Teoría – Tema 9

Problemas resueltos - 3a - primeros ejemplos de derivadas

Ejemplo 1

$f(x)=x^2$

$f'(x)=2x$

Ejemplo 2

$f(x)=x^3$

$f'(x)=3x^2$

Ejemplo 3

$f(x)=x^3+x^2$

$f'(x)=3x^2+2x$

Ejemplo 4

$f(x)=5x^4$

$f'(x)=20x^3$

Ejemplo 5

$f(x)=2x^2+4x-6$

$f'(x)=4x+4$

Ejemplo 6

$f(x)=x^3(2x+1)$

$f'(x)=3x^2(2x+1)+x^3(2)=6x^3+3x^2+2x^3=8x^3+3x^2$

Ejemplo 7

$$f(x) = \frac{1}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{(x+1)^2}$$

Ejemplo 8

$$f(x) = \frac{1}{2x^3+1}$$

$$f'(x) = \frac{-6x^2}{(2x^3+1)^2}$$

Ejemplo 9

$$f(x) = \ln(x+1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{x+1}$$

Ejemplo 10

$$f(x) = \ln(x^2 - 2x+1)$$

$$f'(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+1}$$

Ejemplo 11

$$f(x) = e^{x^2-6x-1}$$

$$f'(x) = e^{x^2-6x-1} \cdot (2x-6)$$

Ejemplo 12

$$f(x) = \sqrt{2x^3 - 3x^2 + 2}$$

$$f'(x) = \frac{6x^2 - 6x}{2\sqrt{2x^3 - 3x^2 + 2}} = \frac{3x^2 - 3x}{\sqrt{2x^3 - 3x^2 + 2}}$$

Ejemplo 13

$$f(x) = \ln(\sqrt{x})$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$$

Ejemplo 14

$$f(x) = e^{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = e^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Ejemplo 15

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (x+1) - x(1)}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

Ejemplo 16

$$f(x) = \frac{3x}{1-x^2}$$

$$f'(x) = \frac{3 \cdot (1-x^2) - 3x(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{3-3x^2+6x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{3+3x^2}{(1-x^2)^2}$$

Ejemplo 17

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{e^x}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot e^x - \ln(x) \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{\frac{1}{x} - \ln(x)}{e^x}$$

Ejemplo 18

$$f(x) = \frac{x^2}{2-x}$$

$$f'(x) = \frac{2x(2-x) - x^2(-1)}{(2-x)^2} = \frac{4x - 2x^2 + x^2}{(2-x)^2} = \frac{4x - x^2}{(2-x)^2}$$

Ejemplo 19

$$f(x) = sen(x^2)$$

$$f'(x) = \cos(x^2) \cdot 2x$$

Ejemplo 20

$$f(x) = sen\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$f'(x) = \cos\left(\frac{x}{x+1}\right) \cdot \frac{1 \cdot (x+1) - x \cdot (1)}{(x+1)^2} = \cos\left(\frac{x}{x+1}\right) \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$$

Ejemplo 21

$$f(x) = \cos[\ln(x)]$$

$$f'(x) = -sen[\ln(x)] \cdot \frac{1}{x}$$

Ejemplo 22

$$f(x) = e^{sen(x)}$$

$$f'(x) = e^{sen(x)} \cdot \cos(x)$$

Ejemplo 23

$$f(x) = (x^2 + x) \cdot sen(x)$$

$$f'(x) = (2x+1) \cdot sen(x) + (x^2 + x)\cos(x)$$

Ejemplo 24

$$f(x)=(x^2+1)\cdot\sqrt{x^3-x^2}$$

$$f'(x)=(2x)\cdot\sqrt{x^3-x^2}+(x^2+1)\frac{3x^2-2x}{2\sqrt{x^3-x^2}}$$

Ejemplo 25

$$f(x)=\sqrt{x^3-3}\cdot 2^x$$

$$f'(x)=\frac{3x^2}{2\sqrt{x^3-3}}\cdot 2^x+\sqrt{x^3-3}\cdot 2^x\cdot\ln(2)$$

Ejemplo 26

$$f(x)=arcotg(x)\cdot\ln(x^3-2x^2)$$

$$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}\cdot\ln(x^3-2x^2)+arcotg(x)\cdot\frac{3x^2-4x}{x^3-2x^2}$$

Ejemplo 27

$$f(x)=\ln(x^2+1)\cdot arcosen(x)$$

$$f'(x)=\frac{2x}{x^2+1}\cdot arcosen(x)+\ln(x^2+1)\cdot\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Ejemplo 28

$$f(x)=\ln[sen(x)]$$

$$f'(x)=\frac{\cos(x)}{sen(x)}=cotg(x)$$

Ejemplo 29

$$f(x)=\ln[tg^2(x)]$$

$$f(x)=\frac{1}{tg^2(x)}\cdot 2\,tg(x)\cdot(1+tg^2(x))=\frac{2\cdot(1+tg^2(x))}{tg(x)}$$

Ejemplo 30

$$f(x) = x \cdot \cos(x)$$

$$f'(x) = \cos(x) + x(-sen(x)) = \cos(x) - x \cdot sen(x)$$

Ejemplo 31

$$f(x) = \frac{tg(x)}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{(1+tg^2(x)) \cdot x^2 - tg(x) \cdot 2x}{x^4} = \frac{(1+tg^2(x)) \cdot x - 2\,tg(x)}{x^3}$$

Ejemplo 32

$$f(x) = sen[\ln(x^2+1)]$$

$$f'(x) = \cos[\ln(x^2+1)] \cdot \frac{2x}{x^2+1}$$

Ejemplo 33

$$f(x) = sen(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right)$$

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right) + sen(x) \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}} \cdot \frac{1 \cdot (x+1) - (x-1) \cdot 1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right) + sen(x) \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{x-1}{x+1}} \cdot \frac{2}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right) + sen(x) \cdot \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \cos(x) \cdot \ln\left(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right) + sen(x) \cdot \frac{1}{x^2-1}$$

Ejemplo 34

$$f(x) = \ln[tg(x)]$$

$$f'(x) = \frac{1+tg^2(x)}{tg(x)}$$

Ejemplo 35

$$f(x)=(x^2+1)^3$$

$$f'(x)=3(x^2+1)^2\cdot 2\,x=6\,x(x^2+1)^2$$

Ejemplo 36

$$f(x)=[\cos(x^2)]^3$$

$$f'(x)=3[\cos(x^2)]^2\cdot(-sen(x^2))\cdot 2\,x=-6\,x\cdot\cos^2(x^2)\cdot sen(x^2)$$

Ejemplo 37

$$f(x)=\sqrt{x^3}$$

$$f'(x)=\frac{3\,x^2}{2\sqrt{x^3}}$$

Ejemplo 38

$$f(x)=\sqrt[3]{x^2+\cos(x)}=(x^2+\cos(x))^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x)=\frac{1}{3}\cdot(x^2+\cos(x))^{\frac{-2}{3}}\cdot(2\,x-sen(x))=\frac{2\,x-sen(x)}{3\cdot\sqrt[3]{(x^2+\cos(x))^2}}$$

Ejemplo 39

$$f(x)=\frac{(5-x)^2}{3\,x-1}$$

$$f'(x)=\frac{2\cdot(5-x)\cdot(-1)\cdot(3\,x-1)-(5-x)^2\cdot 3}{(3\,x-1)^2}=\frac{-2\cdot(5-x)\cdot(3\,x-1)-3\cdot(5-x)^2}{(3\,x-1)^2}$$

Ejemplo 40

$$f(x)=\frac{\sqrt{2\,x+1}}{x-5}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{2}{2\sqrt{2\,x+1}}\cdot(x-5)-\sqrt{2\,x+1}\cdot(1)}{(x-5)^2}=\frac{\frac{x-5}{\sqrt{2\,x+1}}-\sqrt{2\,x+1}}{(x-5)^2}$$

Ejemplo 41

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{x}{x+1} - \ln(x+1)}{x^2} = \frac{x - (x+1)\ln(x+1)}{(x+1)x^2}$$

Ejemplo 42

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x(x^2) - (x^2+1)2x}{x^4} = \frac{-2x}{x^4} = \frac{-2}{x^3}$$

Ejemplo 43

$$f(x) = arcotg\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2} \cdot \frac{x - 1 - (x+1)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2 + (x+1)^2} = \frac{-2}{x^2 + 1 - 2x + x^2 + 1 + 2x} = \frac{-1}{1+x^2}$$

Ejemplo 44

$$f(x) = \ln(\cos(x))$$

$$f'(x) = \frac{-sen(x)}{\cos(x)} = -tg(x)$$

Ejemplo 45

$$f(x) = e^{\cos(x^2+1)}$$

$$f'(x) = e^{\cos(x^2+1)} \cdot \left(-sen(x^2+1)\right) \cdot 2x = -2x\,sen(x^2+1)e^{\cos(x^2+1)}$$

Ejemplo 46

$$f(x) = arcosen(4x+1)$$

$$f'(x) = \frac{4}{\sqrt{1-(4x+1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{-16x^2-8x}} = \frac{2}{\sqrt{-4x^2-2x}}$$

Ejemplo 47

$$f(x) = sen^2(1-\sqrt{x})$$

$$f'(x) = 2\,sen(1-\sqrt{x})\cos(1-\sqrt{x})\frac{-1}{2\sqrt{x}} = \frac{-sen(1-\sqrt{x})\cos(1-\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$

Ejemplo 48

$$f(x) = 4\,x \cdot tg^3(x^4+2\,x)$$

$$f'(x) = 4 \cdot tg^3(x^4+2\,x) + 4\,x \cdot 3\,tg^2(x^4+2\,x) \cdot (1+tg^2(x^4+2\,x)) \cdot (4\,x^3+2)$$

Ejemplo 49

$$f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$$

$$f'(x) = \frac{\dfrac{-1}{x}}{\ln^2(x)} = \frac{-1}{x\ln^2(x)}$$

Ejemplo 50

$$f(x) = \frac{x}{sen(x)+\cos(x)}$$

$$f'(x) = \frac{sen(x)+\cos(x) - x(\cos(x)-sen(x))}{[sen(x)+\cos(x)]^2}$$

Ejemplo 51

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{\dfrac{x+1}{x+1} - \ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{1-\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

Ejemplo 52

$$f(x) = \frac{e^{x+1}}{x+1}$$

$$f'(x) = \frac{e^{x+1}(x+1) - e^{x+1}}{(x+1)^2} = \frac{x\,e^{x+1}}{(x+1)^2}$$

Ejemplo 53

$$f(x) = \frac{x+1}{e^{x+1}}$$

$$f'(x) = \frac{e^{x+1} - (x+1)e^{x+1}}{(e^{x+1})^2} = \frac{-x}{e^{x+1}}$$

Ejemplo 54

$$f(x) = \frac{sen(x) \cdot \cos(x)}{x}$$

$$f'(x) = \frac{[\cos(x) \cdot \cos(x) + sen(x) \cdot (-sen(x))]x - sen(x) \cdot \cos(x)}{x^2}$$

$$f'(x) = \frac{[\cos^2(x) - sen^2(x)]x - sen(x) \cdot \cos(x)}{x^2} = \frac{[\cos(2x)]x - sen(x) \cdot \cos(x)}{x^2}$$

Ejemplo 55

$$f(x) = arcotg(x) \cdot x$$

$$f'(x) = \frac{x}{1+x^2} + arcotg(x)$$