

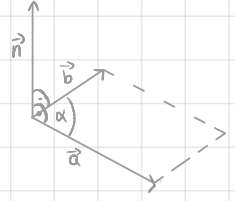
## 7. Vektorprodukt

Definition:

Der Vektor  $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$  heißt **Vektorprodukt**

der Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .

Der Vektor  $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$  ist orthogonal zu  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ .



Bemerkungen:

- Alle Vektoren  $r \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$  mit  $r \in \mathbb{R}$  sind orthogonal zu  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$ , denn sie sind parallel zu  $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$ .
- Ist  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ , so ist  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

Merkmale:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

Das Diagramm zeigt die Berechnung des Vektorprodukts durch die Kreuzmultiplikation der Komponenten. Die ersten drei Zeilen zeigen die Matrixform mit grünen, blauen und orangefarbenen Kreuzen, die die entsprechenden Terme verbinden. Die letzten drei Zeilen zeigen die resultierenden Terme in den gleichen Farben.

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} =$$

Rechengesetze

- $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$  (Antikommutativgesetz)
- $(r \cdot \vec{a}) \times \vec{b} = r \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$
- $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$  (Distributivgesetz)