WG 13 Mathe Datum ....

Stochastische Matrizen

Übergangsprozesse, die mit bestimmten Wahrscheinlichkeiten stattfinden werden verschieden dargestellt.

Darstellungsarten:

Text.
Eine Kleinstadt im Münsterland stellt der Bevölkerung 500 Fahrräder an 3 Einstellplätzen zur Verfügung: am Bahnhof (B), am Rathaus (R) und am Rand der Fußgängerzone (F).
Die Räder müssen am Tag der Ausleihe spätestens bis 22:00 Uhr wieder an einem der Standorte B, R oder F abgestellt werden.
Nach einem Monat stellt man fest, dass viele Räder täglich ihren Standort wechseln und zwar immer nach demselben Schema: Von den am Bahnhof entliehenen Rädern werden 5% am Rathaus und 25% an der Fußgängerzone zurückgestellt. Von den am Rathaus entliehenen Rädern werden 30% am Bahnhof und 20 % an der Fußgängerzone zurückgestellt. Von den an der Fußgängerzone entliehenen Rädern werden jeweils 10% am Rathaus und am Bahnhof zurückgestellt.

Diagramm:

Dieses Diagramm heißt **Übergangsgraph**

Tabelle:

Übergangstabelle: Von oben nach unten		Fahrrad geholt bei		
		B	**R**	**F**
Zurück gegeben bei	**B**			
	R			
	F			

Matrix:
Um Rechenoperationen zu vereinfachen wird die Tabelle als Matrix übernommen.
Sie heißt Übergangsmatrix und ist genau so zu lesen, wie die Tabelle.

$$P = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Am Bahnhof stehen heute Morgen 250 Fahrräder, am Rathaus 180 und in der Fußgängerzone 120 Stück.
Stelle die Verteilung der Fahrräder als Verteilungsvektor in einer Spalte dar:

Bahnhof (**B**)	
Rathaus (**R**)	
FuZo (**F**)	

$$\overrightarrow{x_0} = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Wie viele stehen heute Abend an den jeweiligen stellen?

Bahnhof (**B**)	
Rathaus (**R**)	
FuZo (**F**)	

Wie wurde gerechnet? Wie kann man das als Matrizenmultiplikation darstellen?

Wie ist die Verteilung der Räder nach 2Tagen? 3Tagen? Einer Woche?
(Runde auf ganze Fahrräder.)

Die mehrfache hintereinander Ausführung dieser Übergangsberechnung nennt man:

____

Wie viele Fahrradparkplätze muss man auf lange Sicht an den verschiedenen Stationen ungefähr bereithalten?
(Berechne mit GeoGebra die Verteilung nach 30; 35; 60 und 365 Tagen.)

Nach einigen Schritten entlang der Markov-Kette (eigentlich unendlich viele) ergibt sich eine stabile Verteilung.
Man nenn diese: **Fixvektor oder Eigenvektor** zu P.