Satz von van Schooten

1. **Man zeichne ein beliebiges gleichseitiges Dreieck ABC und fixiere die Eckpunkte des Dreiecks.**

2. **Man zeichne den Umkreis des Dreiecks unter Verwendung der Symbolleiste von GeoGebra vermittels möglichst weniger Icons.**

3. **Man lege auf dem Umkreis beliebig einen Punkt P fest.**

4. **Man ermittle die jeweiligen Abstände des Punktes P zu den Eckpunkten A, B und C des Dreiecks.**
   Gibt es einen Zusammenhang?

Aufgabe für interaktive Elemente

a) Man erstelle ein Textfeld für jede der betrachteten Längen. Man erstelle außerdem ein Textfeld, um den gefundenen Zusammenhang darzustellen.

b) Man erstelle ein Kontrollkästchen, um das zuletzt erstellte Textfeld ein- oder auszublenden.

Der Satz von van Schooten, benannt nach dem niederländischen Mathematiker Frans van Schooten, ist ein Lehrsatz der Dreiecksgeometrie, welcher Folgendes aussagt:

> Gegeben sei ein gleichseitiges Dreieck Δ der euklidischen Ebene mit den drei Eckpunkten A, B, C und ein Punkt P des Umkreises von Δ. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei $\left|\overline{PA}\right|$ die größte der drei Streckenlängen $\overline{PA}, \overline{PB}, \overline{PC}$, d. h. P liegt auf dem Kreisbogen, der B und C verbindet. Dann gilt $\left|\overline{PA}\right| = \left|\overline{PB}\right| + \left|\overline{PC}\right|$.

Der Satz ist eine einfache Folgerung aus dem Satz von Ptolemäus, nach dem in einem Sehnenviereck das Produkt der Längen der Diagonalen gleich der Summe der Produkte der Längen gegenüberliegender Seiten ist. Wendet man dies auf das Sehnenviereck $ABPC$ in nebenstehender Skizze an, so erhält man

$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{AB} + \overline{PB} \cdot \overline{AC}$$

Da das Dreieck aber gleichseitig ist, gilt $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} =: a$ und man erhält

$$\overline{PA} \cdot a = \overline{PC} \cdot a + \overline{PB} \cdot a$$

Dividiert man diese Gleichung durch die Seitenlänge a, so erhält man die Behauptung des Satzes von van Schooten.

https://de.wikipedia.org/wiki/Satz_von_van_Schooten