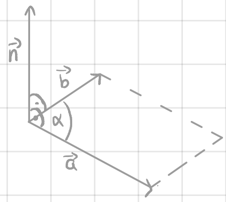
7. Vektorprodukt

Definition:

Der Vektor $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \\ a_3 \cdot b_1 - a_1 \cdot b_3 \\ a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \end{pmatrix}$ heißt Vektorprodukt der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.



Der Vektor $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$ ist orthogonal zu $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Bemerkungen:

- Alle Vektoren $r \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ mit $r \in \mathbb{R}$ sind orthogonal zu $\vec{a}$ und $\vec{b}$, denn sie sind parallel zu $\vec{n} = \vec{a} \times \vec{b}$.
- Ist $\vec{a} \parallel \vec{b}$, so ist $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

Merkregel:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{array}$$

Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix} =$$

Rechengesetze

- $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$ (Antikommutativgesetz)
- $(r \cdot \vec{a}) \times \vec{b} = r \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$
- $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$ (Distributivgesetz)