A Transposição Informática na criação de estratégias para a utilização do GeoGebra

Palestra online17/09/2019 –

16h às 18h - ZOOM

abarcaap@gmail.com

INTRODUÇÃO

- Educação Matemática e Tecnologias
- Estratégias Pedagógicas: o que considerar?
- Obstáculos epistemológicos na aprendizagem dos conteúdos
- Aspectos: teóricos, metodológicos e tecnológicos

PROPOSTA DA PALESTRA

- Transposição didática - Yves Chevallard
- Transposição Informática – Nicolas Balacheff
- O estudo de funções é o conteúdo matemático explorado
- Pesquisa de Mestrado (Silva, 2017)
- *Imagiciel* e GeoGebra

Estratégias Pedagógicas

- Necessidade dos alunos
- Interesses
- Heterogêneos
- Desafios para o professor
- Menos Intuitivo e mais prático

PALIS (2010, p.437) *a tecnologia avança, mas o desenvolvimento de estratégias para uma efetiva integração de tecnologia não ocorre com a mesma velocidade.*

TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA

- A **transposição didática** distingue diferentes saberes matemáticos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Segundo a teoria, existem três matemáticas distintas entre si:
- a matemática do matemático (saber científico)
- a matemática do professor (saber a ensinar)
- a matemática do aluno (saber ensinado)

A transposição didática é definida como mecanismos gerais que permitem a passagem de um objeto de saber científico a um objeto de ensino.

TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA
Tecnologias Digitais

- Estapas da Transposição Didática com a inserção das tecnologias Chevallard e Johsua (1982).
- Suporte às estratégias na criação de recursos com apoio do dinamismo de tecnologias digitais (Alves Filho, 2000)
- modernizar o saber escolar;
- atualizar o saber a ensinar;
- articular o saber “velho” com saber “novo”;
- transformar um saber em exercícios e problemas;
- tornar um conceito mais compreensível.

TRANSPOSIÇÃO INFORMÁTICA

- Com a introdução da informática no ensino as condições do processo de transposição didática mudam e consequentemente as exigências e preocupações da transposição didática vão ter respostas diferentes.
- Nicolas Balacheff (1991) introduz o conceito de transposição informática para caracterizar as modificações do saber a ensinar com sua mediatização através do computador.
- A transposição informática pode ser considerada como um complemento da transposição didática integrando explicitamente a dimensão informática desde o início.

TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA
Tecnologias Digitais

- Saber Científico: contribuir para a compreensão da evolução de um objeto matemático por meio das ideias e conceitos descobertos e que evoluíram à medida que eram pesquisados.
- Saber a Ensinar: abrir espaço para a introdução de novos conhecimentos relevantes no presente, em detrimento daqueles que deixaram de ser. Introduzir objetos de saber "novos", articulando-os com os "antigos"; o novo se apresenta esclarecendo melhor o conteúdo antigo, e o antigo hipotecando validade ao novo.
- Saber Ensinado: propostas de atividades e problemas, para tornar um conceito mais compreensível. Saberes elaborados com grau de complexidade significativo sofrem uma transformação para que seu aprendizado seja facilitado no contexto escolar.

TRANSPOSIÇÃO INFORMÁTICA

- A introdução da dimensão informática pode ser considerada em todas as etapas dos saberes uma vez que a introdução do computador participa da transformação do saber de referência.
- É primordial investigar a questão da transposição informática, não só do ponto de vista da integração das novas tecnologias no ensino mas também com seus aspectos pedagógicos e interativos.
- Abordagem nas representações e nas manipulações dos objetos de saber pelo computador e a disponibilização desses elementos para o sujeito.
- A pesquisa de Silva (2017) teve como objetivo verificar se construções dinâmicas no GeoGebra, aplicadas em uma sequência de atividades facilitam a aprendizagem de função.

PESQUISA DE SILVA (2017)

https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/20628/2/H%c3%a9rcules%20Nascimento%20Silva.pdf

- O autor trabalhou com construções presentes no *Imagiciel* (CREEM,1992), um ambiente computacional de pesquisadores franceses e as reconstruiu no GeoGebra articulando o saber "velho" com o saber "novo".
- *Imagiciel:* Ambiente computacional desenvolvido por pesquisadores franceses na década de 1980 no ambiente DOS, voltado para o ensino de temas da Matemática, acompanhado por cadernos de atividades e que não se tem acesso atualmente.
- (Silva, 2017) atende a proposta de apresentar uma nova roupagem a atividades que envolvem geometria e álgebra, desenvolvidas por pesquisadores franceses no Imagiciel.
- A utilização do *software* GeoGebra permitiu articular saberes a ensinar e que não poderiam ser perdidos no decorrer do tempo.

PESQUISA DE SILVA (2017)

- As situações presentes no *Imagiciel* abordam temas de funções numéricas, probabilidade e geometria plana e espacial, elaboradas entre o final da década de 1980 e início dos anos de 1990.
- Como atualmente o *Imagiciel* não é mais acessível à maioria dos computadores, as atividades foram reconstruídas em um ambiente com mais recursos tecnológicos e mais acessível, no caso, o GeoGebra.
- A escolha do GeoGebra (Hohenwarter, 2007): um software livre e acessível em diferentes computadores, além de possibilitar a disponibilização de construções na Internet em um servidor próprio.

PESQUISA DE SILVA (2017)

- *O conceito de função é um dos mais importantes dentro da Matemática e aplicável a outras áreas do conhecimento, podendo desenvolver o papel de ferramenta na resolução de problemas. Contudo, em nossa experiência, constatamos que as características estruturais do conceito de função parecem não ser totalmente assimiladas pelos alunos, o que vai ao encontro do que apontam algumas pesquisas.* (SILVA, 2017, p.3)

PESQUISA DE SILVA (2017)

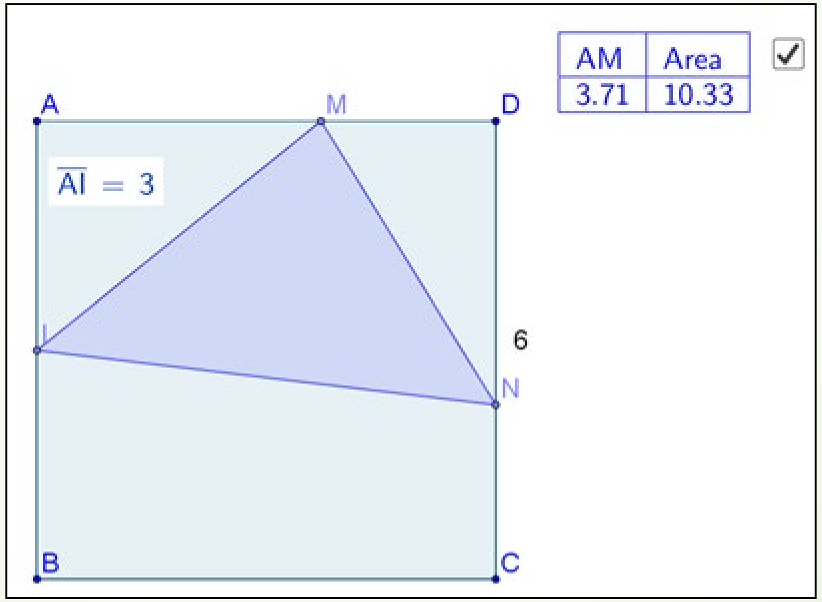
- Na sequência de atividades construída, assim como na proposta do Imagiciel, o autor privilegiou a passagem do quadro geométrico para o tabular, do tabular para o geométrico e, por fim, para o algébrico.
- É uma estratégia pouco utilizada nos livros didáticos, como aponta Martins (2006), possibilitando o trabalho simultâneo de diferentes representações de uma mesma função, o que não é possível sem a utilização de um ambiente computacional.
- Nas atividades o autor propõe a reutilização dos conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores que assumem o status de *conhecimentos antigos,* sobre os quais serão construídos os *novos*.

ATIVIDADE 1– TRIÂNGULO EM UM QUADRADO

- **Ferramentas**: par ordenado, plano cartesiano, cálculo da área de triângulos retângulos e trapézios, leitura de tabela numérica, leitura de gráfico, operações com polinômios, operações com frações e intervalos reais.
- **Objeto**: Função polinomial do segundo grau definida em um intervalo real

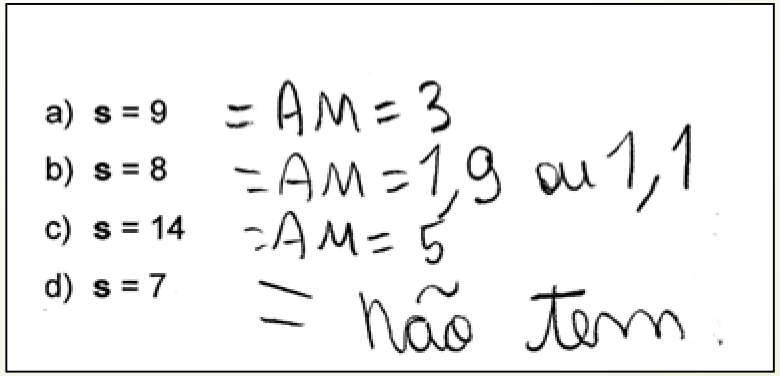
ATIVIDADE 1– TRIÂNGULO EM UM QUADRADO

- Seja o quadrado ABCD e os pontos I, M e N pertencentes respectivamente aos segmentos AB, AD e DC. Interessa-nos a medida s, dada em cm^2, da área do triângulo IMN que varia conforme movimentamos o ponto M, inscrito no quadrado ABCD, tal que, para todo ponto M temos um ponto N, de forma que AM = DN.



ATIVIDADE 1– TRIÂNGULO EM UM QUADRADO

- Movimente o ponto M entres os pontos A e D e observe as figuras obtidas. O que acontece com a área do triângulo **IMN** quando movimentamos o ponto M? Ela muda? Aumenta? Diminui? Sempre aumenta? Sempre diminui? Exiba a tabela da Janela de Visualização para verificar as suas respostas. Explique suas respostas.
- Seja **s** cm^2 a medida da área do triângulo **IMN**. Movimente o ponto M, observe a tabela e determine, caso exista (m), a posição ou as posições dos pontos resultantes em que:
- **s** = 9.
- **s** = 8 .
- **s** = 14.
- **s** = 7.


a) s = 9 = AM = 3
b) s = 8 = AM = 1,9 ou 1,1
c) s = 14 = AM = 5
d) s = 7 = não tem.

ATIVIDADE 1– TRIÂNGULO EM UM QUADRADO

- **ITEM 3.** Movimente novamente o ponto M e com a ajuda do gráfico da Janela de Visualização 2 e com a tabela da Janela de Visualização, responda:
- Qual é a menor medida da área do triângulo IMN?

A menor medida da área é 7.93

- Qual é a maior medida da área do triângulo IMN?

A maior é 18.02.

- Sendo x a distância do ponto M ao ponto A, em cm, quais são seus possíveis valores? A que conjunto numérico eles pertencem?

0 ao 6; Conjunto dos Reais.
$x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 6$

- Sendo s cm^2 a medida da área do triângulo IMN, quais são os seus possíveis valores? A que conjunto numérico eles pertencem? Explique como você chegou a cada resposta.

7.93 a 18.02 para direita
7.93 a 9.07 para esquerda
Aumentando a distância de AM.

ATIVIDADE 1– TRIÂNGULO EM UM QUADRADO

- **ITEM 4.** Conforme movimentamos o ponto M, de modo que x seja maior que 0, quais figuras geométricas formamos dentro do quadrado **ABCD** da Janela de Visualização? Observe cada uma delas e dê os seus respectivos nomes.

Ao movimentar o ponto M, de forma que x seja maior que zero, obtemos a formação de quatro figuras geométricas inscritas no quadrado **ABCD**: O triângulo **MNI**, o triângulo retângulo **AMI**, o triângulo retângulo **MDN** e o trapézio retângulo **BCNI**

respectivos nomes.

Triangulo Retangulo e Equiláter
Retangulo e Trapézio Retangulo

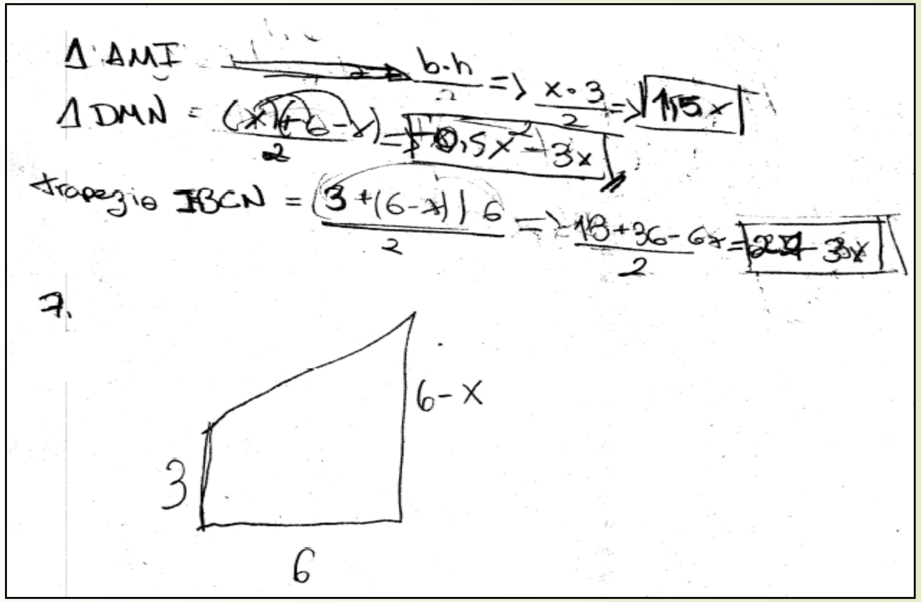
ITEM 5. Qual a medida da área do quadrado ABCD?

36 cm^2

ATIVIDADE 1– TRIÂNGULO EM UM QUADRADO

- **ITEM 6.** Seja x a medida do segmento AM, em cm, como podemos expressar a medida da área de cada uma das figuras formadas dentro do quadrado ABCD que você nomeou no item 4, em função de x?

- O triângulo retângulo **AMI** possui catetos medindo x e 3, a medida de sua área pode ser expressa por (1,5x).
- O triângulo retângulo **MDN** possui catetos medindo (6-x) e x, podendo a medida de sua área ser expressa por $(3x - 0{,}5x^2)$.
- O trapézio **BCNI** possui base menor (segmento **BI**), base maior (segmento **CN**) e altura (segmento **BC**), medindo respectivamente 3, (x-6) e 6, sendo, portanto, a medida da sua área igual a (27- 3x).



-"Aqui está falando que o x é a distância do ponto M ao ponto A..."

ATIVIDADE 1– TRIÂNGULO EM UM QUADRADO

- **ITEM 7.** A variável **s**) está em função de **x**? Qual é a relação entre a variável **s** e a variável **x**? Isto é, **s** é o dobro de **x**, o triplo, ou o quê? Considerando o item 6, como podemos expressar algebricamente essa relação?

A expressão da área do triângulo **IMN** em função de x: subtrair da medida da área do quadrado ABCD, que é de 36 cm^2, a soma das medidas das áreas dos triângulos **AMI** (1,5x) cm^2 e **MDN** (3-$0{,}5x^2$) cm^2 e do trapézio retângulo **BCNI** (27-3x) cm^2. Portanto, a área do triângulo **MNI** pode ser expressa por $0{,}5x^2 - 1{,}5x + 9\ cm^2$.

$A_\Delta \Leftrightarrow 36 - (1{,}5x - 0{,}5x^2 - 3x + 27 - 3x)$

$A_\Delta \Rightarrow 36 - (-0{,}5x^2 - 4{,}5x + 27)$

$A_\Delta \Leftrightarrow 36 + 0{,}5x^2 + 4{,}5x - 27$

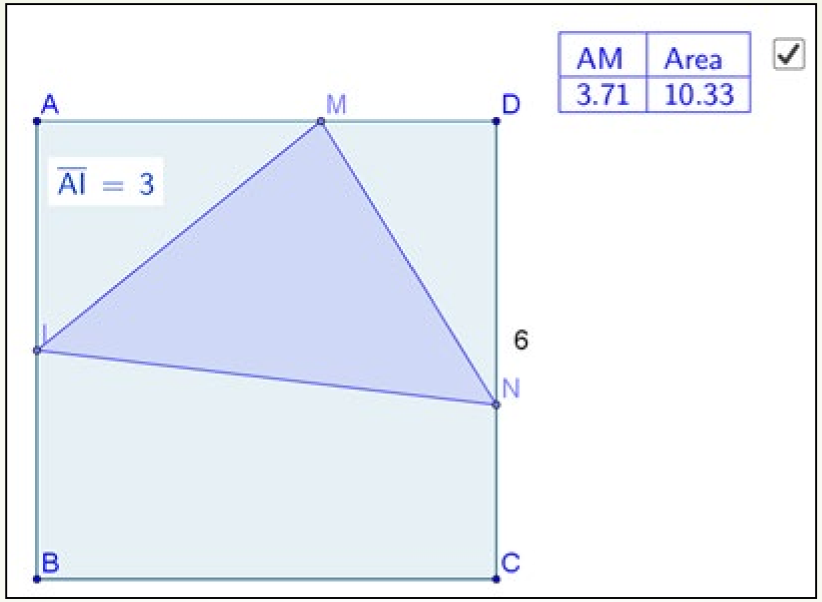
$A_\Delta \Leftrightarrow 0{,}5x^2 + 4{,}5x + 9$

Pegamos a área do quadrado (36), Pegar a área das 3 figuras de dentro do quadrado (menos o Δ azul), somas elas e depois subtrai pela área do quadrado

Função quadrática em um intervalo real, definida algebricamente por

$$f(x) = 0{,}5x^2 - 1{,}5x + 9, tal\ que\ 0 \leq x \leq 6$$

ATIVIDADE 1– CONSTRUÇÃO NO GEOGEBRA

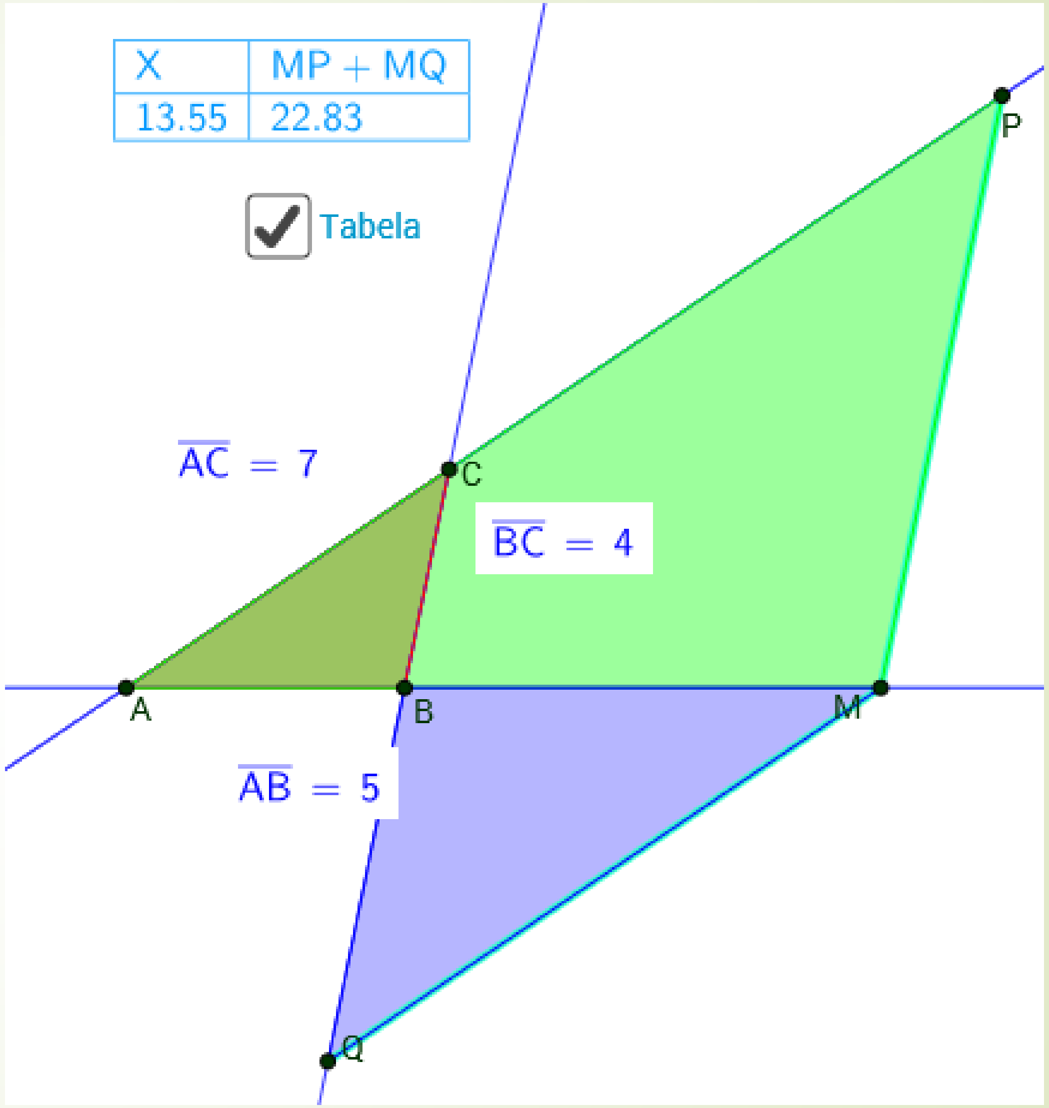


ATIVIDADE 2 – CAMINHO EM UM TRIÂNGULO

- **Ferramentas**: par ordenado, leitura de tabela numérica e gráfico, semelhança de triângulos, operações com polinômios, módulo e função definida em um intervalo real.
- **Objeto**: Função polinomial do primeiro grau definida por sentenças em intervalos reais.

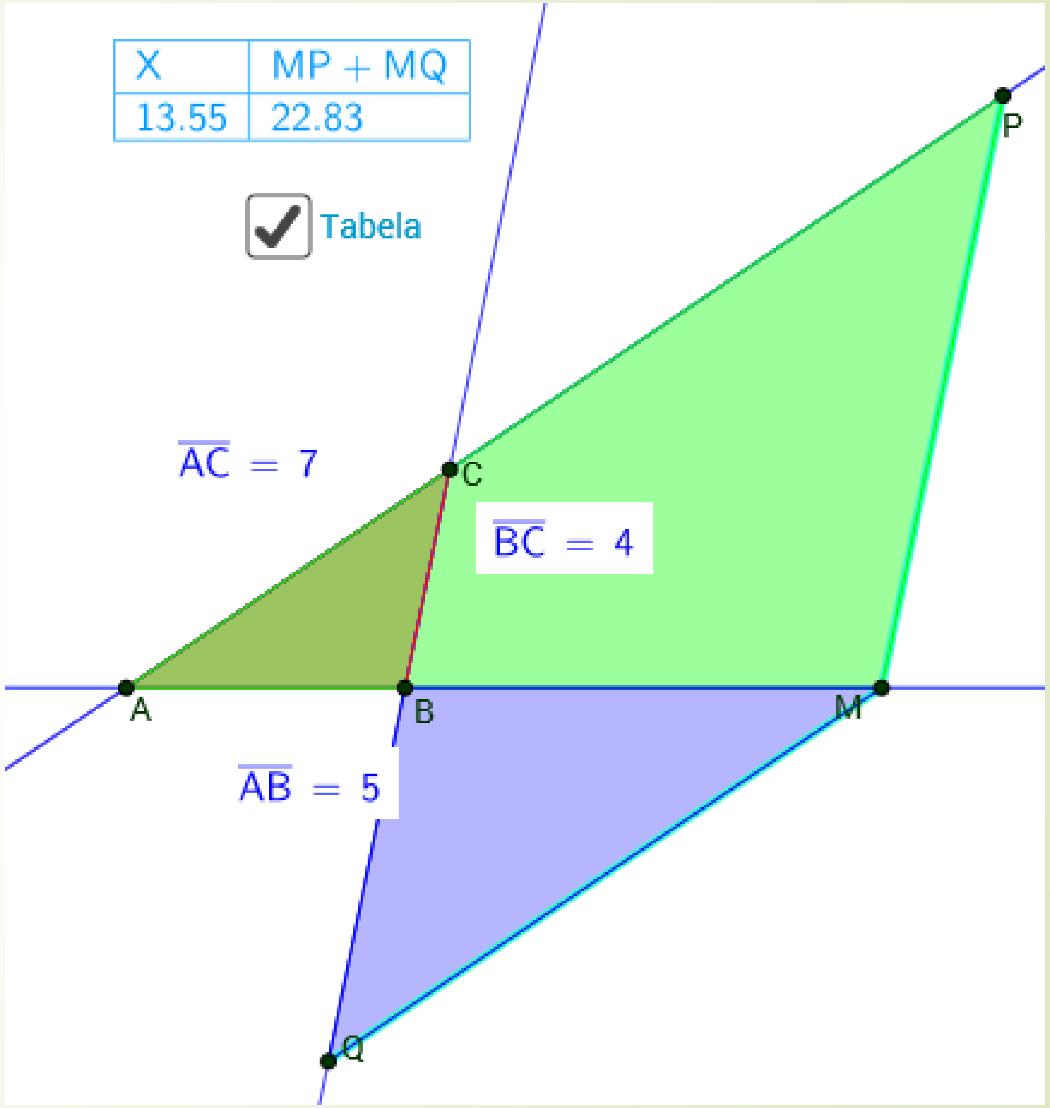
ATIVIDADE 2 – CAMINHO EM UM TRIÂNGULO

- Seja um triângulo ABC tal que AB = 5 cm, BC = 4 cm e CA = 7 cm e um ponto M sobre a reta AB. Seja x a abscissa do ponto M. Os pontos P e Q pertencem respectivamente à reta AC e BC. O segmento MP é paralelo à reta BC e o segmento MQ à reta AC, conforme a figura 2. O ponto A está na origem de um plano cartesiano. Interessa-nos o comprimento do segmento **L = MP + MQ**, em centímetros. Destacamos que o ponto A está na origem de um sistema de eixos orientado.



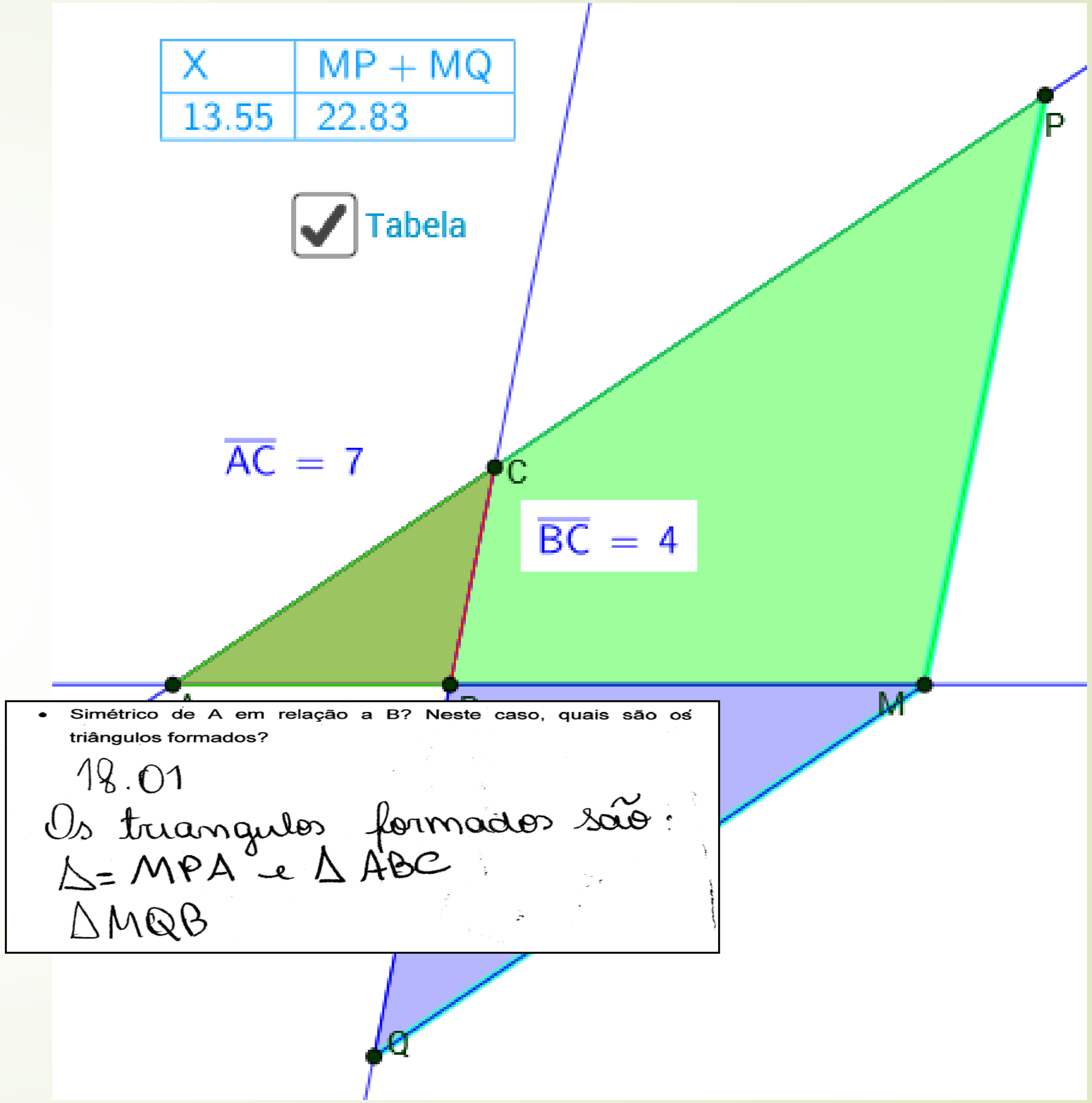
ATIVIDADE 2 – CAMINHO EM UM TRIÂNGULO

Ao trabalhar simultaneamente nos quadros numérico, geométrico e gráfico, conforme x (abscissa do ponto M) diminui, quando M não pertence ao segmento AB (x < 0), a medida de L aumenta. Quando a medida de x aumenta, de forma que o ponto M pertença ao segmento AB (0 < x < 5), L diminui. E quando x aumenta, de modo que M não pertence ao segmento AB (x >5), a medida de L aumenta.



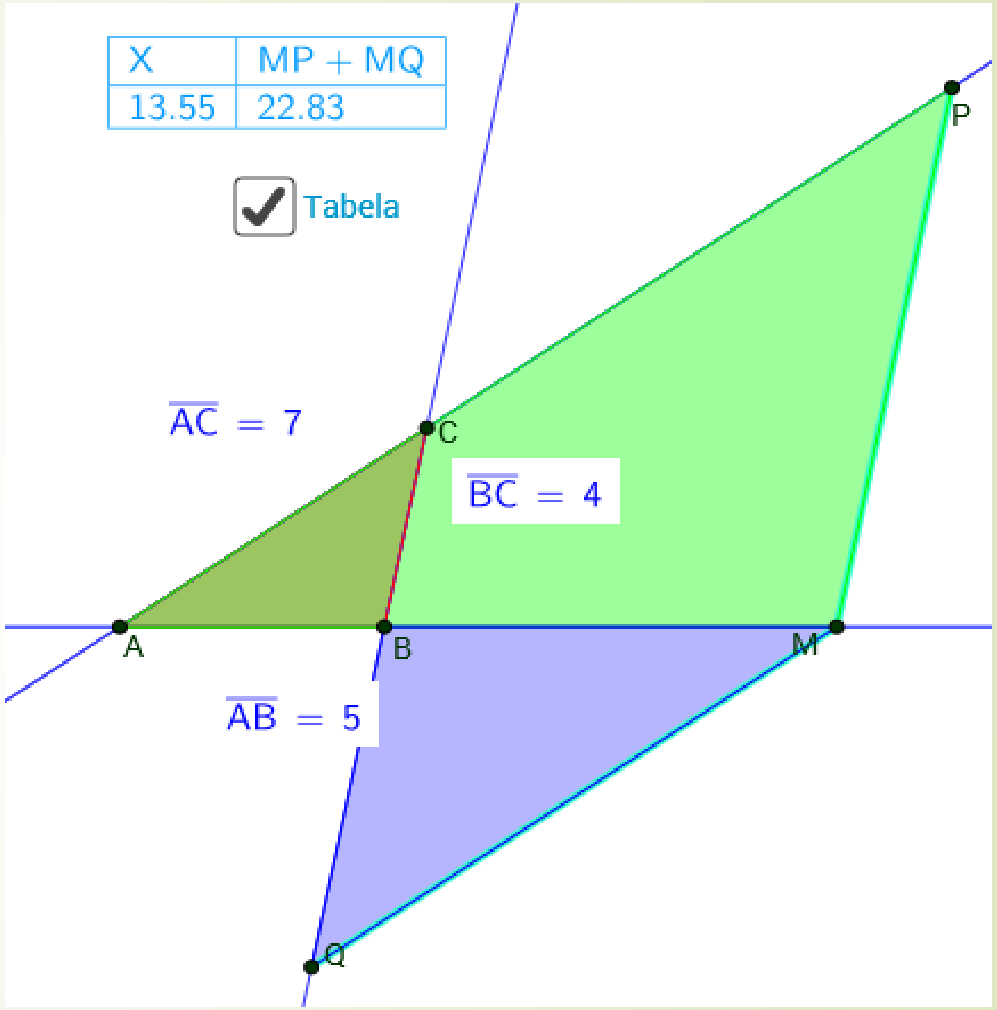
ATIVIDADE 2 – CAMINHO EM UM TRIÂNGULO

- Examine a figura geométrica, exibida na Janela de Visualização, com a ajuda da tabela, movimentando o ponto M. O que acontece com o comprimento de L? Sempre muda? Aumenta? Diminui? Se aumenta, em qual intervalo aumenta? Se diminui, em qual intervalo diminui? Exiba a Janela de Visualização 2 para verificar a sua resposta. Explique sua resposta.
- Movimente o ponto M para verificar cada um dos casos a seguir. Qual o valor da medida de L quando M é:
- Coincidente com A?
- Coincidente com B?
- É ponto médio do segmento AB? Neste caso, quais são os triângulos formados?
- Simétrico de A em relação a B? Neste caso, quais são os triângulos formados?
- É simétrico de B em relação a A? Neste caso, quais são os triângulos formados? Explique como você chegou a cada resposta.



ATIVIDADE 2 – CAMINHO EM UM TRIÂNGULO

- Movimentando o ponto **M exteriormente ao segmento AB, do lado esquerdo** em relação ao ponto A quais são os triângulos formados? Qual é a relação entre eles? Neste caso, como podemos expressar L em função de x?
- Movimentando o ponto **M no interior do segmento AB**, quais são os triângulos formados? Qual a relação entre eles? Nesse caso, como podemos expressar L em função de x? Explique como você chegou à sua resposta.
- Movimentando o ponto **M no exterior do segmento AB, do lado direito** em relação ao ponto B, quais são os triângulos formados? Qual é a relação entre eles? Nesse caso, como podemos expressar L em função de x? Explique como você chegou à sua resposta.



Mudando para o quadro algébrico: os triângulos **BMQ** e **AMP**, representados são semelhantes ao triângulo **ABC**.

ATIVIDADE 2 – CAMINHO EM UM TRIÂNGULO

- Quais são os possíveis valores para x? A que conjunto numérico eles pertencem? Quais são os possíveis valores para L? A que conjunto numérico eles pertencem? Explique como você chegou à sua resposta.
- Seja f a função que a cada x associa um valor de L, qual é a lei de formação dessa função? Explique como você chegou à sua resposta.
- Objtivo: concluir que a função que associa a cada x um valor de L, dos itens anteriores, pode ser definida algebricamente como:
- $f(x) = \begin{cases} -2{,}2x + 7, & x \leq 0 \\ -0{,}6x + 7, & 0 \leq x \leq 5 \\ 2{,}2x - 7, & x \geq 5 \end{cases}$

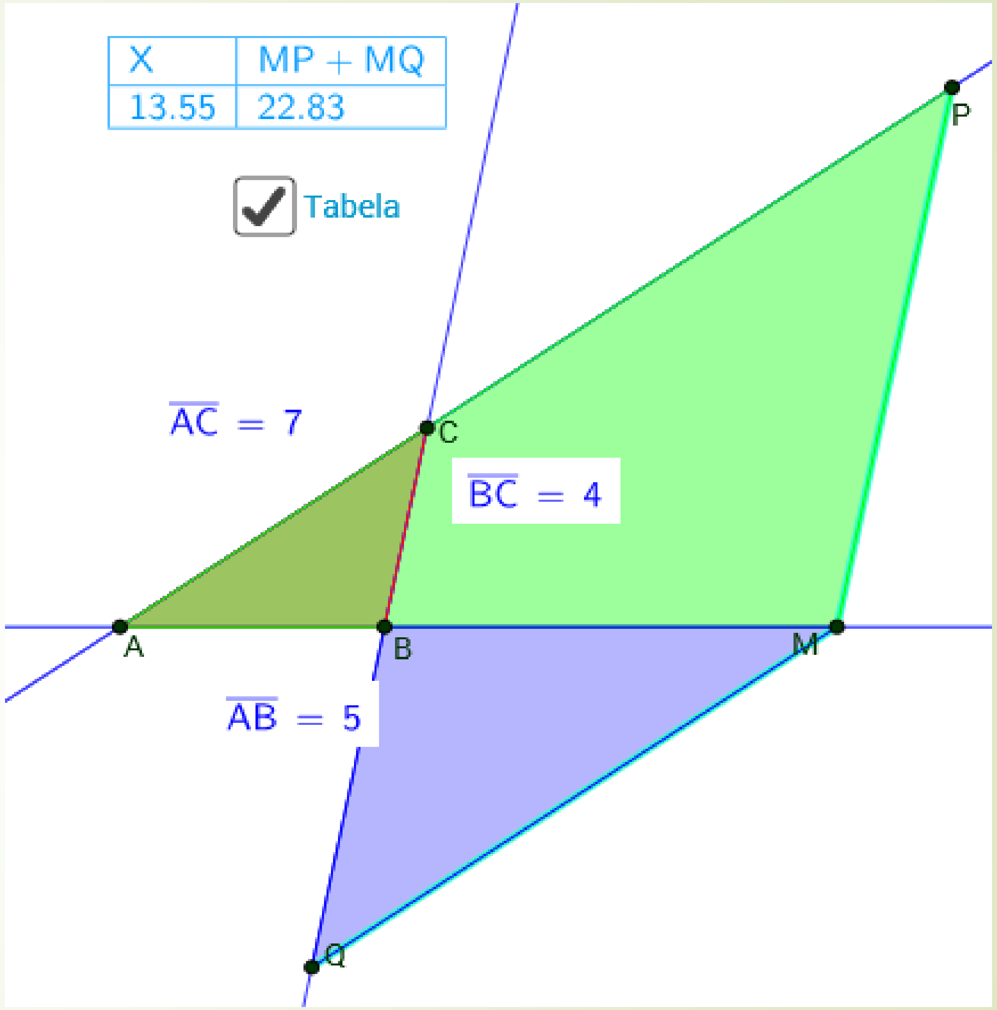
De -∞ à A – 2,2x + 7

De ~~A de B~~ 0,6x+7

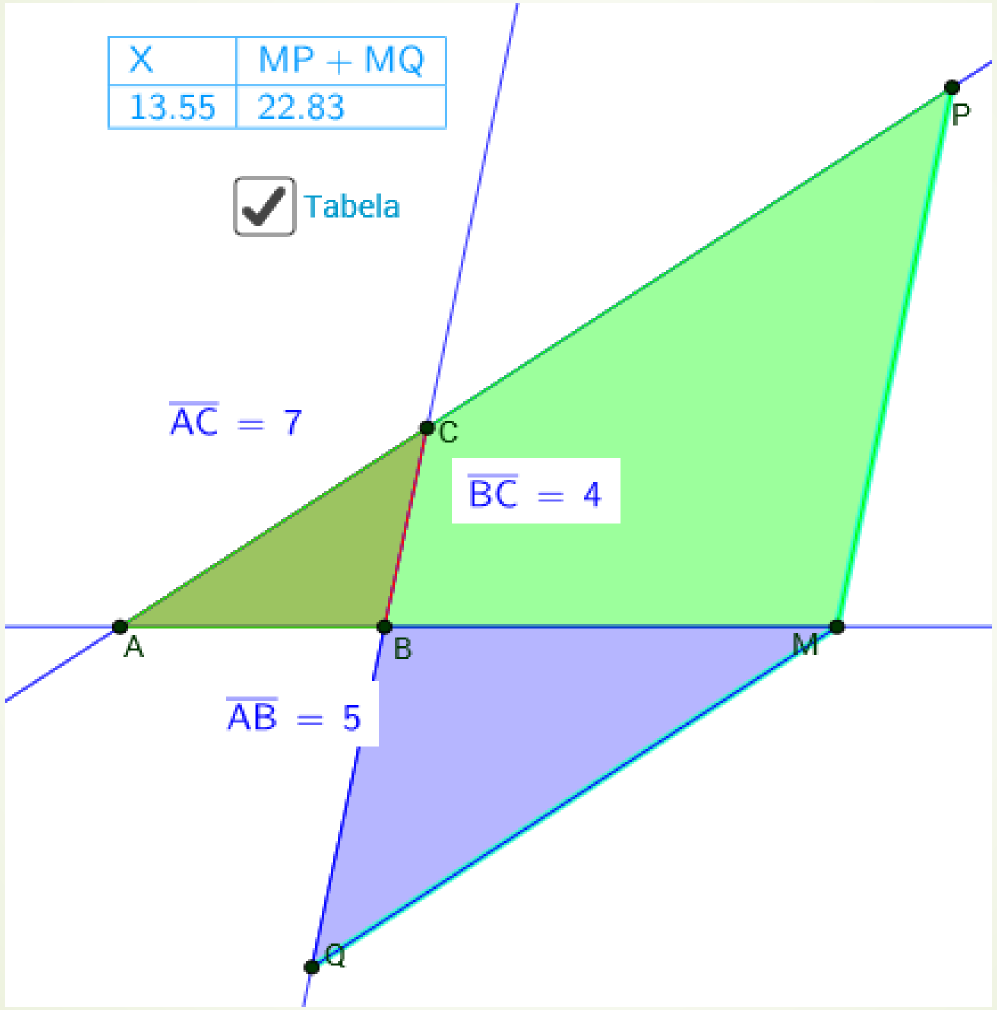
[0,5]

De B a +∞ 2,2x -7

[5 ; +∞[



ATIVIDADE 2 – CAMINHO EM UM TRIÂNGULO

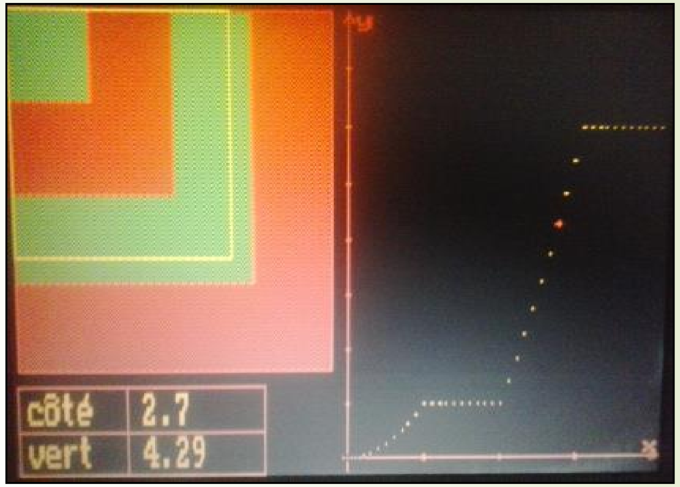


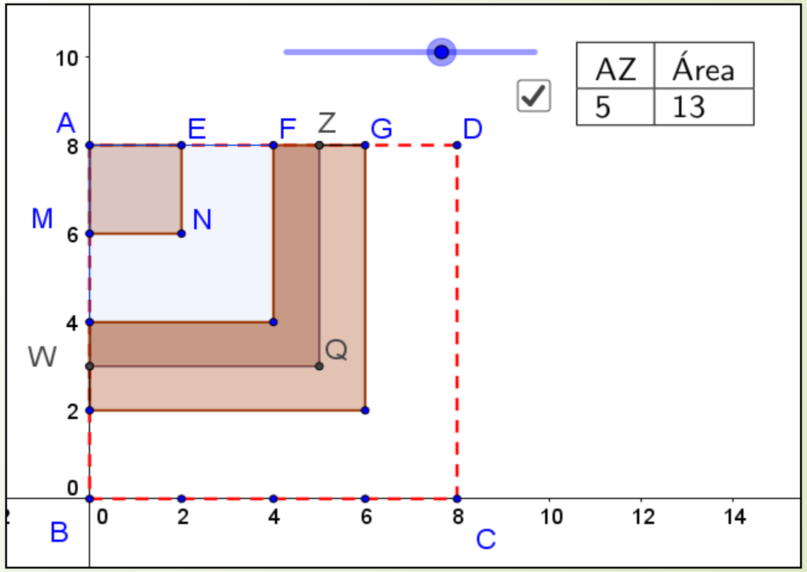
ATIVIDADE 4 – QUADRADOS COLORIDOS

- **Ferramentas**: Função polinomial do primeiro e segundo grau definida por sentenças em intervalos reais.
- **Objeto**: Função definida por sentenças polinomiais do primeiro e do segundo grau em intervalos reais.

ATIVIDADE 4 – QUADRADOS COLORIDOS

- Seja um quadrado ABCD colorido com 2 cores, conforme a representação na Janela de Visualização do GeoGebra. Para todo ponto Z pertencente ao segmento AD, considere o quadrado AWZQ tal que W esteja sobre o segmento AB. Chame de x a medida do segmento AZ, dada em cm e **s** a medida da área da região escura colorida do quadrado AWZQ, dada em cm^2. Utilize o controle deslizante para movimentar o ponto Z e com o auxílio da tabela e da Janela de visualização 1 e 2, sendo f(x) a função que para cada x associa um s, faça o que se pede.





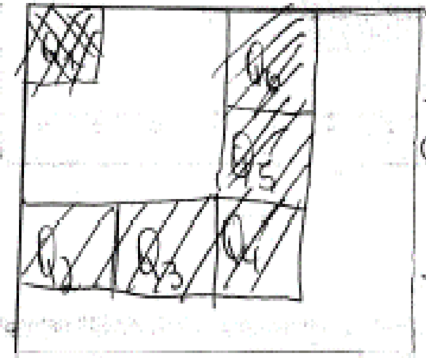
ATIVIDADE 4 – QUADRADOS COLORIDOS

Qual a lei de formação de f? (sendo f(x) a função que para cada x associa um s)

- Qual o domínio de f ?
- Qual a imagem de f ?

Domínio : $X = [0;8]$

Imagem : $x \in \mathbb{R} \,/\, 0 \leq x \leq 24$



A área pintada é = a 6 quadrados de cada um com área 4 então a área pintada é = $6 \times 4 = 24\,cm^2$

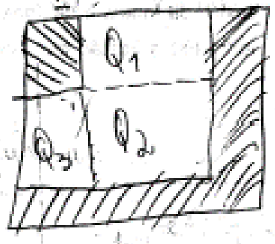
$$F(x) \begin{cases} x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \\ 4 & \text{se } 2 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 12 & \text{se } 4 \leq x \leq 16 \\ 24 & \text{se } 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

- Qual a lei de formação de f? (sendo f(x) a função que para cada x associa um s)

A área pintada, é a mesma que o quadrado AZWQ então nesse caso: $F(x) = x^2$. Quando o ponto Z varia entre os pontos A e E.

E quando varia de E-F a área permanece a de um quadrado de lado 2, então $F(x) = 4$

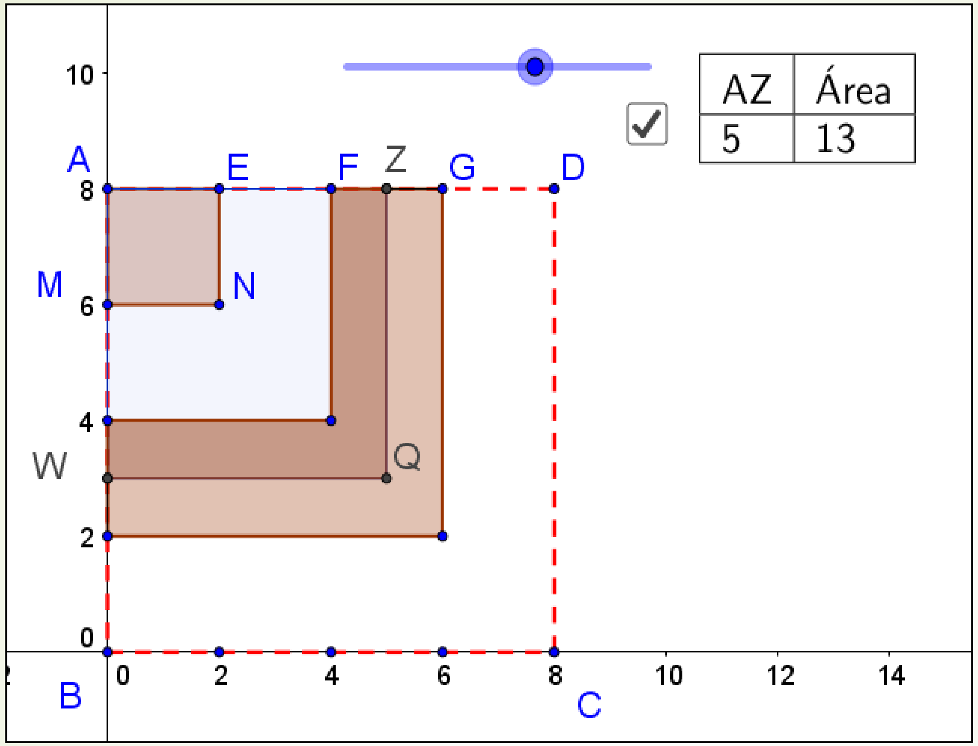
Quando Z está entre F-G a área colorida equivale ao quadrado AW é composta



O Quadrado inteiro, a área seria x^2 mas como tem uma parte com 3 quadradinhos (Q1; Q2; Q3) que a área de cada um deles é 4. Ou seja $4 \times 3 = 12$ / área do quadrado inteiro x^2 então $x^2 - 12$

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 4, & 2 \leq x \leq 4 \\ x^2 - 12, & 4 \leq x \leq 6 \\ 24, & 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

ATIVIDADE 4 – QUADRADOS COLORIDOS

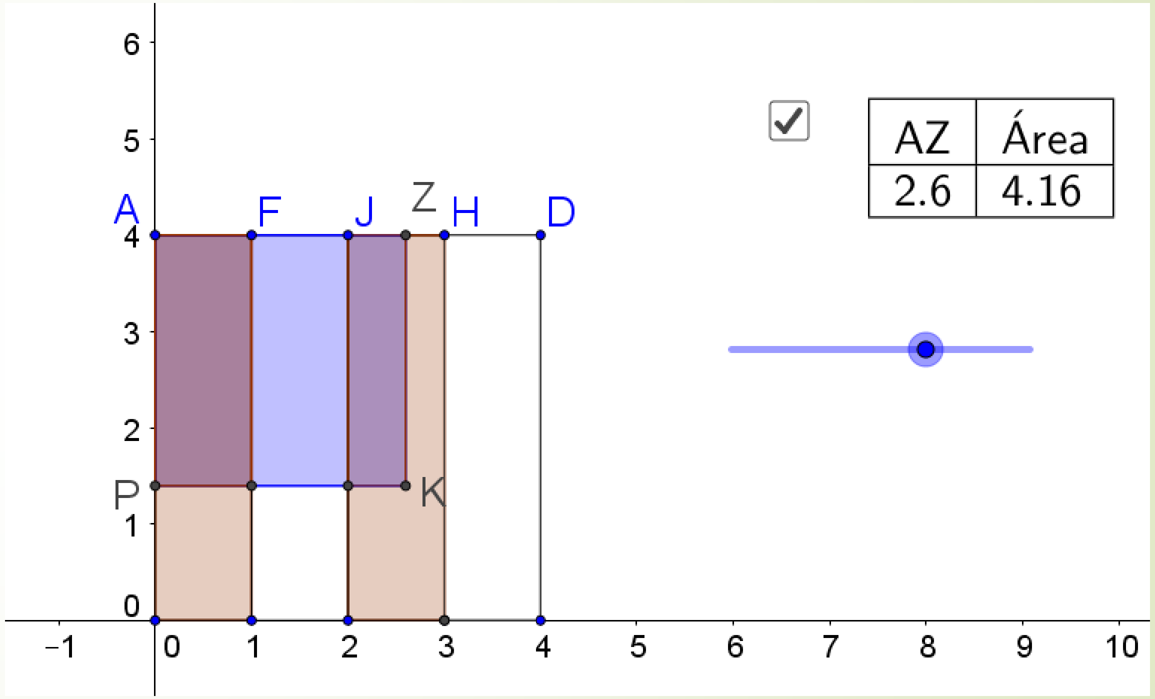


ATIVIDADE 5 – QUADRADOS COLORIDOS 2

- **Ferramentas**: Função polinomial do primeiro e segundo grau definida por sentenças em intervalos reais.
- **Objeto**: Função definida por sentenças polinomiais do primeiro e do segundo grau em intervalos reais.

ATIVIDADE 5 – QUADRADOS COLORIDOS 2

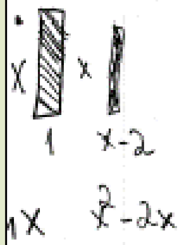
- Seja um quadrado ABCD colorido com 2 cores. Para todo ponto Z pertencente ao segmento AD, considere o quadrado APKZ tal que P esteja sobre o segmento AB. Chame de **x** a medida do segmento AZ, dada em cm e **s** a medida da área da região escura colorida do quadrado APKZ, dada em cm^2. Utilizando o **controle deslizante** para movimentar o ponto Z e com o auxílio da tabela e da Janela de Visualização 2 e sendo f(x) a função que para cada x associe um s.



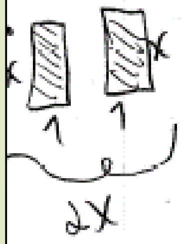
ATIVIDADE 5 – QUADRADOS COLORIDOS 2

- Qual o domínio de f ?
- Qual a imagem de f ?

Domínio : AZ = [0;4] -
Imagem : Área = [0;8]



. Quando movimentarmos o ponto Z entre J-H temos 2 retangulos com ambos de largura x e a altura do maior sera 1 e a altura do menor seria x-2 pois subtrai 2 por causa das duas alturas anteriores. A área do 1º é x e ao fazermos a distributiva entre x-2 e x ficando x²-2x e subtraimos x que a área do figura em branco ficando F(x) x²-x.

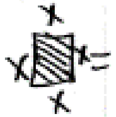


. Quando movimentarmos Z entre H e I a segunda figura vai ser igual a da 1º logo a área das 2 é x então área total = 2x

x² : AZ entre 0 e 1
x : AZ entre 1 e 2
x²-x : AZ entre 2 e 3
2x : AZ entre 3 e 4

- Qual a lei de formação de f? Descreva como você chegou a cada resposta.

A-F



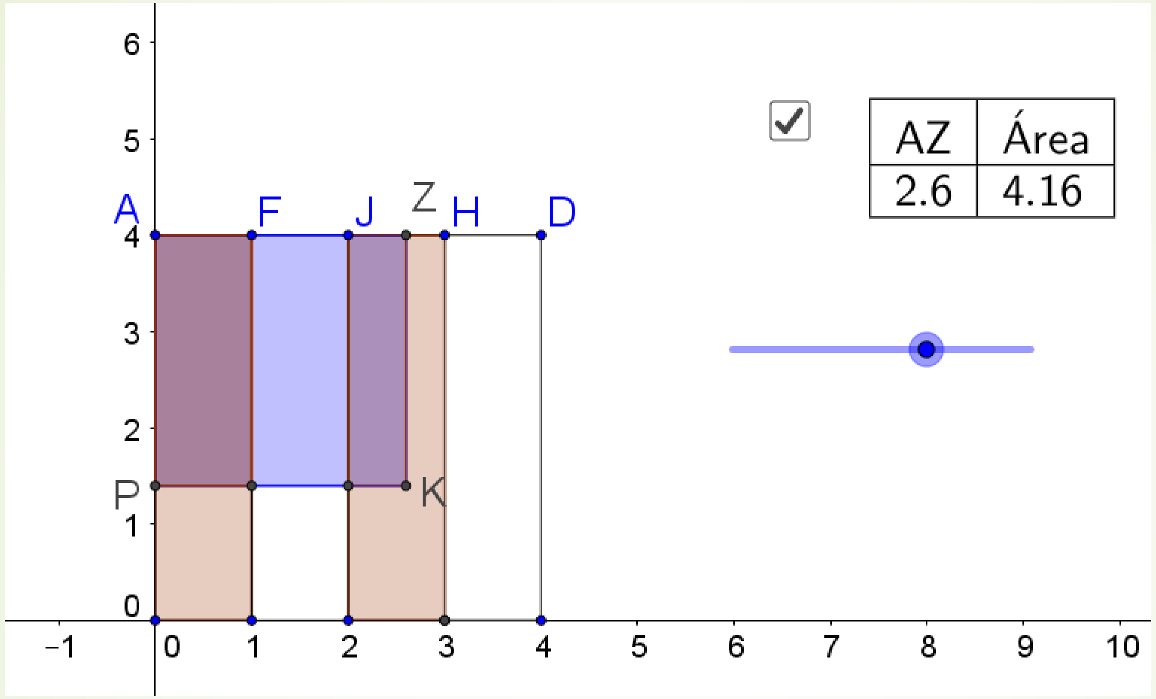
= Área = x²

Quando movimentamos o ponto Z entre A e F a figura formada embaixo da área pintada sera x² pois forma um □ de lado x.

. Quando movimentamos o ponto Z entre F e J a figura formada embaixo será um x▨ olhando na janela de visualização que de A-P é x então a largura dele x▨ sera x. Como de F-J é 1cm então a altura do ▨ será um. F(x) b.h = x.1 = X

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \le x \le 1 \\ x\,, & 1 \le x \le 2 \\ x^2 - x, & 2 \le x \le 3 \\ 2x, & 3 \le x \le 4 \end{cases}$$

ATIVIDADE 5 – QUADRADOS COLORIDOS 2

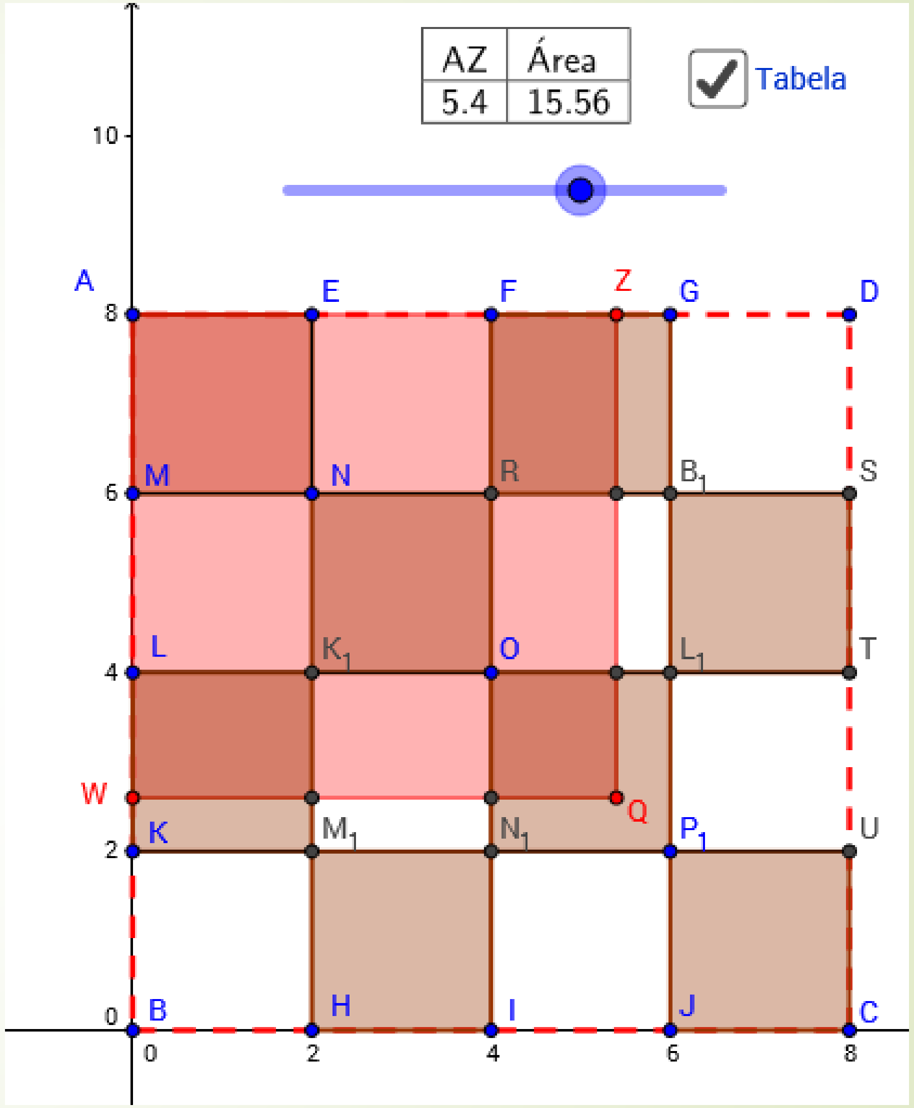


ATIVIDADE 6 – QUADRADOS COLORIDOS 3

- **Ferramentas**: Função polinomial do segundo grau definida em intervalos reais.
- **Objeto**: Função definida por sentenças polinomiais do segundo grau em intervalos reais..

ATIVIDADE 6 – QUADRADOS COLORIDOS 3

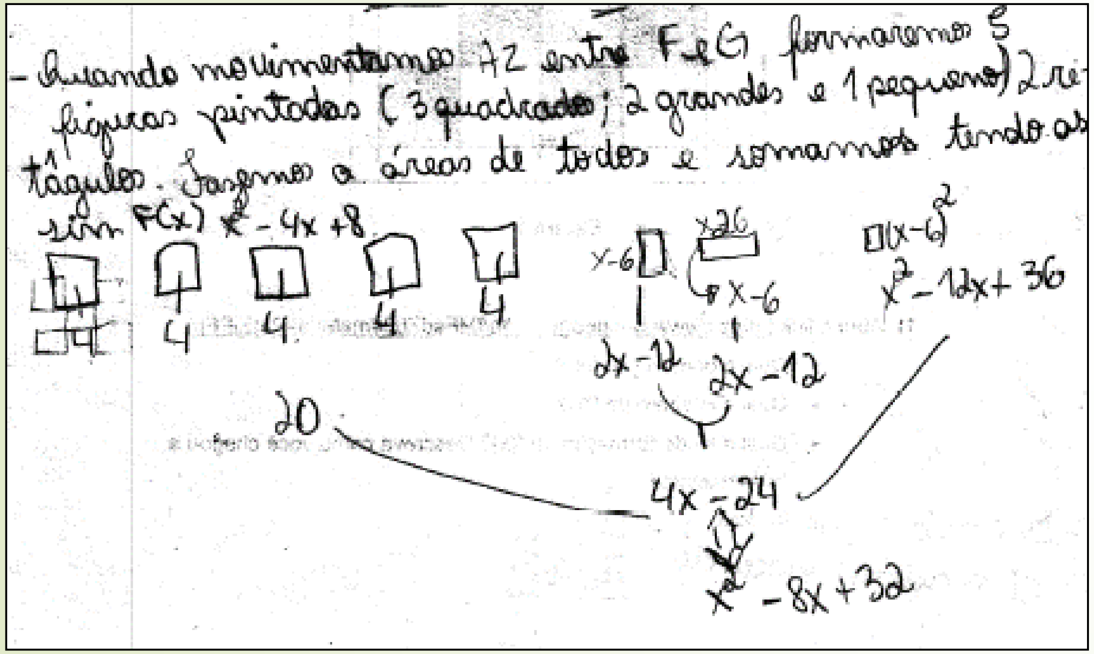
- Seja um quadrado ABCD colorido com 2 cores. Para todo ponto Z pertencente ao segmento AD, considere o quadrado AWQZ tal que W esteja sobre o segmento AB. Chame de **x** a medida do segmento AZ, dada em cm e **s** a medida da área da região escura colorida do quadrado AWQZ, dada em cm^2. Utilizando o controle deslizante para movimentar o ponto Z e com o auxílio da tabela e da Janela de Visualização 2 e sendo f(x) a função que para cada x associe um s.



ATIVIDADE 6 – QUADRADOS COLORIDOS 3

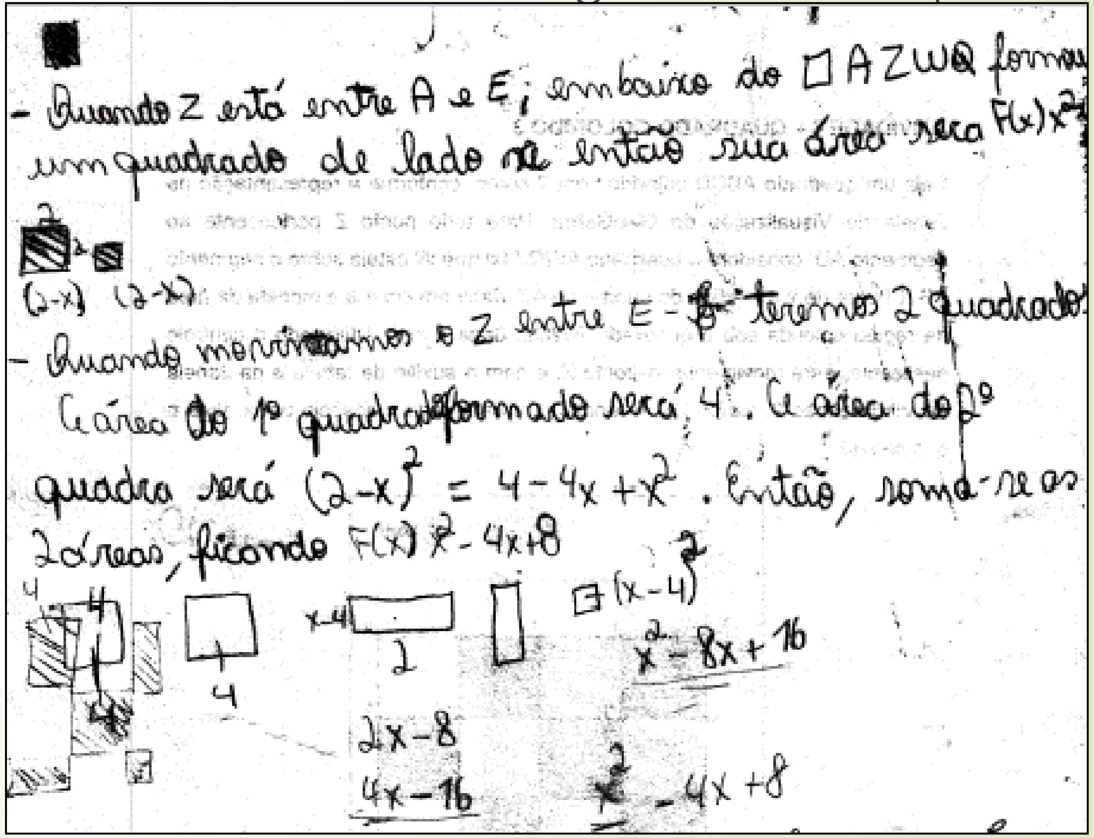
- Qual o domínio de f ?
- Qual a imagem de f ?

Domínio: será de [0;8]
Imagem: será de [0;32]

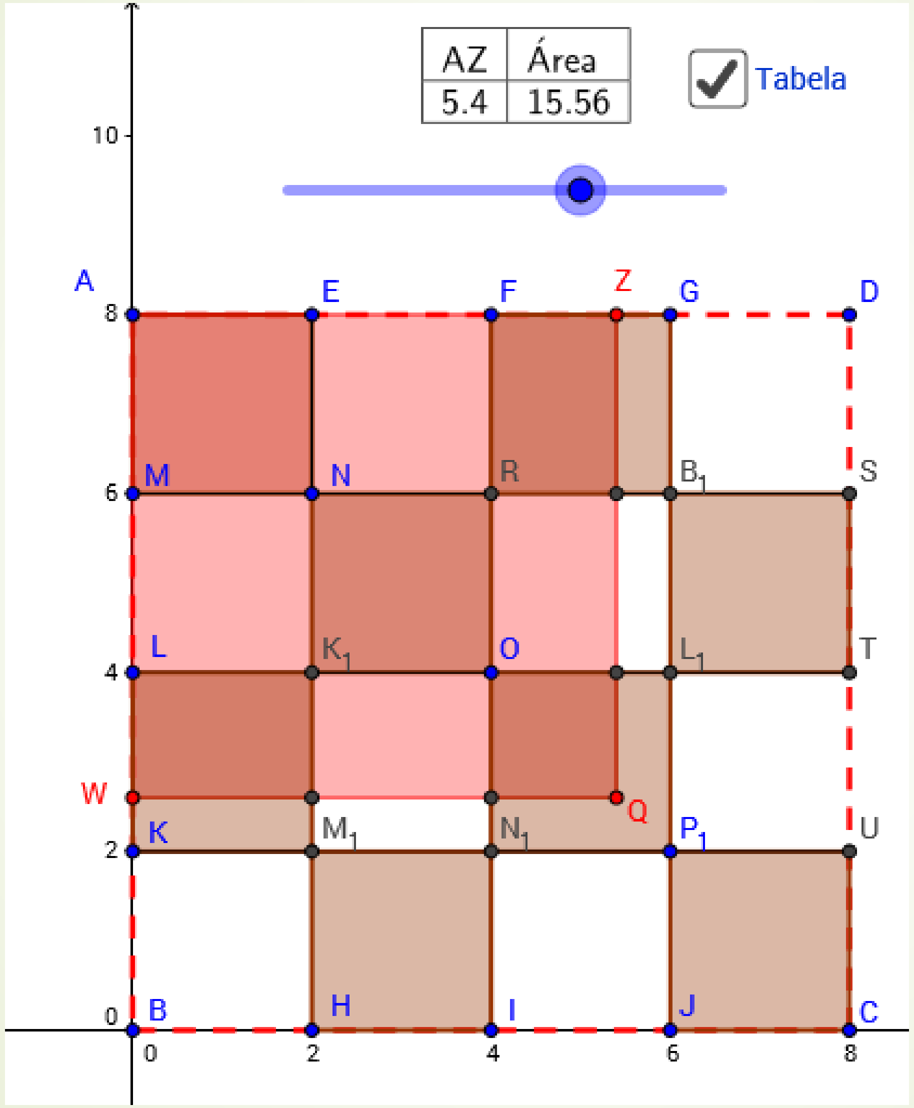


$$f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 4x + 8., & 2 \leq x \leq 6 \\ x^2 - 8x + 32\,, & 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

- Qual a lei de formação de f? Descreva como você chegou a cada resposta.



ATIVIDADE 6 – QUADRADOS COLORIDOS 3



REFERÊNCIAS

ALVES FILHO J. P. Regras da Transposição Didática Aplicadas ao Laboratório Didático. Caderno Catarinense de Ensino de Física, v. 17, n. 2, ago. 2000.

BALACHEFF N. Contribution de la didactique et de l'épistémologie aux recherches en EIAO, actes des 13ème **Journées Francophones sur l'Informatique, Formation Intelligemment Assitée par Ordinateu**r, Genève, paginas 9-38. 1991

CHEVALLARD, Y. **La Transpostion Didactique - du savoir savant au savoir enseigné**. La Pensee Sauvage Éditions, Grenoble. 1991.

CHEVALLARD, Y.; JOHSUA, M-A. Un exemple d'analyse de la transposition didactique – La notion de distance. **Recherches en Didactique des mathematiques**, v. 3, n .2, p. 157-239,1982.

CREEM- Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathemátiques. **Activités Mathemátiques avec Imagiciels. Fonctions Numériques**. France: Ministère de L'Education nationale et de la Culture, 1992. http://ancien.aid-creem.org/bibliographie.html

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática**. São Paulo: Editora da Livraria da Física, 2007.

HOHENWARTER, M. Geogebra Quickstart: **Guía Rápida de Referência sobre Geogebra**. Portugal. 2007. Acesso em agosto de 2019 de http://www.essl.edu.pt/Dep/Mat/ano%2011/geometria/manual_geogebra.pdf

MARTINS, L. P. **Análise da Dialética Ferramenta-Objeto na construção do conceito de função**. 2006.

PALIS, G. de L. R. O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do professor de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa.** São Paulo, v.12, n.3, pp. 432-451, 2010.

SILVA, H. N. **Estudo de função: uma proposta de reconstrução de atividades do Imagiciel mediadas pelo GeoGebra**. 2017. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

???