Tafelbild (möglich)

Winkel, Schnittwinkel

Aufgabe, Problem (Blatt V6)

Lösungsidee:

$\vec{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

„Richtungsvektoren des Handlaufs"

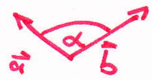
gesucht: $\sphericalangle(\vec{u}, \vec{v}) = \alpha$

Aus dem Skalarprodukt erkennt man:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \cos\alpha \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}}$$

α : Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$

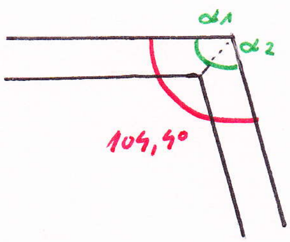


somit ergibt sich:

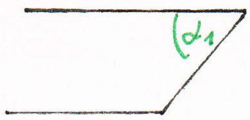
$$\cos\alpha = \frac{\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{20}} = \frac{-4}{\sqrt{260}}$$

$\Rightarrow \alpha = 104{,}4°$

Beide Zylinder müssen die gleiche Schnittfläche besitzen:



Es muss gelten: $\alpha_1 = \alpha_2$



$\alpha_1 = \frac{\alpha}{2} = \underline{\underline{52{,}2°}}$

Dieser Winkel muss eingestellt werden!

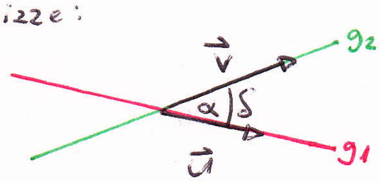
(Bei manchen Sägen: $\beta = 90 - \frac{\alpha}{2} \approx 38°$)

Schnittwinkel zweier Geraden

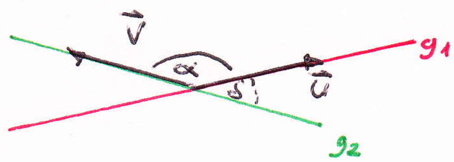
$g_1: \vec{x} = \vec{p_1} + r \cdot \vec{u}$ $\quad r \in \mathbb{R}$

$g_2: \vec{x} = \vec{p_2} + r \cdot \vec{v}$

Skizze:



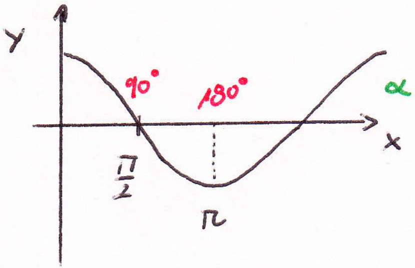
oder



Tafelbild

Für den Schnittwinkel δ gilt: $0^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$

Verlauf von $\cos(\alpha)$



für $0 \leq \alpha \leq 90$ gilt

$\cos\alpha \geq 0$ somit muss

gelten $\frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \geq 0$

Es folgt

$$\boxed{\cos\delta = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}}$$

δ: Schnittwinkel zweier Geraden