Extremwertprobleme und Funktionsgraphen (Dreiecke)

H. Wuschke

Aufgabe A1.3.3 Abitur 2018

Gegeben ist die für alle reellen Zahlen x mit $-2 \leqq x \leqq 8$ definierte Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = -\frac{1}{100}x^4 + \frac{1}{10}x^3 - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + 1$$

Für jeden Wert von a mit $0 \leqq a < 7; a \in \mathbb{R}$ liegt ein Dreieck ABC mit $A(a|0), B(7|0)$ und $C\,(a|f(a))$ im ersten Quadranten.
Fertigen Sie zu diesem Sachverhalt eine Skizze an.
Begründen Sie, dass es sinnvoll ist, für a den Wert 7 auszuschließen.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C so, dass die Fläche des Dreiecks ABC möglichst groß wird.

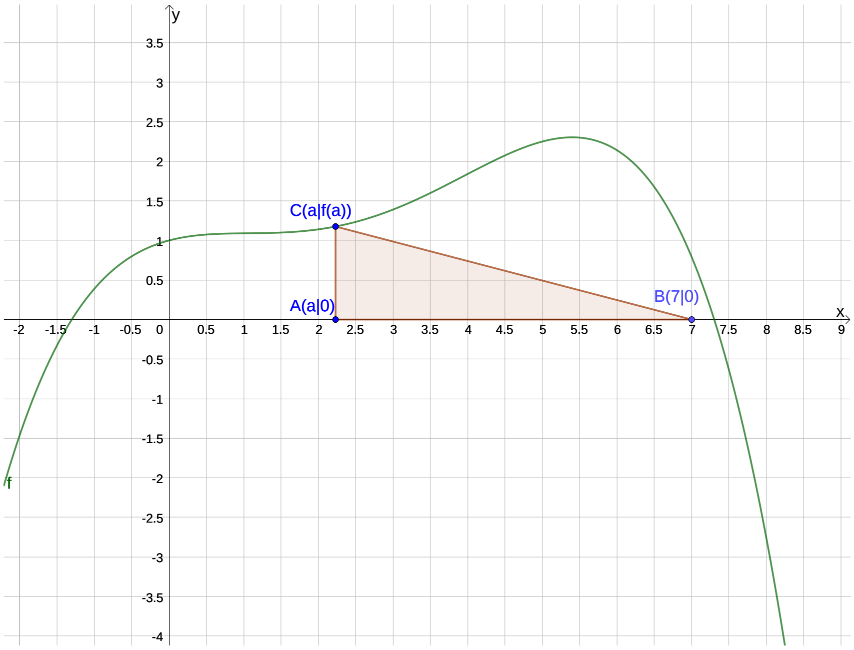

Abbildung 1: Skizze der Situation

Für $a = 7$ würden der Punkt A und der Punkt B die gleichen Koordinaten haben und somit wäre die Figur ABC kein Dreieck mehr.

Für die Fläche des $\triangle ABC$ gilt: $A = \frac{1}{2} \cdot (7 - a) \cdot f(a)$

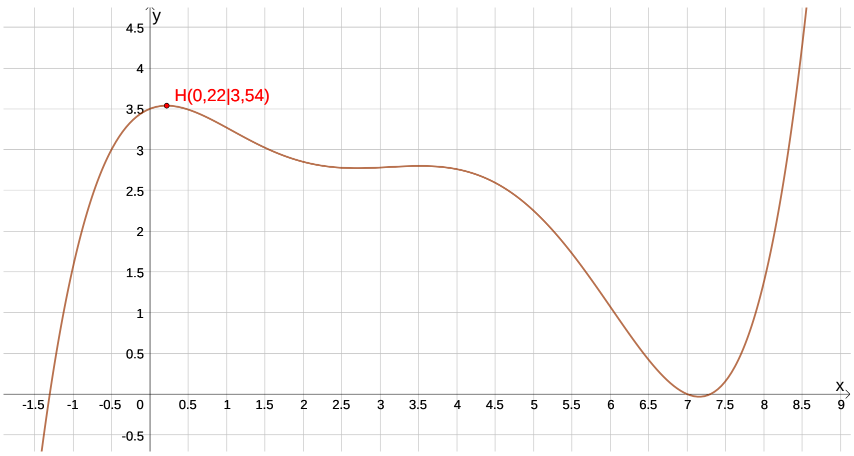

Abbildung 2: Hochpunkt der Flächenfunktion

Der Hochpunkt von $A(a)$ liegt bei $H(0,22|3,54)$

Der Punkt C liegt also $C(0,22|f(0,22))$ bzw. $C(0,22|1,04)$