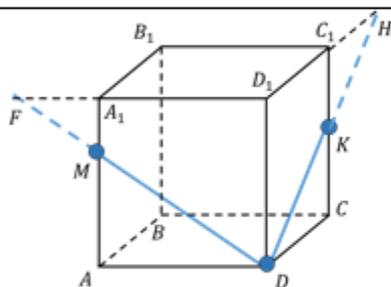
В четырехугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ построить сечение плоскостью β , проходящей через вершину D и точки M и K .

Решение:

Применение 1 принципа:

$M, D \in ADD_1 \Rightarrow$ соединим точки
 $D, K \in DCC_1 \Rightarrow$ соединим точки

Сечение еще не получено, так как точки M и K не лежат на одной грани и не могут быть соединены.

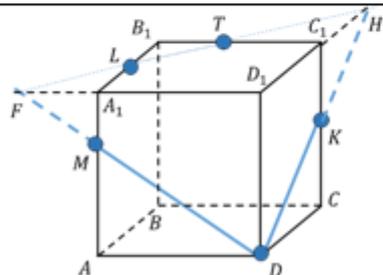


Применение метода следов:

Продолжим DK за точку K и пересечем с продолжением $D_1 C_1$ за точку C_1 . Отметим точку H .

Продолжим DM за точку M и пересечем с продолжением $A_1 D_1$ за точку A_1 . Отметим точку F .

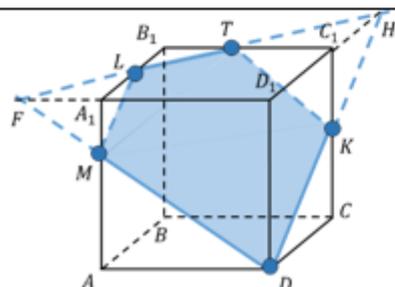
Мы получили следы прямых DK и DM на плоскости $A_1 B_1 C_1$



Применение 1 принципа:

$F, H \in A_1 B_1 C_1 \Rightarrow$ соединим точки

Отметим точки пересечения прямой FH с ребрами $A_1 B_1$ и $B_1 C_1$ (точки L и T соответственно)



Применение 1 принципа:

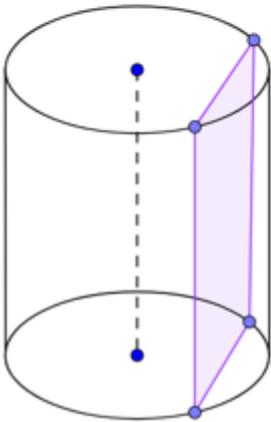
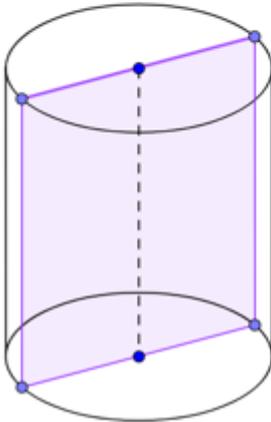
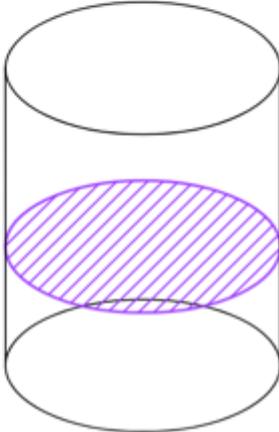
$L, M \in ADB_1 \Rightarrow$ соединим точки
 $T, K \in BCC_1 \Rightarrow$ соединим точки

$DMLTK$ – сечение

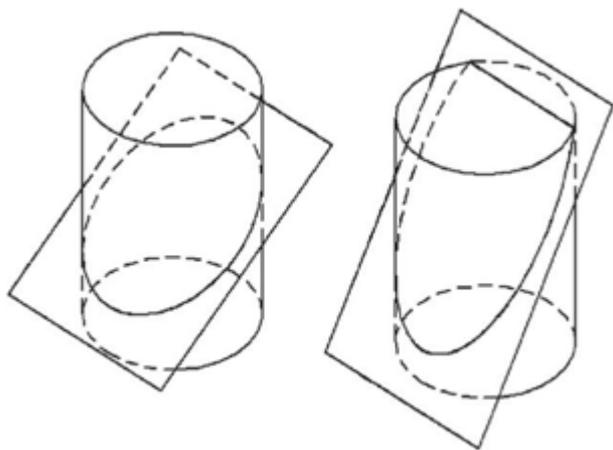
СЕЧЕНИЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ:

ЦИЛИНДР

Характерные сечения цилиндра:

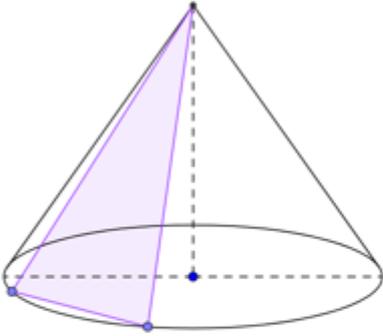
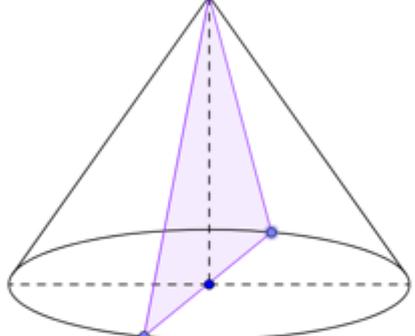
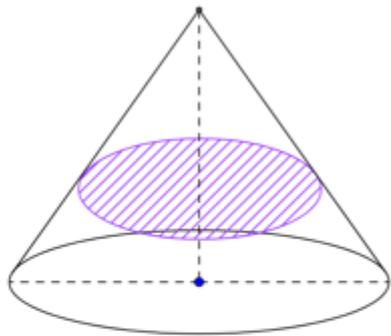
Сечение плоскостью, параллельной оси цилиндра:		Сечение плоскостью, параллельной основанию цилиндра:
Удаленное от оси	Осевое сечение	
		
Таким сечением всегда будет прямоугольник.		Сечение — круг, равный основанию.
Две его стороны — образующие цилиндра, а две другие — параллельные хорды оснований цилиндра.	Две его стороны — образующие цилиндра, а две другие — диаметры оснований цилиндра.	

Другие варианты сечений (сечение - эллипс или часть эллипса):

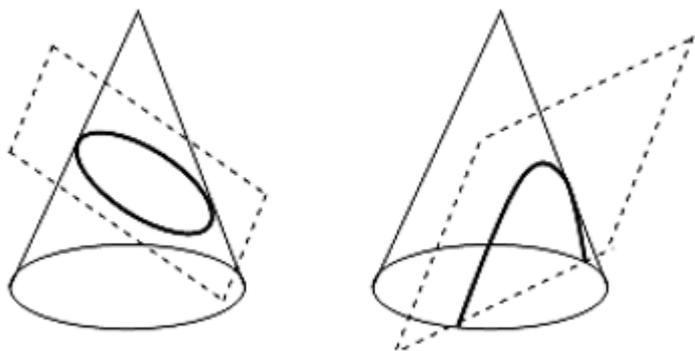


КОНУС

Характерные сечения конуса:

Сечение плоскостью, проходящей через вершину конуса:		Сечение плоскостью, параллельной основанию конуса:
Удаленное от оси	Осевое сечение	
		
Таким сечением всегда будет равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны – образующие конуса.		Сечение — круг, подобный основанию.
Основание треугольника – хорда основания конуса.	Основание треугольника – диаметр основания конуса.	

Другие варианты сечений (сечение – эллипс или часть эллипса):



ШАР

Всякое сечение шара плоскостью есть круг. Центр этого круга есть основание перпендикуляра, опущенного из центра шара на секущую плоскость.

<p>Произвольное сечение.</p>	<p>Диаметральное сечение – сечение, полученное плоскостью, проходящее через центр шара.</p>