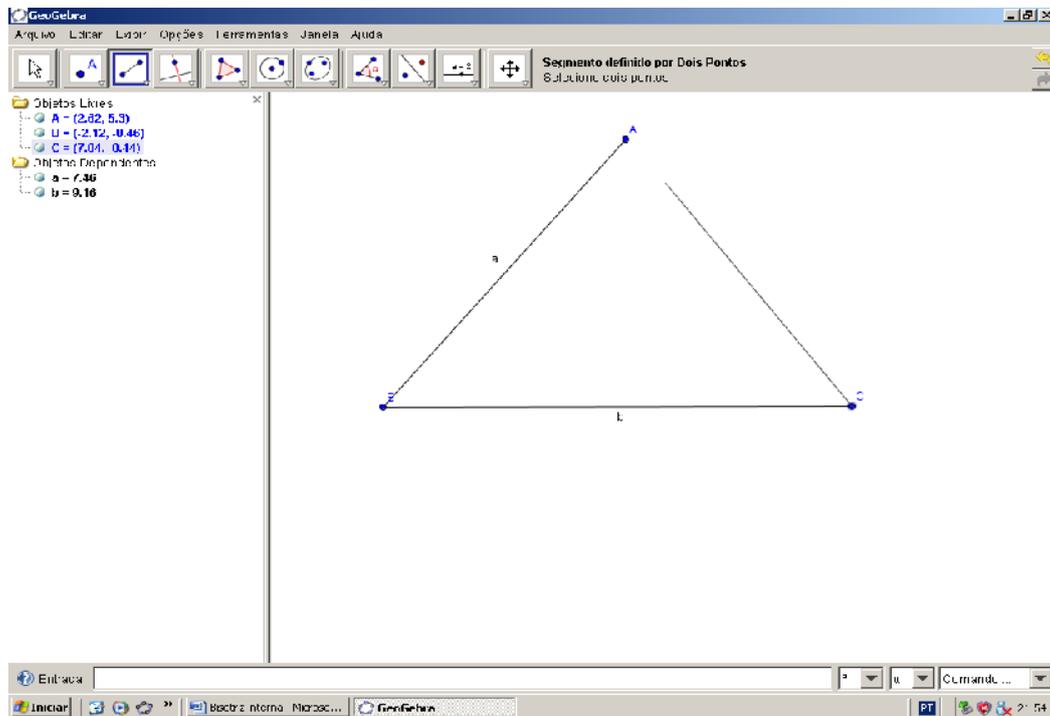


Bissetriz interna – Incentro

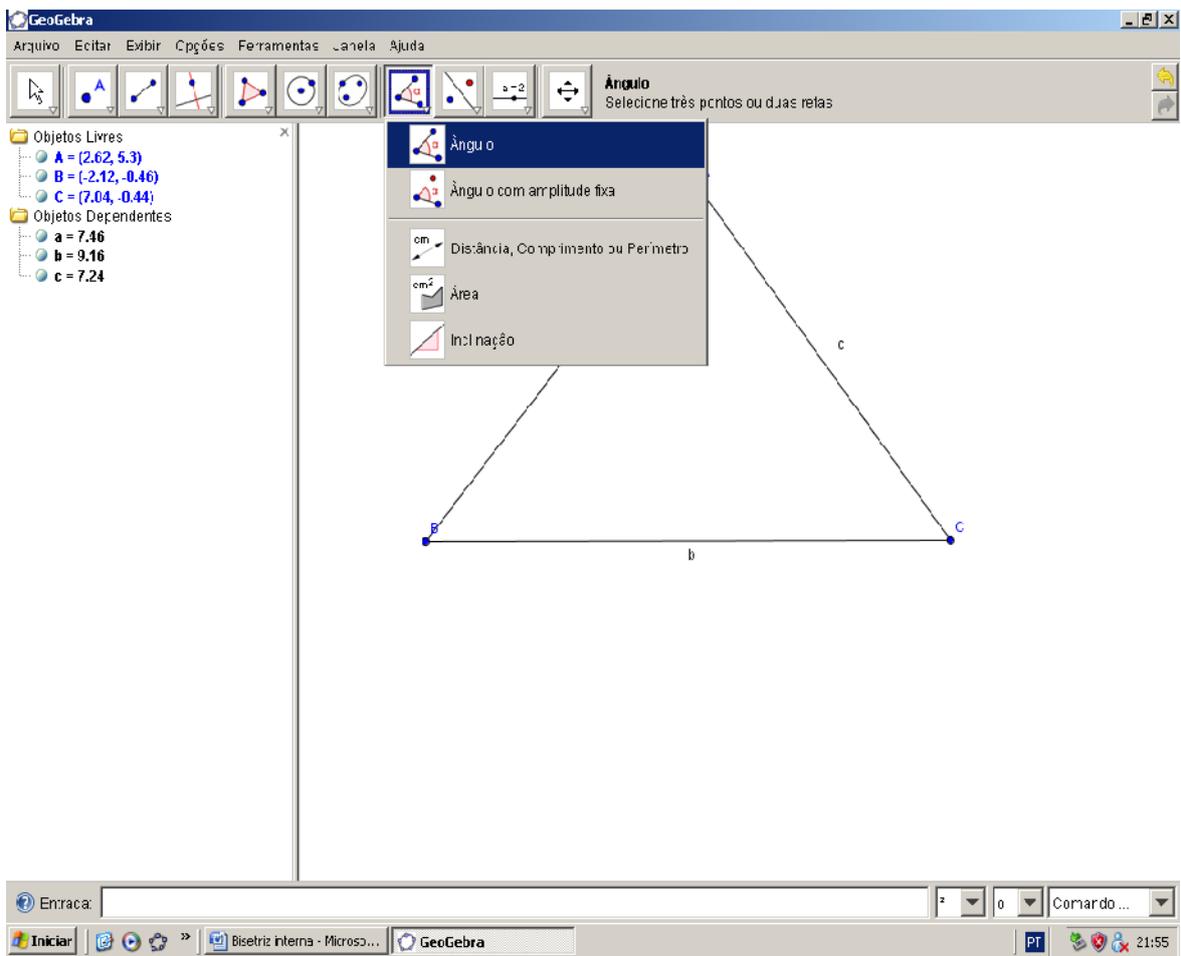
A bissetriz de um triângulo é o segmento que une um vértice ao lado oposto, dividindo o ângulo interno desse vértice em dois ângulos congruentes.

Todo triângulo possui três bissetrizes, uma relativa a cada ângulo.

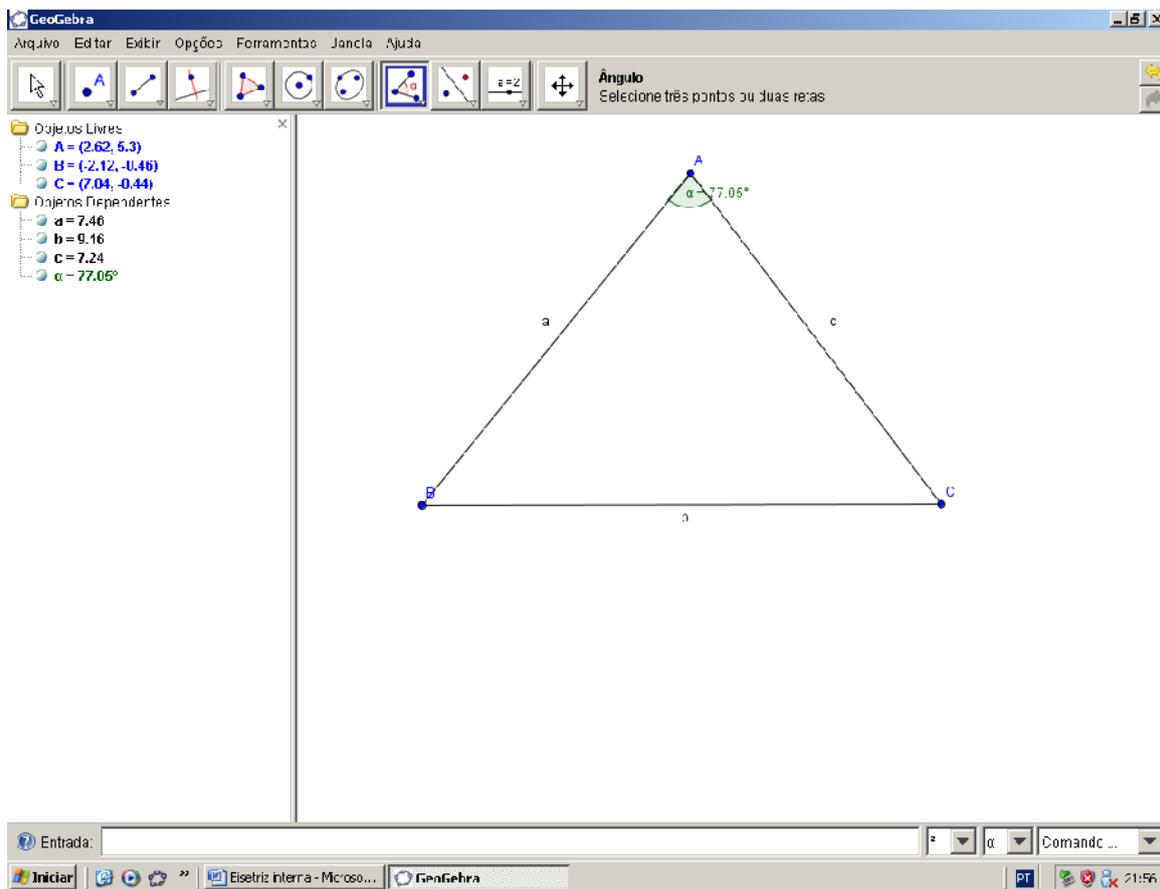
Para construirmos as bissetrizes de um triângulo ABC no GeoGebra iniciaremos construindo o triângulo usando as ferramentas “Ponto” e “Segmento definido por dois pontos”.



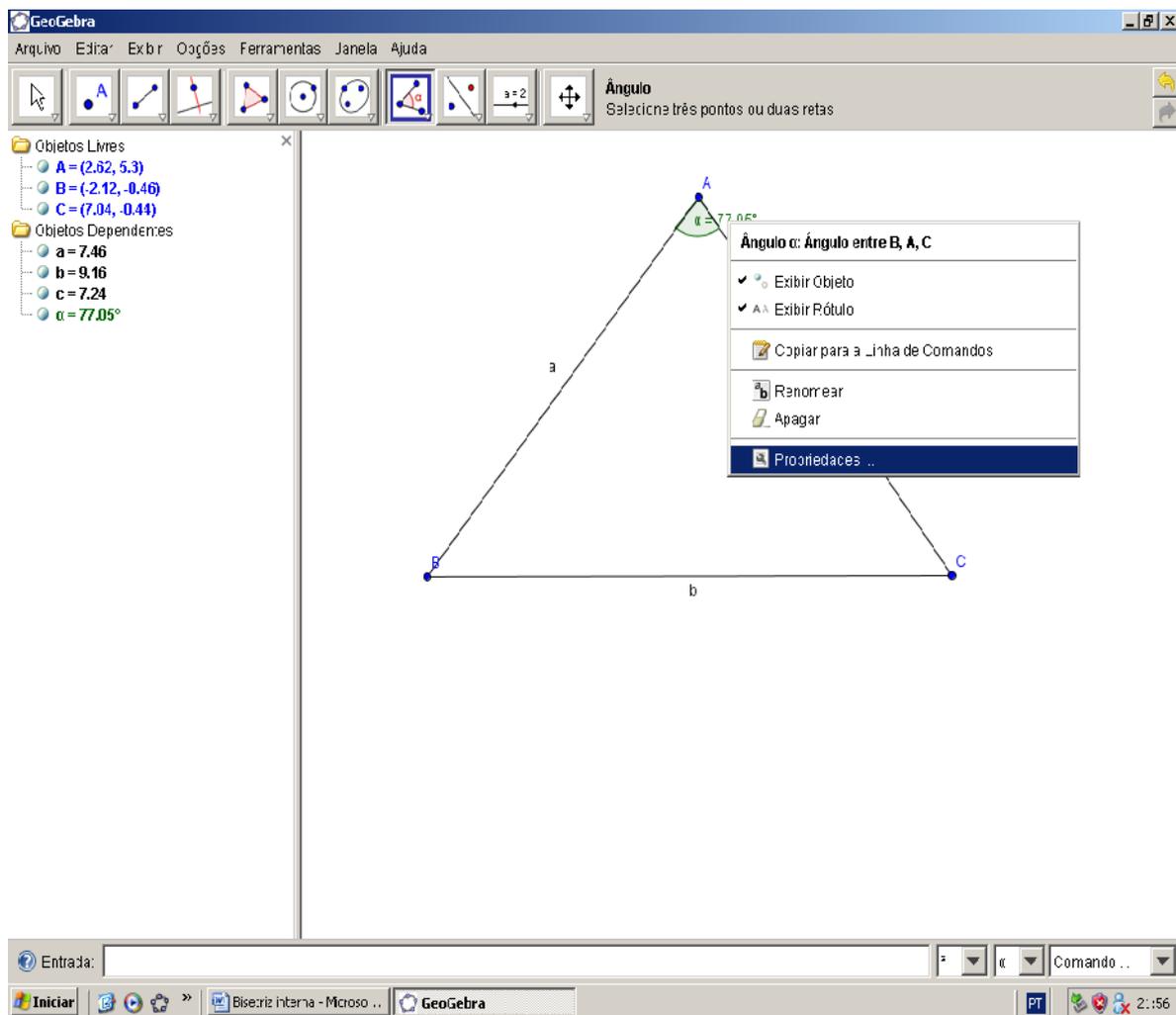
Com o $\triangle ABC$ construído com a ferramenta ângulo marcamos os ângulos do $\triangle ABC$.



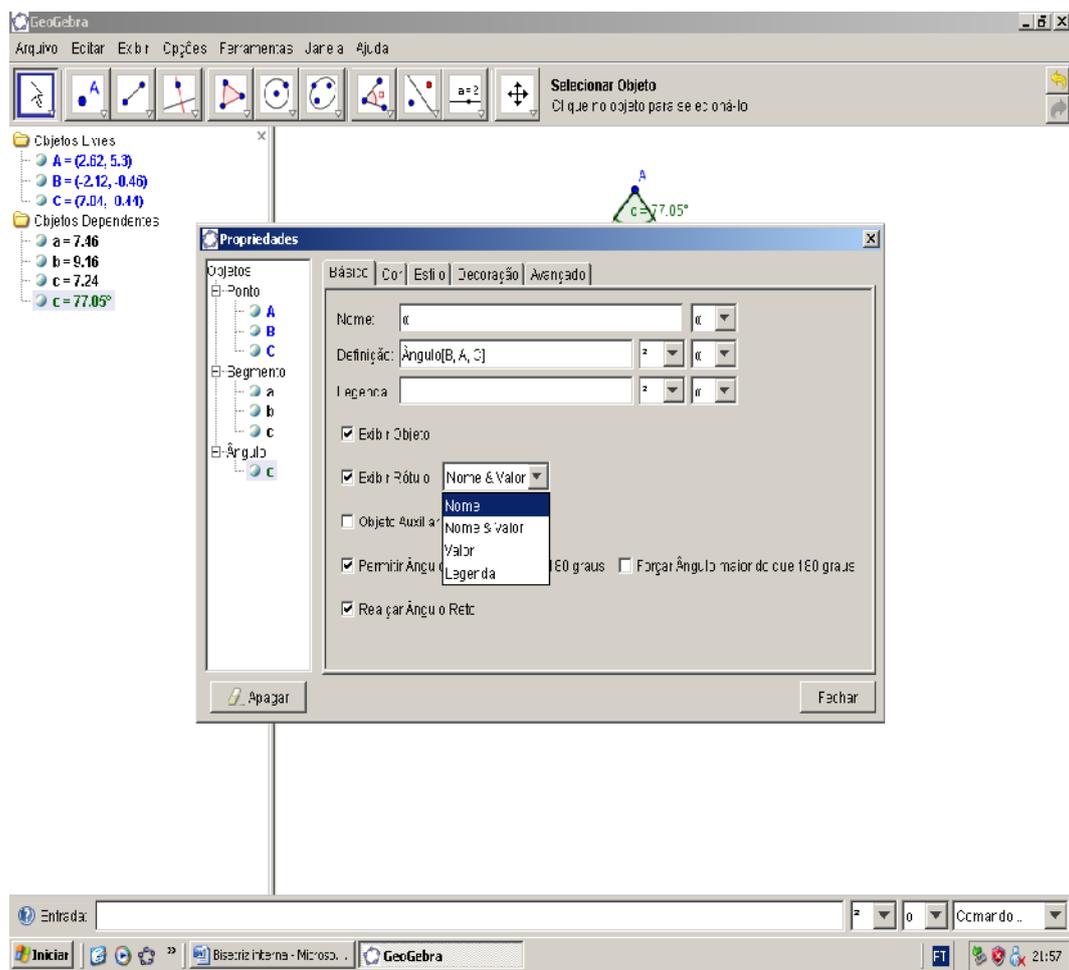
Com a ferramenta selecionada selecionamos três pontos ou duas retas do $\triangle ABC$ e teremos o primeiro ângulo .



Podemos ver que com o ângulo vem seu nome e valor. O valor do ângulo não nos interessa então clicando sobre o ângulo com o botão esquerdo do mouse e selecionamos o comando das “Propriedades...”.

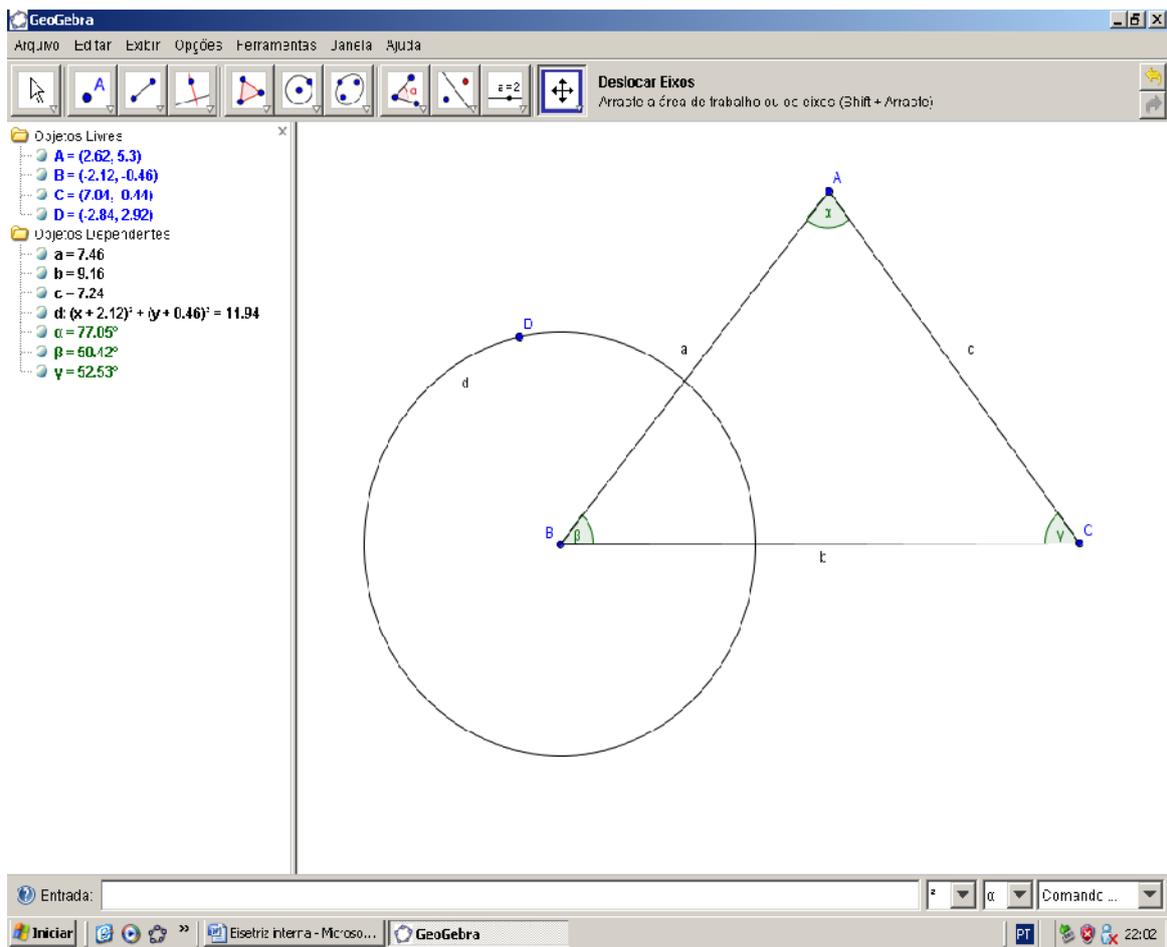


Aparecerá a caixa das propriedades e na aba “Básico”, temos a opção “Exibir Rótulo” e escolhemos o comando “Valor”.

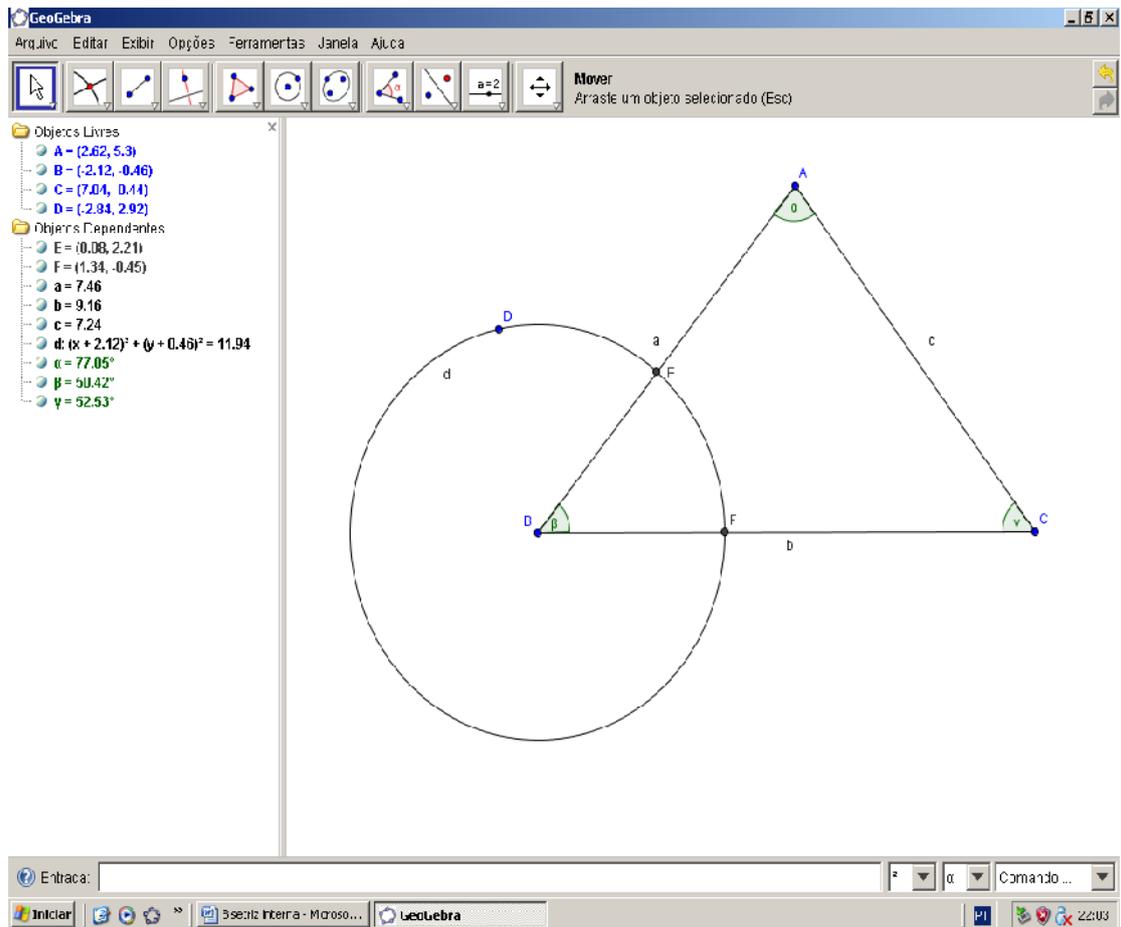


Desta forma o ângulo aparecerá acompanhado apenas com o seu nome.

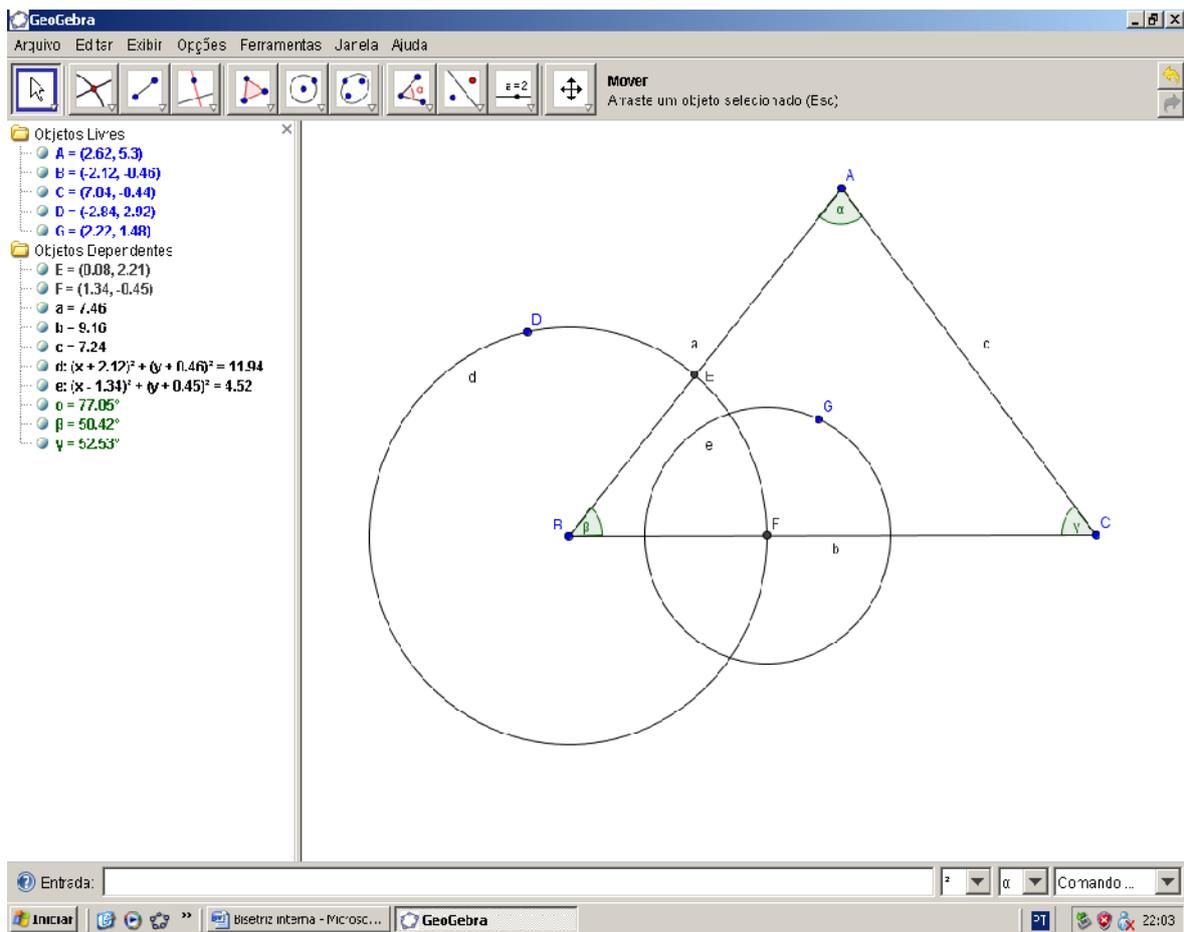
Para construirmos nossas bissetrizes usaremos a ideia de compasso. Com a ferramenta “Círculo definido pelo centro e um de seus pontos” definimos o centro em um dos vértices do triângulo.



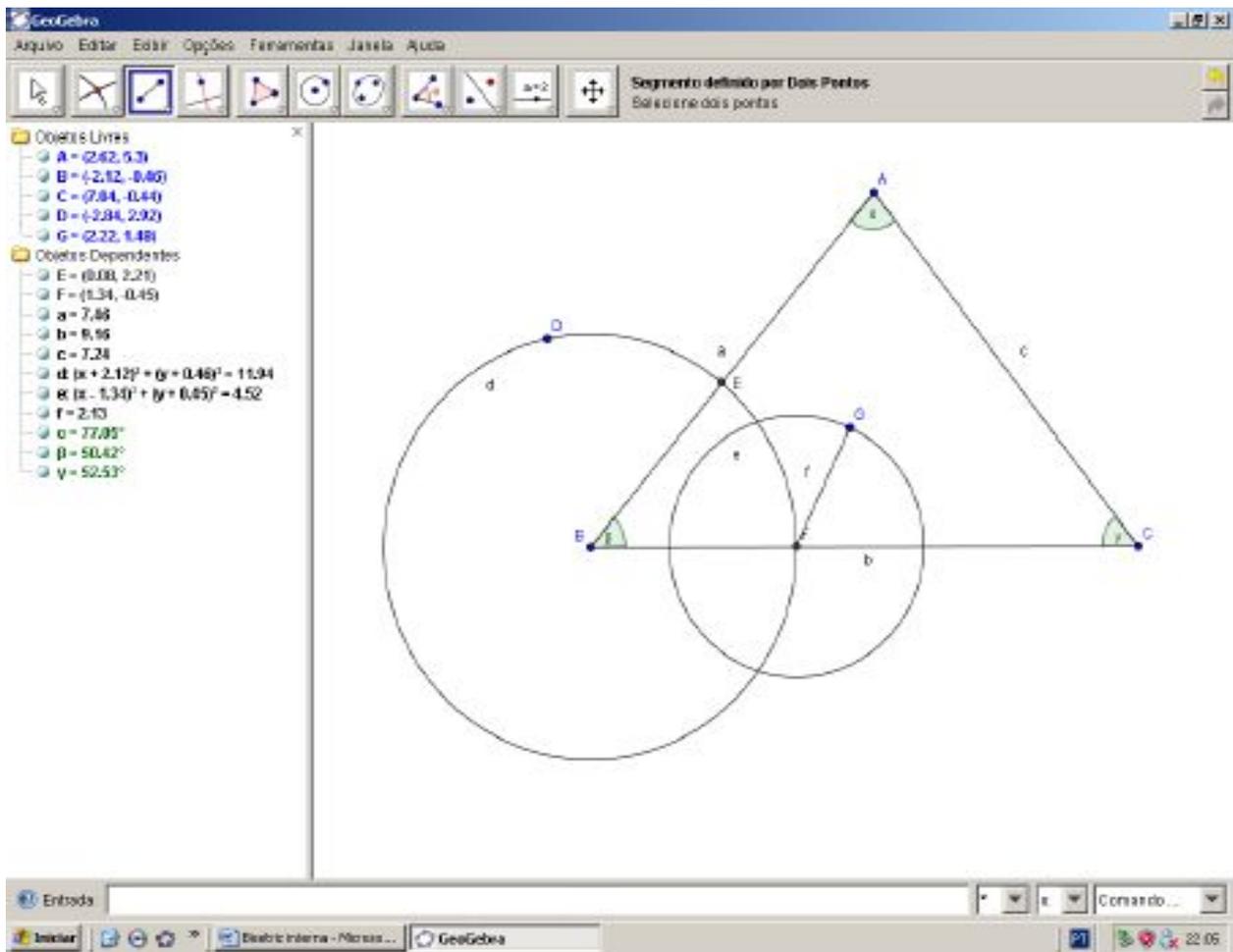
Marcamos a interseção entre a círculo e aos lados do triângulo, desta forma garantimos que a distância entre o vértice e as interseções são iguais.



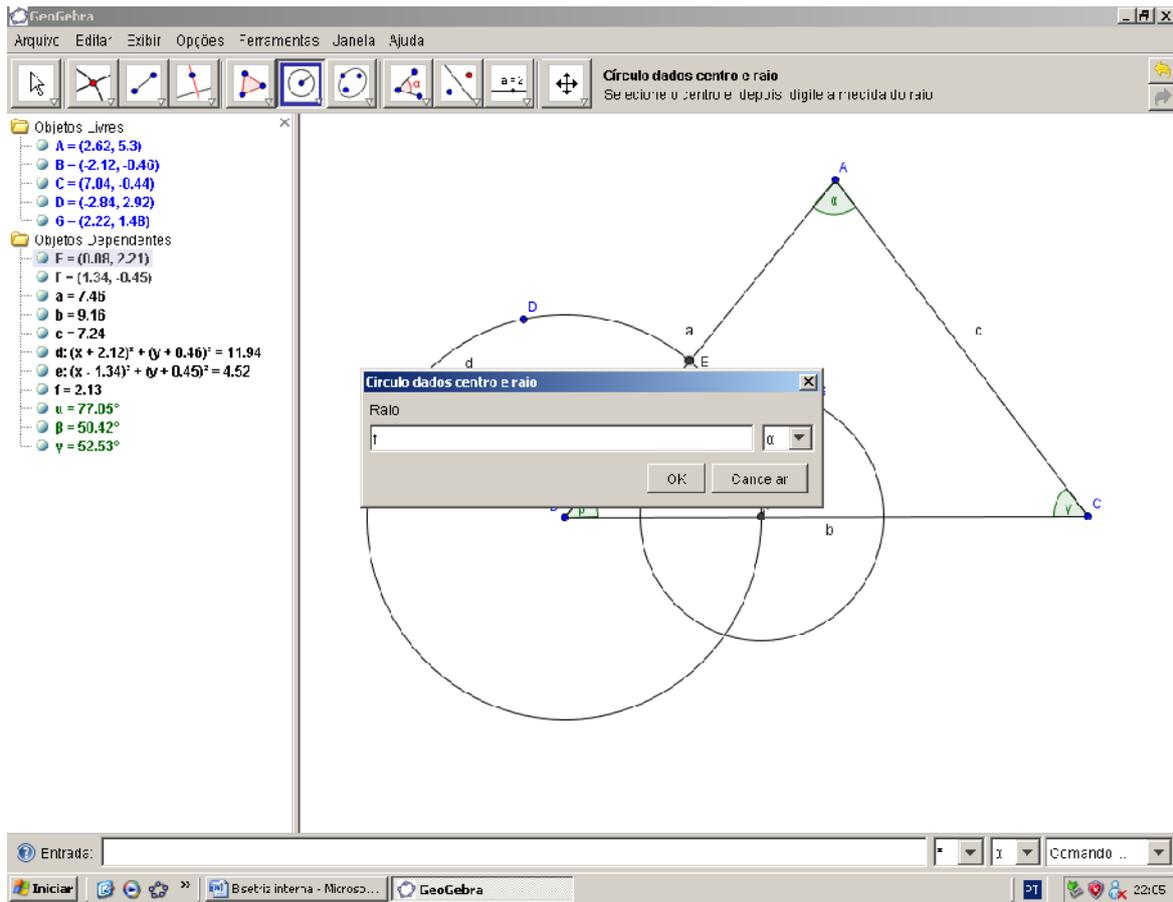
Com a mesma ferramenta “Círculo definido pelo centro e um de seus pontos” criamos um círculo com centro em uma das interseções.



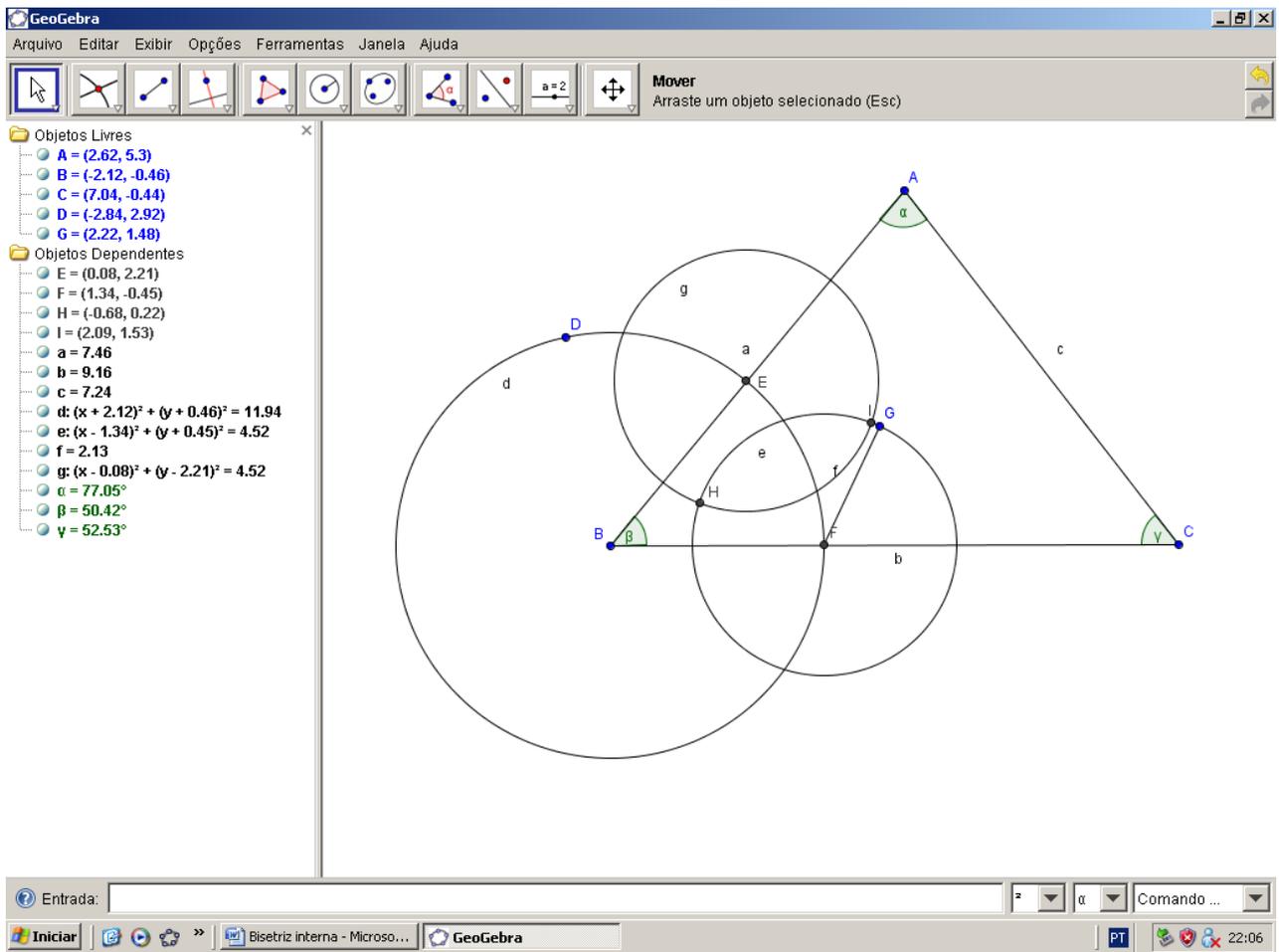
Com a ferramenta “Segmento definido por dois pontos”, marcamos o segmento entre a interseção escolhida que é o centro e o outro ponto do mesmo círculo.



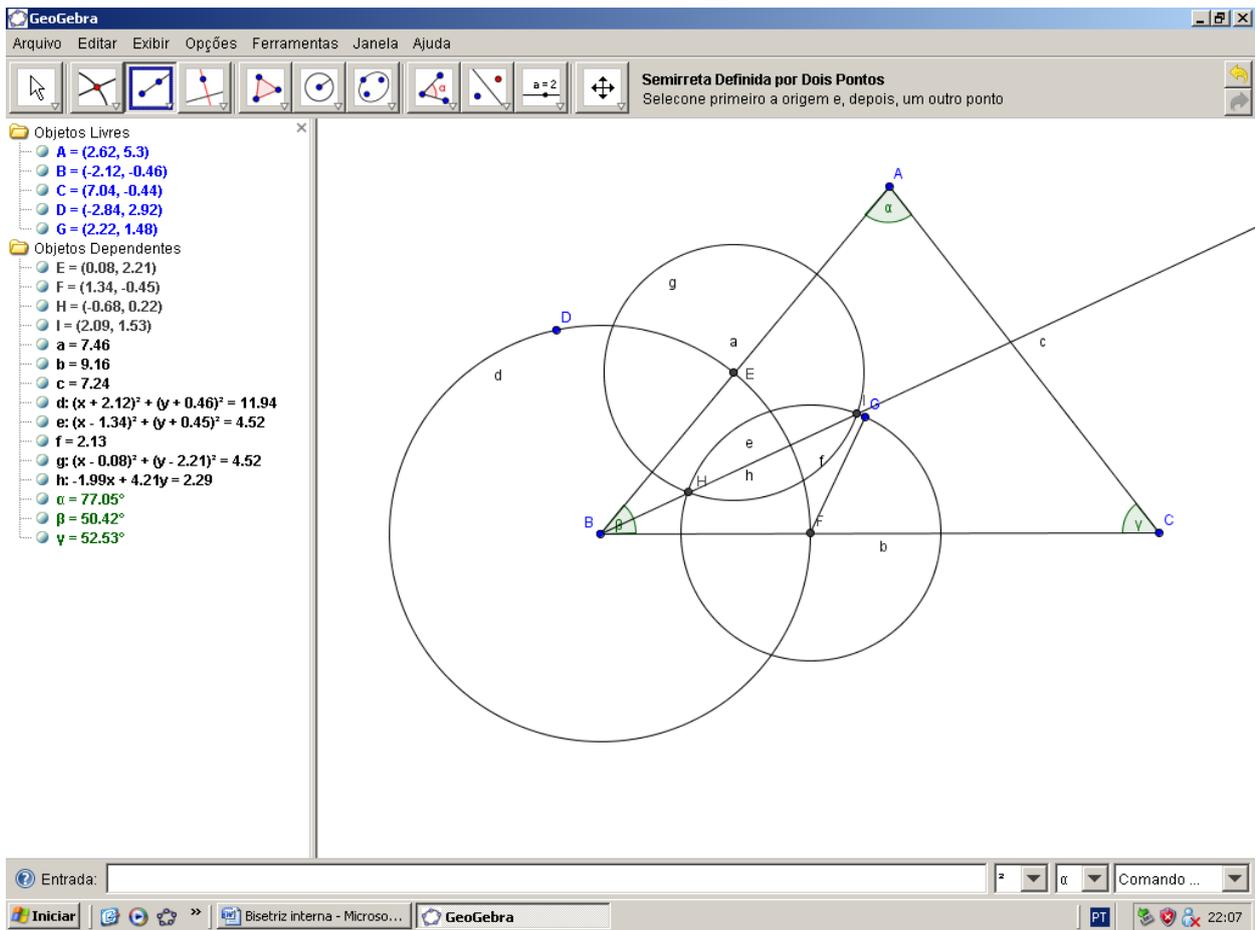
Com a ferramenta “Círculo dados centro e raio”, clicamos na outra interseção e aparecerá a janela para definirmos o raio, então colocamos o nome do segmento entre o outro ponto de interseção e o ponto do círculo. Assim garantimos que os dois círculos de centro nas interseções tenham o mesmo raio.



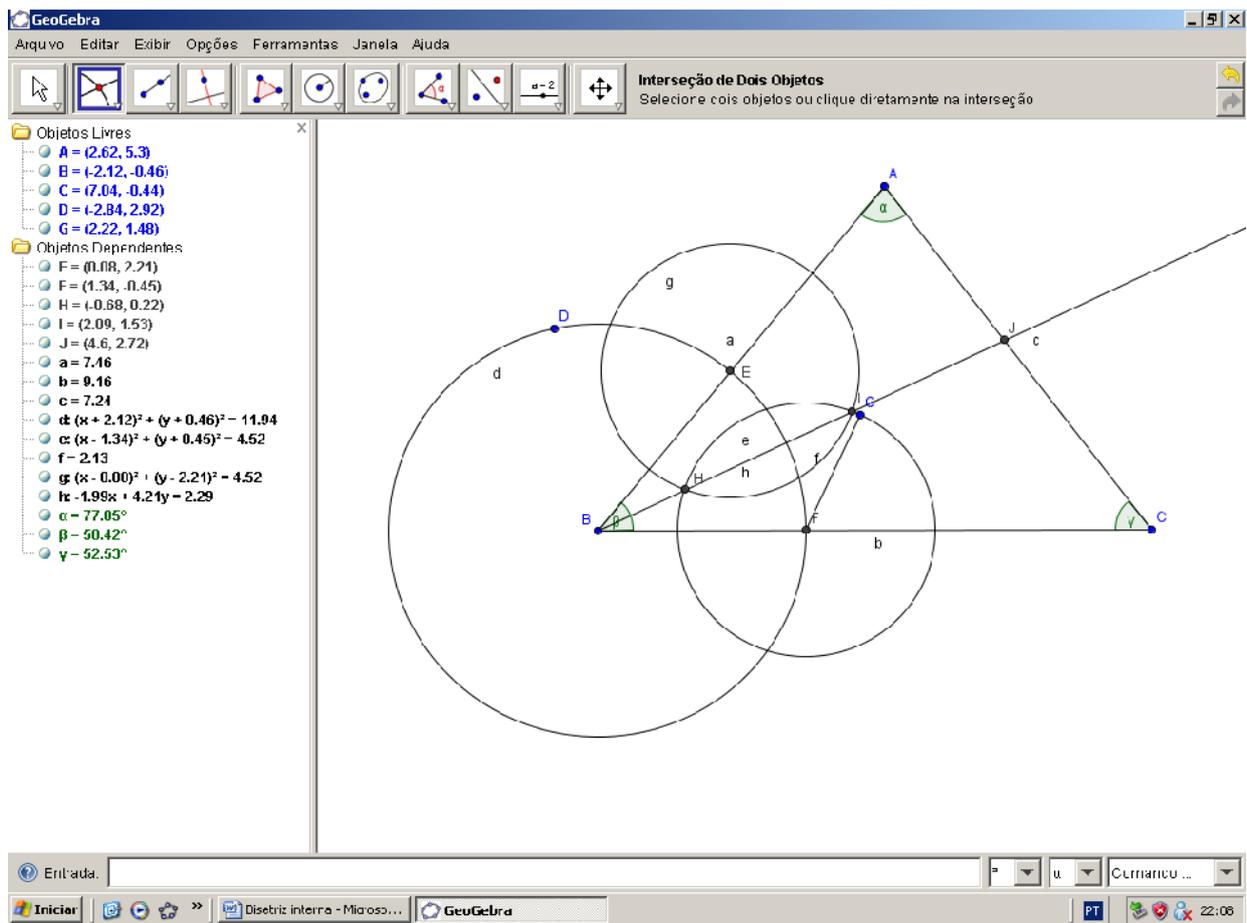
Teremos então os dois círculos que se intersectam em dois pontos. Marcamos estas interseções.



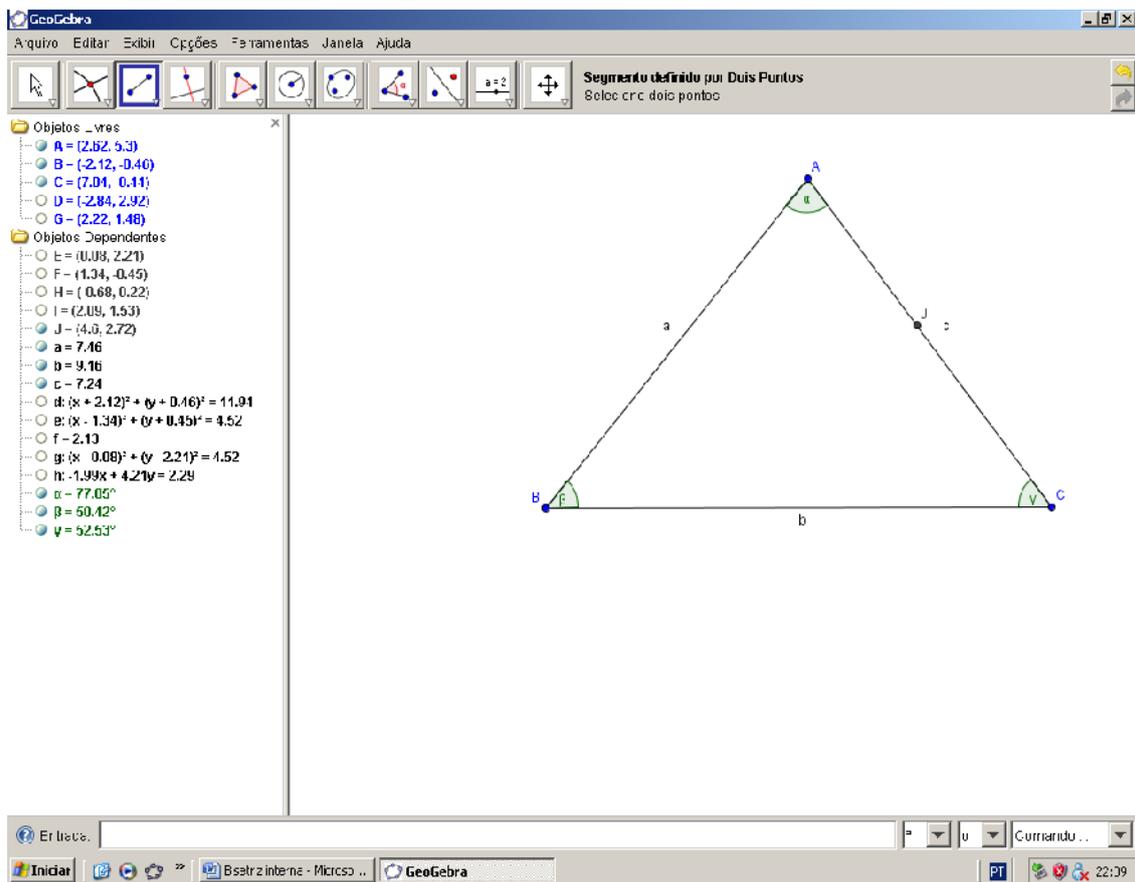
Com a ferramenta “Semirreta definida por dois pontos” clicamos no vértice em que se está trabalhando e em uma das interseções entre os dois círculos e teremos a direção da bissetriz referente a este vértice.



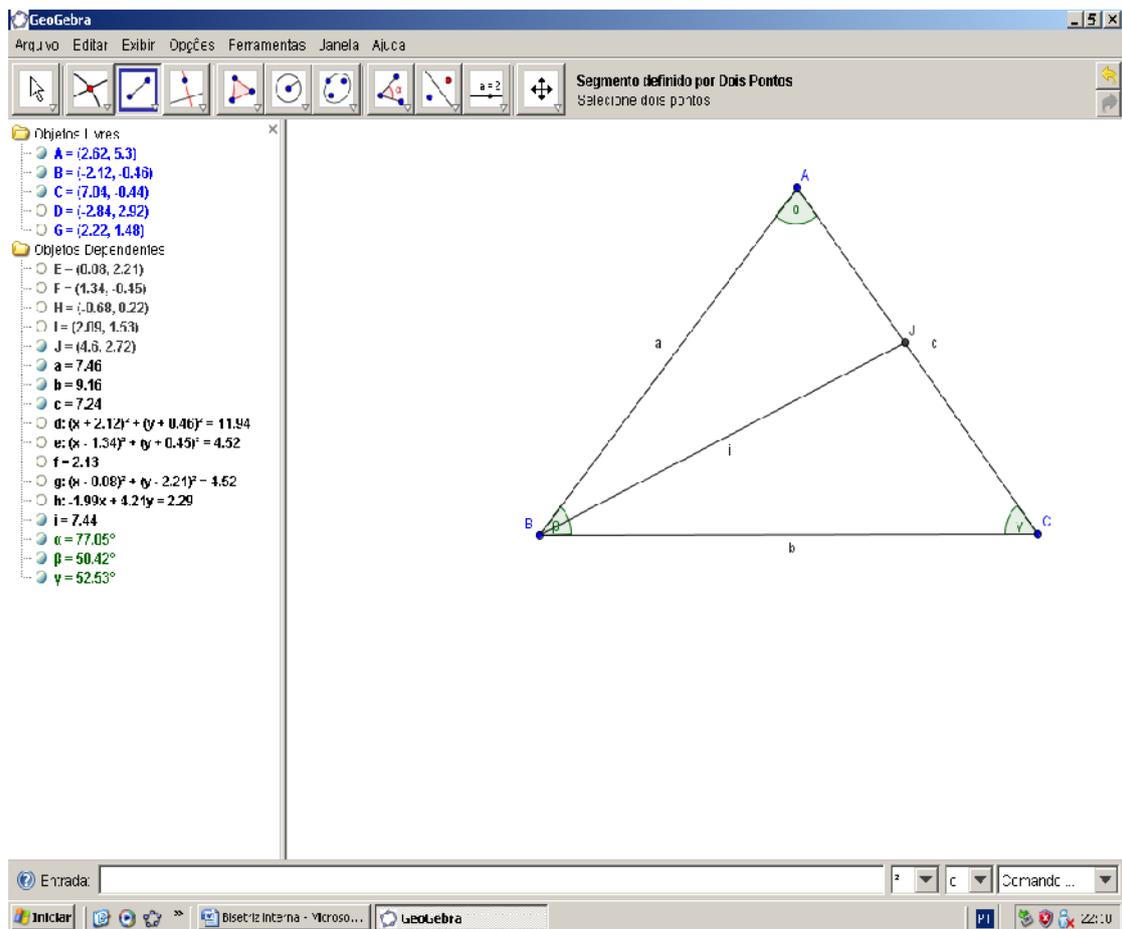
Marcamos a interseção entre esta semirreta e o lado do triângulo oposto ao vértice.



Na janela algébrica ocultamos objetos ficando apenas com o triângulo e com o ponto de interseção no lado oposto ao vértice trabalhado.



Com a ferramenta “Segmento definido por dois pontos” marcamos finalmente a bissetriz do ângulo.



Para construirmos as demais bissetrizes, repetimos o mesmo processo nos outros vértices.

GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

Deslocar Eixos
Arraste a área de trabalho ou os eixos (Shift + Arraste)

Objetos Livres

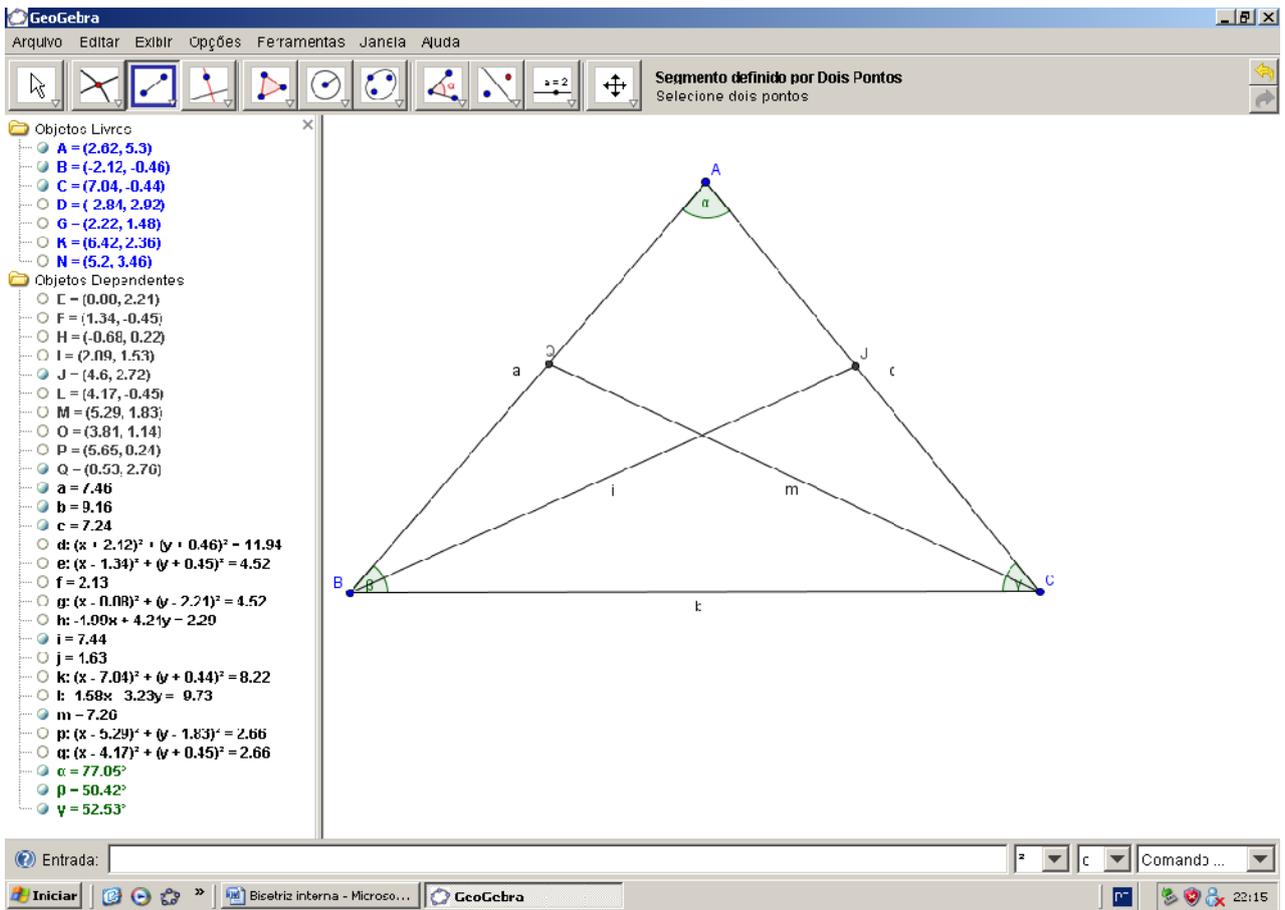
- A = (2.62, 5.3)
- B = (-2.12, -0.46)
- C = (7.04, -0.44)
- D = (-2.84, 2.92)
- G = (2.22, 1.48)
- K = (6.42, 2.36)
- N = (5.2, 3.46)

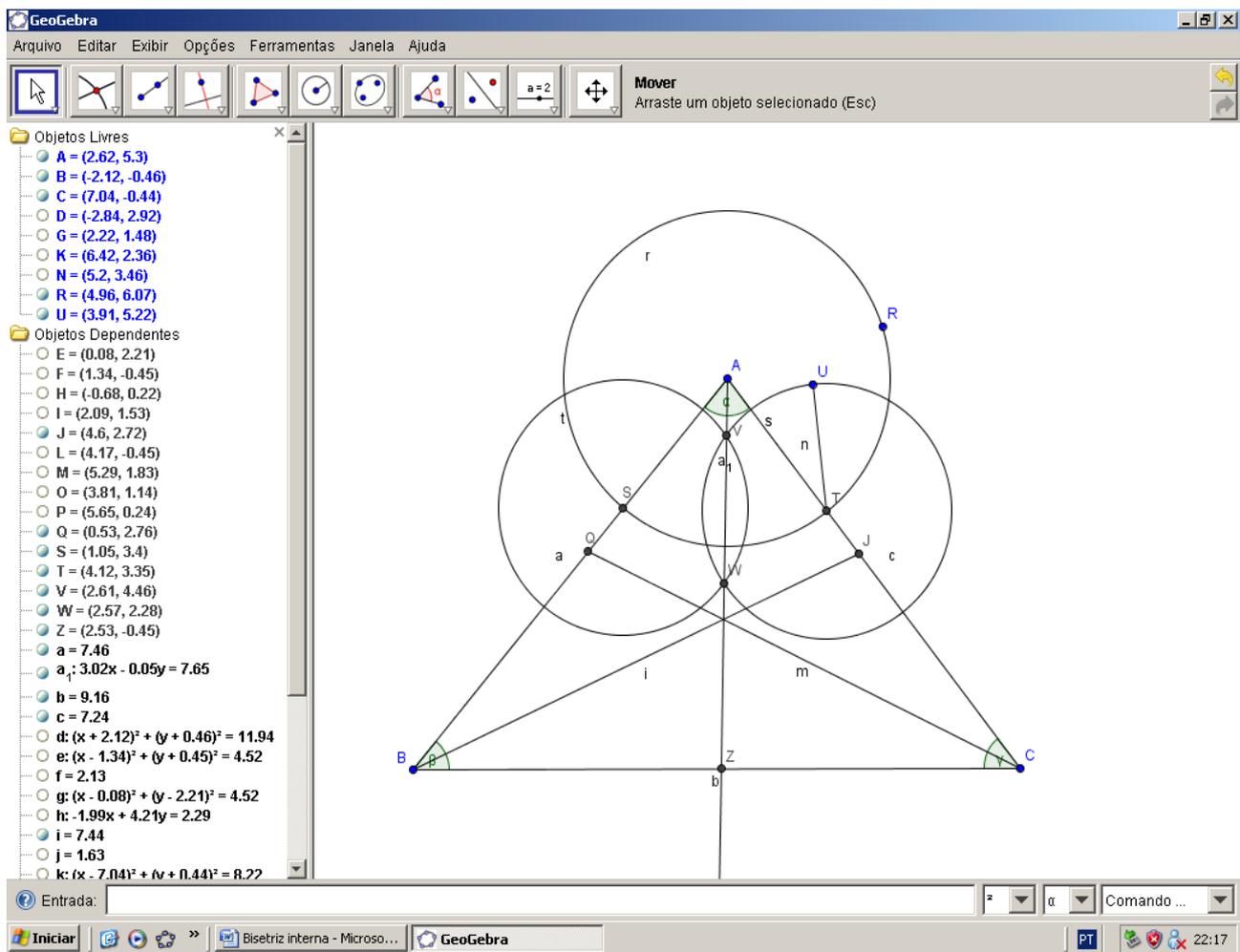
Objetos Dependentes

- E = (0.08, 2.21)
- F = (1.34, -0.45)
- H = (-0.68, 0.22)
- I = (2.09, 1.53)
- J = (4.6, 2.72)
- L = (4.17, -0.45)
- M = (5.29, 1.83)
- O = (3.81, 1.14)
- P = (5.65, 0.24)
- Q = (0.53, 2.76)
- a = 7.46
- b = 9.16
- c = 7.24
- d: $(x + 2.12)^2 + (y + 0.46)^2 = 11.94$
- e: $(x - 1.34)^2 + (y + 0.45)^2 = 4.52$
- f = 2.13
- g: $(x - 0.08)^2 + (y - 2.21)^2 = 4.52$
- h: $-1.99x + 4.21y = 2.29$
- i = 7.44
- j = 1.63
- k: $(x - 7.04)^2 + (y + 0.44)^2 = 8.22$
- l: $-1.58x - 3.23y = -9.73$
- p: $(x - 5.29)^2 + (y - 1.83)^2 = 2.66$
- q: $(x - 4.17)^2 + (y + 0.45)^2 = 2.66$
- $\alpha = 77.05^\circ$
- $\beta = 50.42^\circ$
- $\gamma = 52.53^\circ$

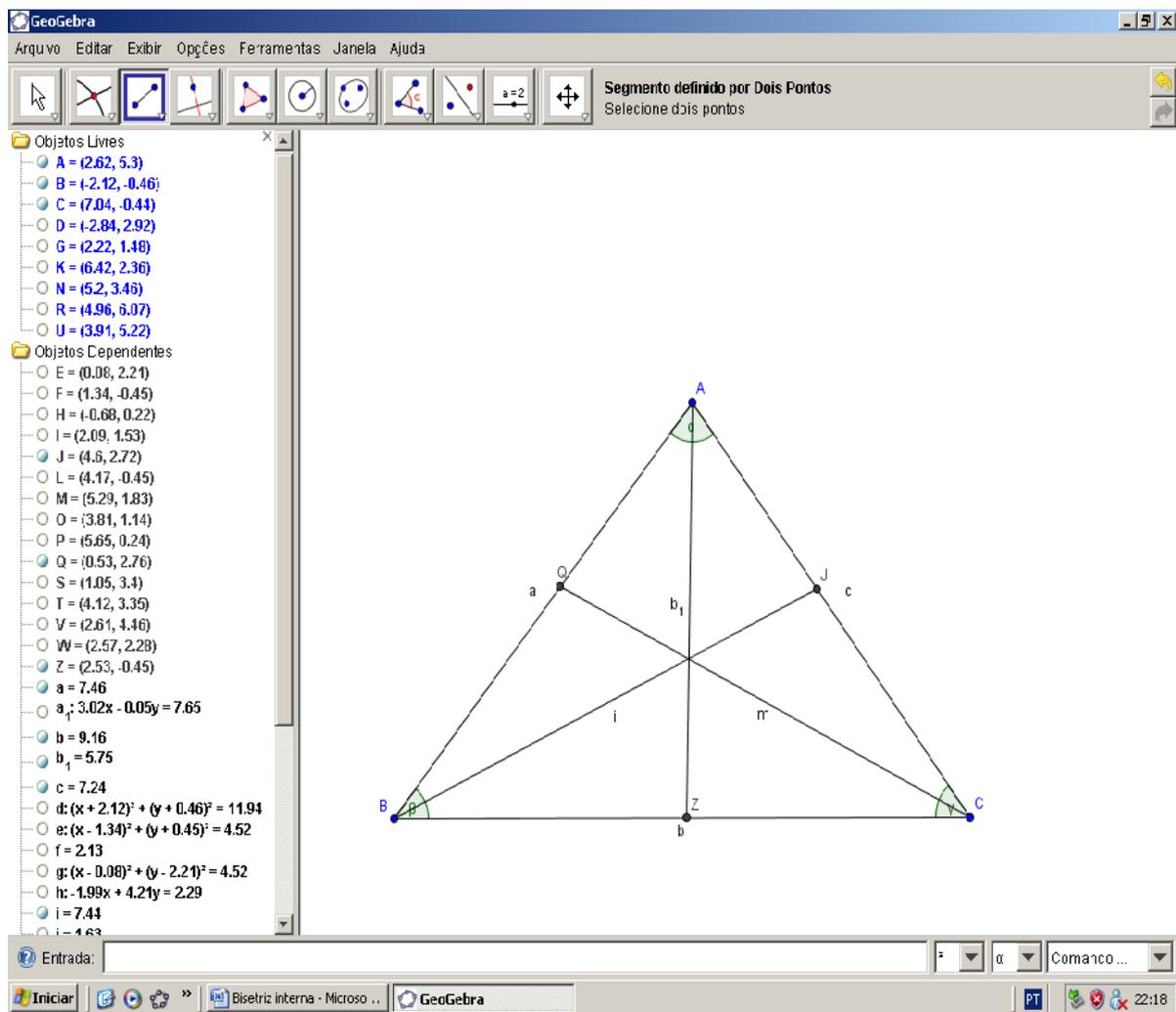
Entrada:

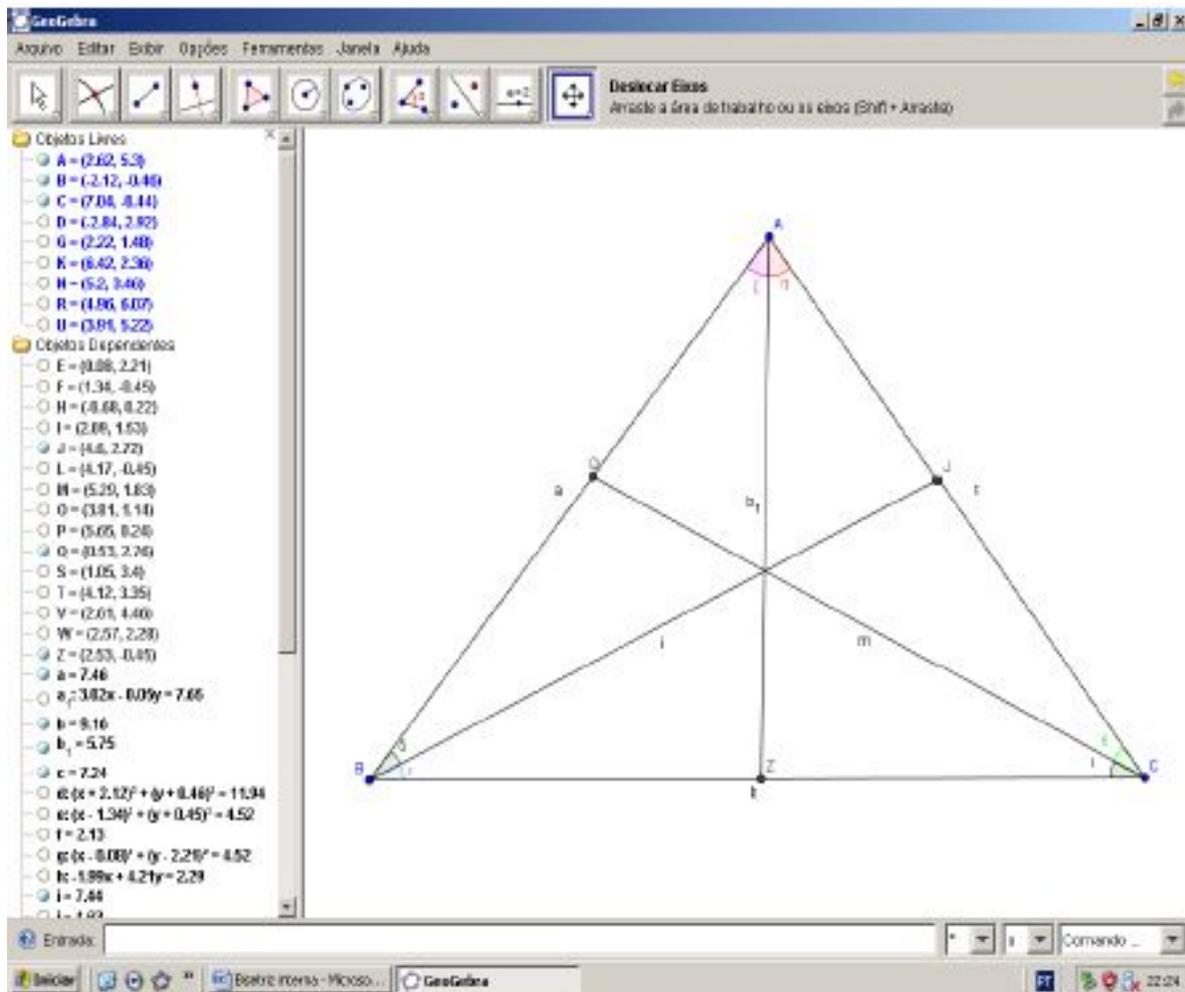
Iniciar Bisetriz interna - Microso... GeoGebra PT 22:13





Assim teremos as três bissetrizes do $\triangle ABC$. Por definição, a bissetriz divide um ângulo em dois ângulos iguais. Podemos ocultar os ângulos α , β e γ e marcamos outros ângulos, só que desta vez, dois ângulos referente a cada par de lados.





Com a ferramenta “Relação entre dois objetos” podemos verificar se os ângulos divididos pela mesma bissetriz são iguais.

GeoGebra

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

Seleção

Clique na área de trabalho para especificar a posição do seletor

Objetos Livres

- A = (2.62, 5.3)
- B = (-2.12, -0.46)
- C = (7.04, -0.44)
- D = (-2.84, 2.92)
- G = (2.22, 1.48)
- K = (6.42, 2.36)
- N = (5.2, 3.46)
- R = (4.96, 6.07)
- U = (3.81, 5.22)

Objetos Dependentes

- E = (0.08, 2.21)
- F = (1.34, -0.45)
- H = (-0.68, 0.22)
- I = (2.09, 1.53)
- J = (4.6, 2.72)
- L = (-4.17, -0.45)
- M = (5.29, 1.83)
- O = (3.81, 1.14)
- P = (5.65, 0.24)
- Q = (0.53, 2.76)
- S = (1.05, 3.4)
- T = (4.12, 3.35)
- V = (2.61, 4.46)
- W = (2.57, 2.28)
- Z = (2.53, -0.45)
- a = 7.46
- a₁: 3.02x - 0.05y = 7.65
- b = 9.16
- b₁ = 5.75
- c = 7.24
- d: (x + 2.12)² + (y + 0.46)² = 11.94
- e: (x - 1.34)² + (y + 0.45)² = 4.52
- f = 2.13
- g: (x - 0.08)² + (y - 2.21)² = 4.52
- h: -1.99x + 4.21y = 2.29
- i = 7.44
- i = 4.63

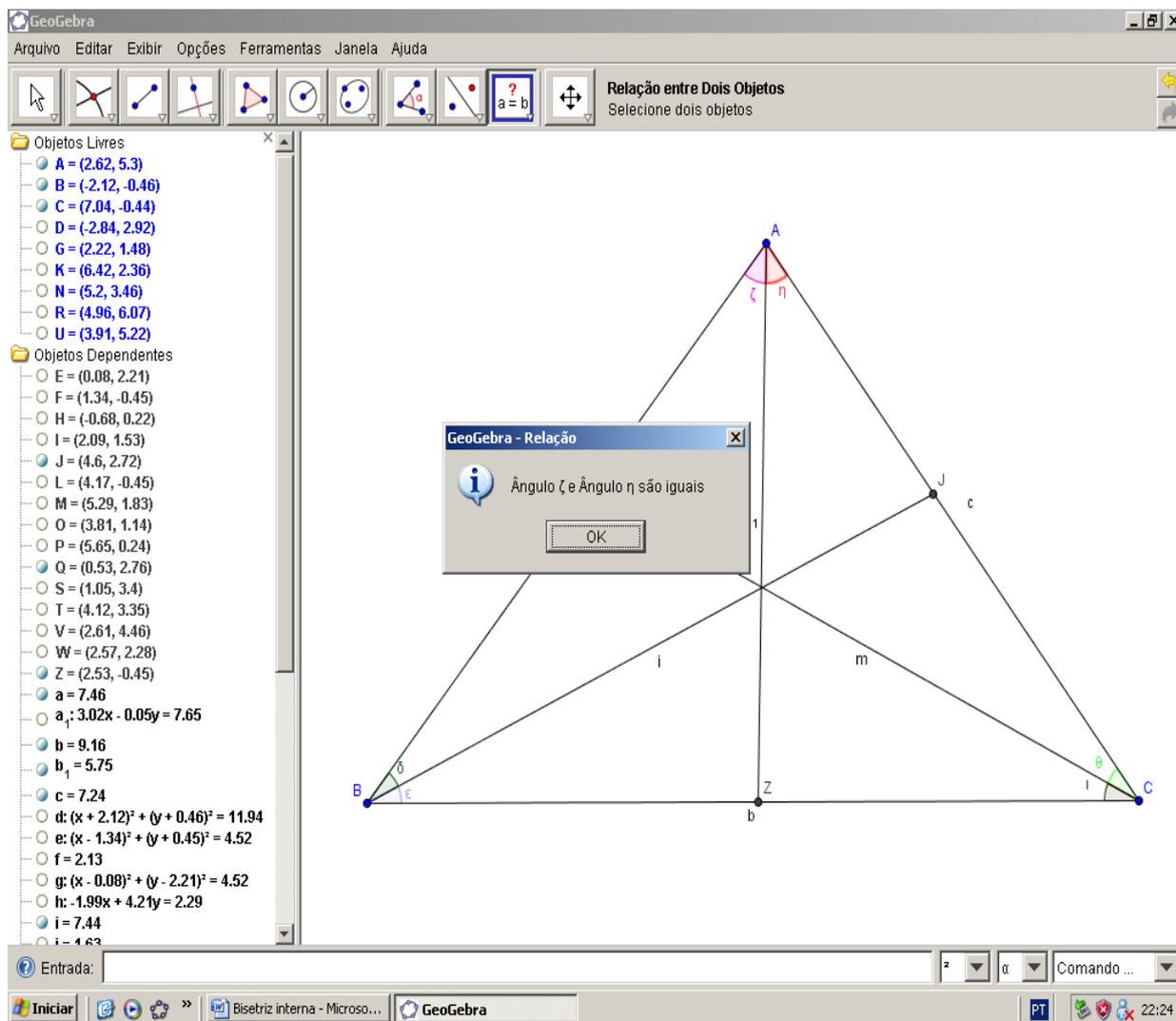
Relação entre Dois Objetos

a = b

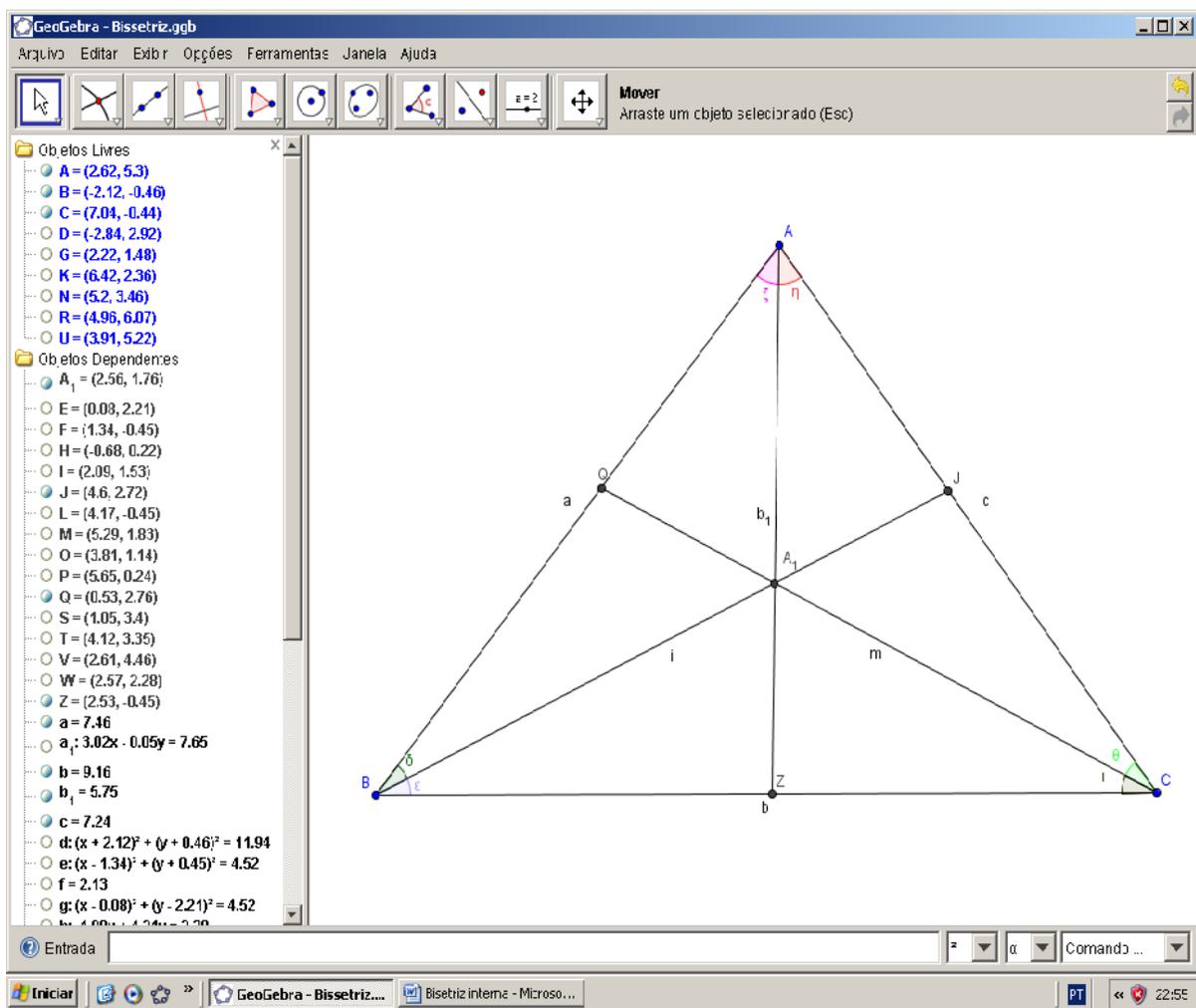
Entrada:

Iniciar Bisetriz Interna - Micros... GeoGebra

PT 22:24



Marcando a interseção entre as três bissetrizes podemos ver que elas se intersectam em um mesmo ponto.

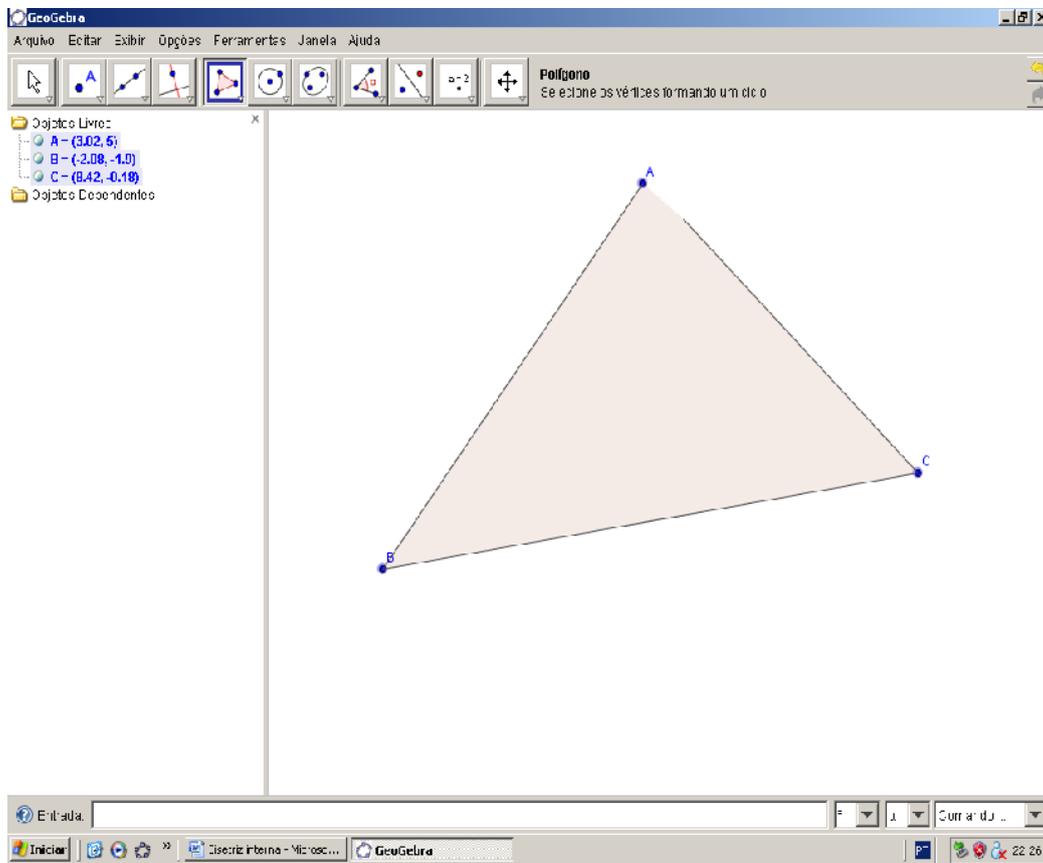


Este ponto de interseção entre as bissetrizes é denominado *incentro*.

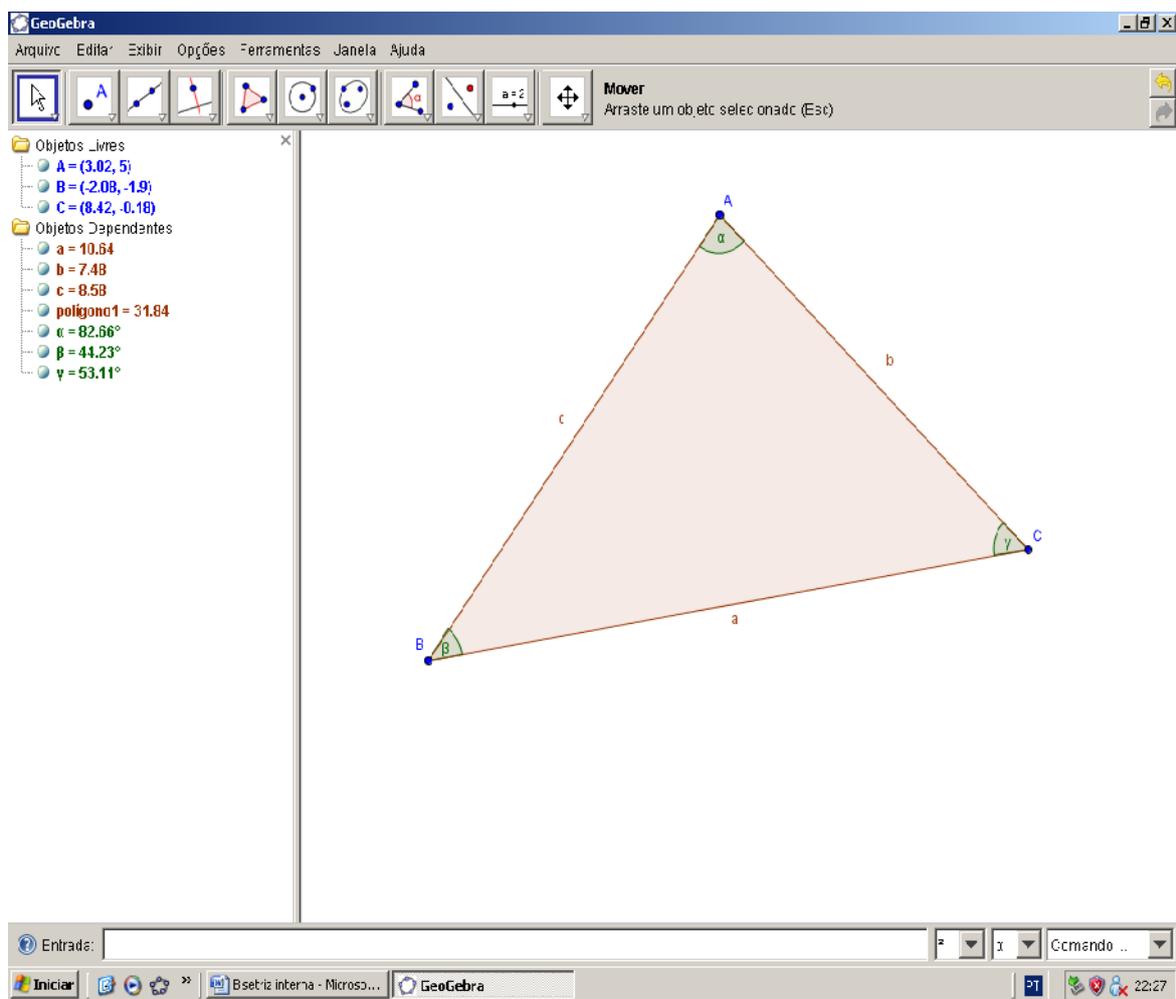
Fizemos esta construção passo a passo, mas podemos usar ferramentas que permitem uma construção bem mais direta.

Vejamos.

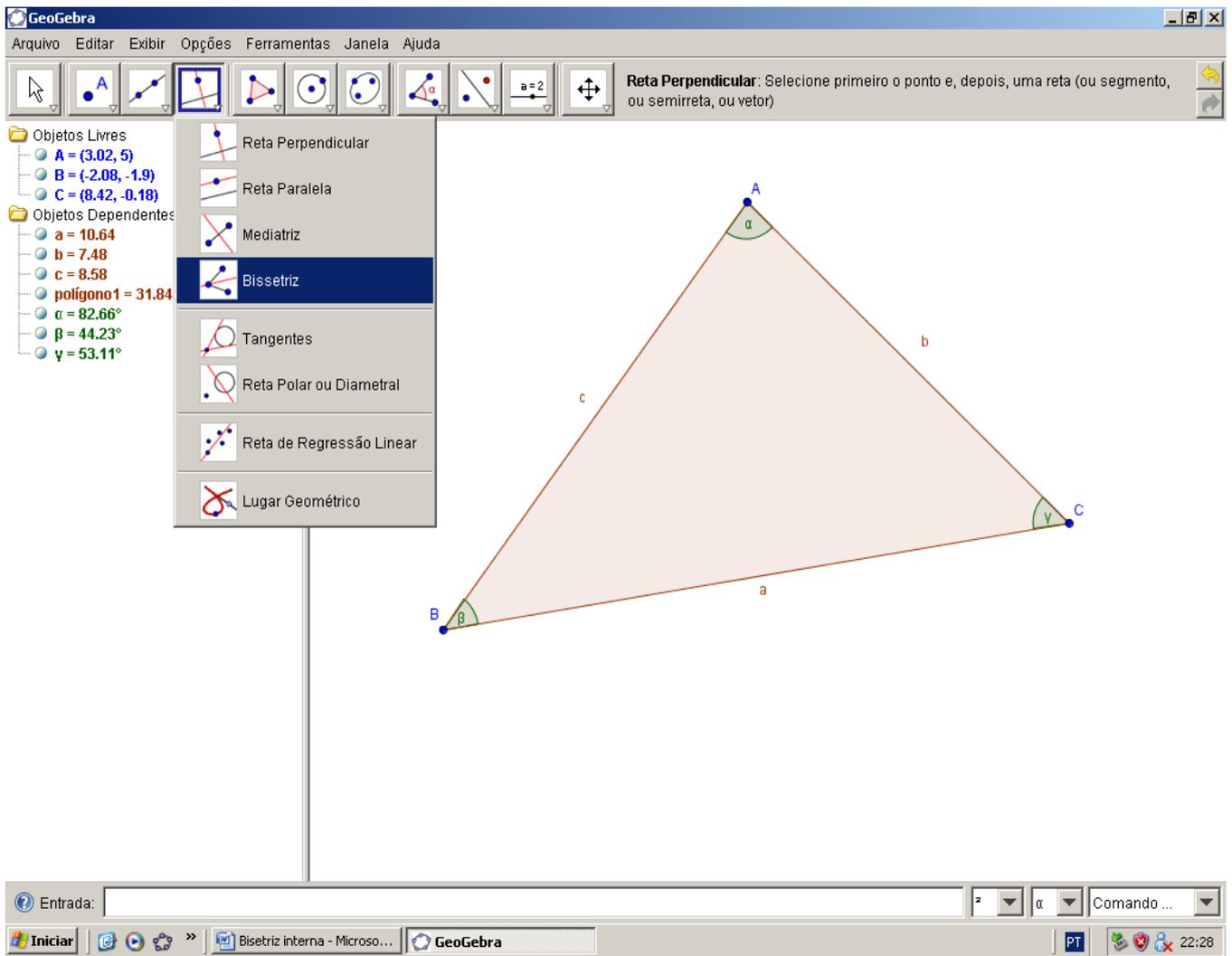
Primeiramente com a ferramenta “Polígono” construímos o nosso $\triangle ABC$.



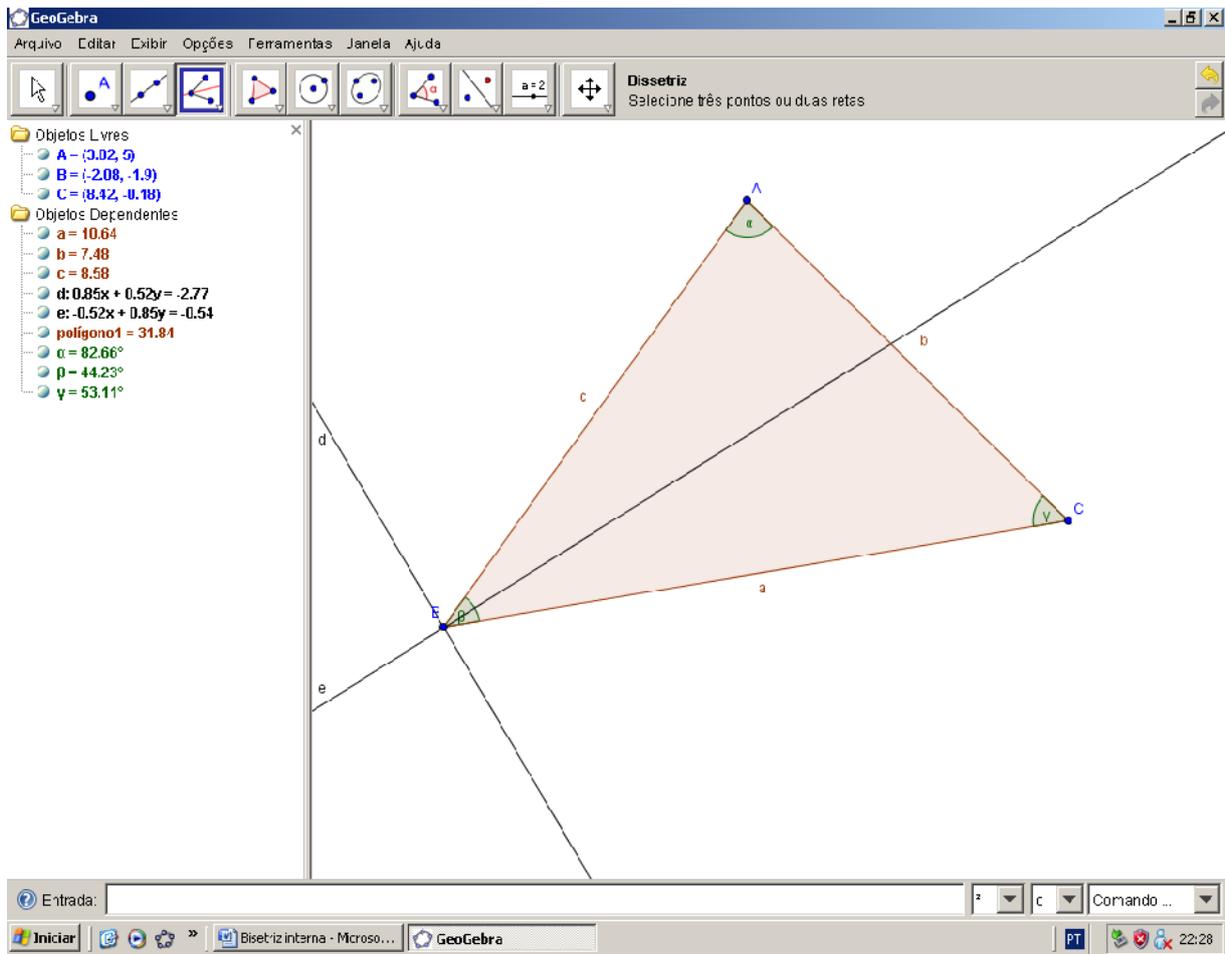
Com o triângulo construído marcamos seus ângulos.

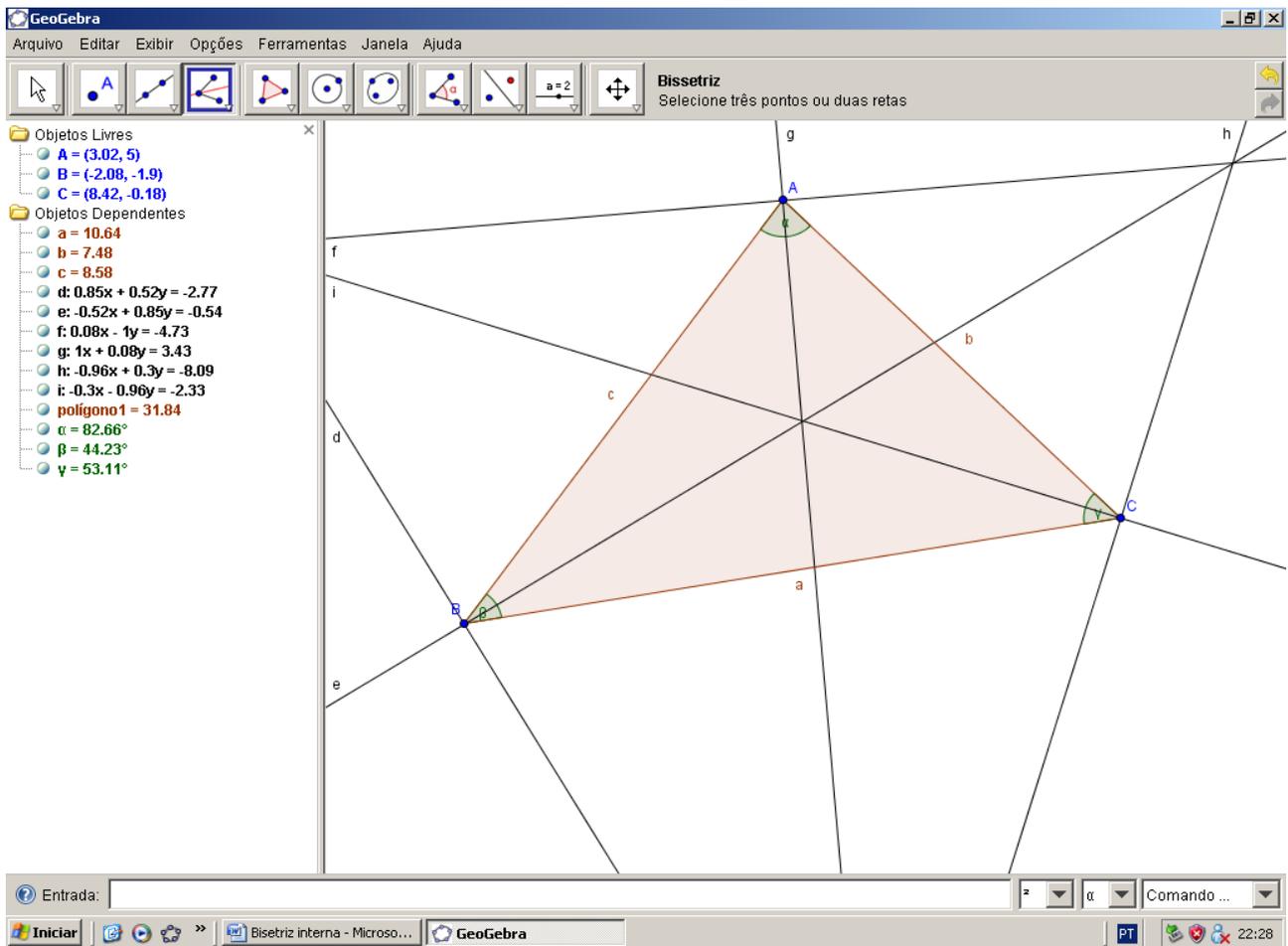


Temos disponível a ferramenta “Bissetriz”.

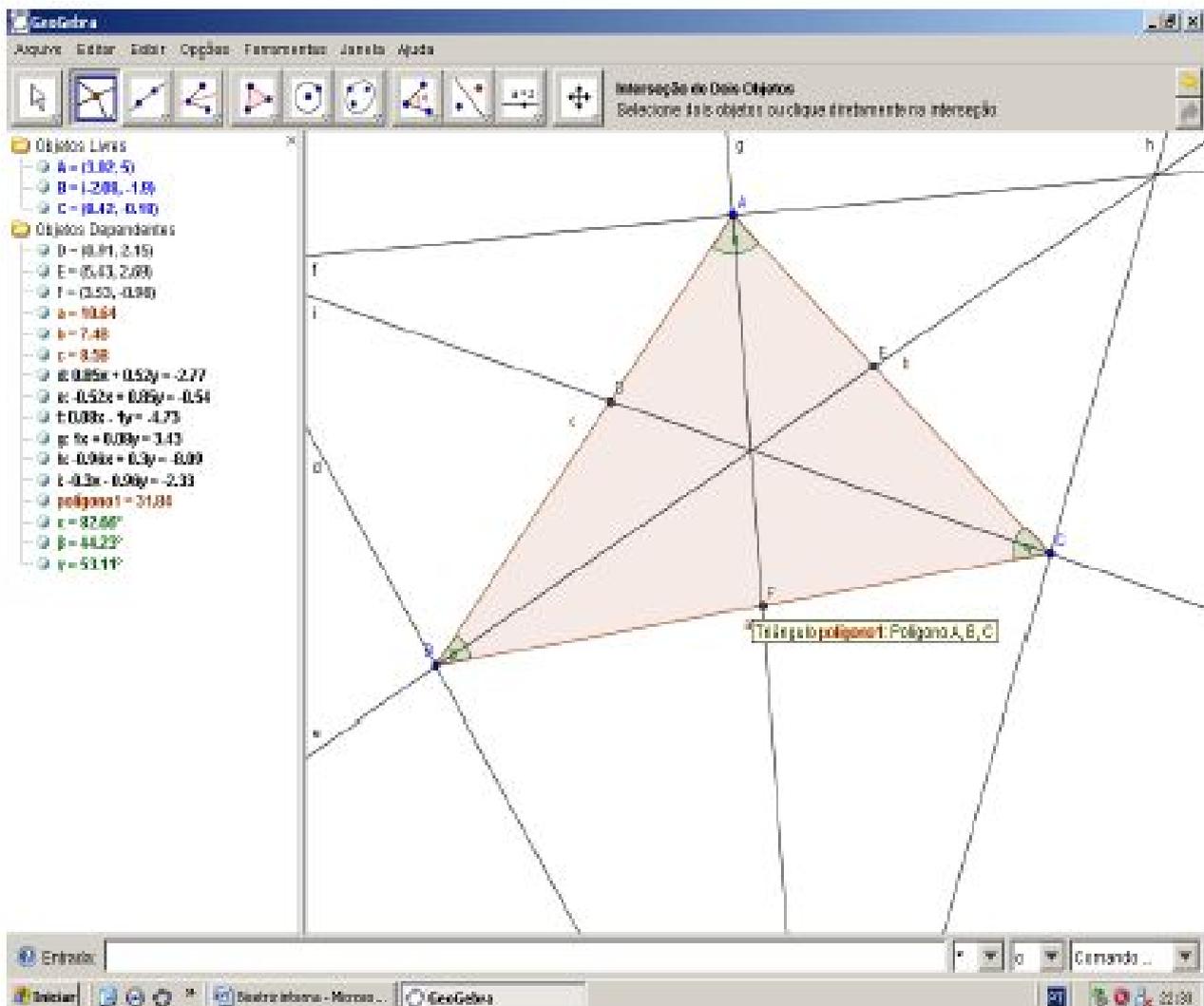


Ao selecioná-la, clicando em três pontos ou duas retas, ela nos dá a bissetriz de cada ângulo.



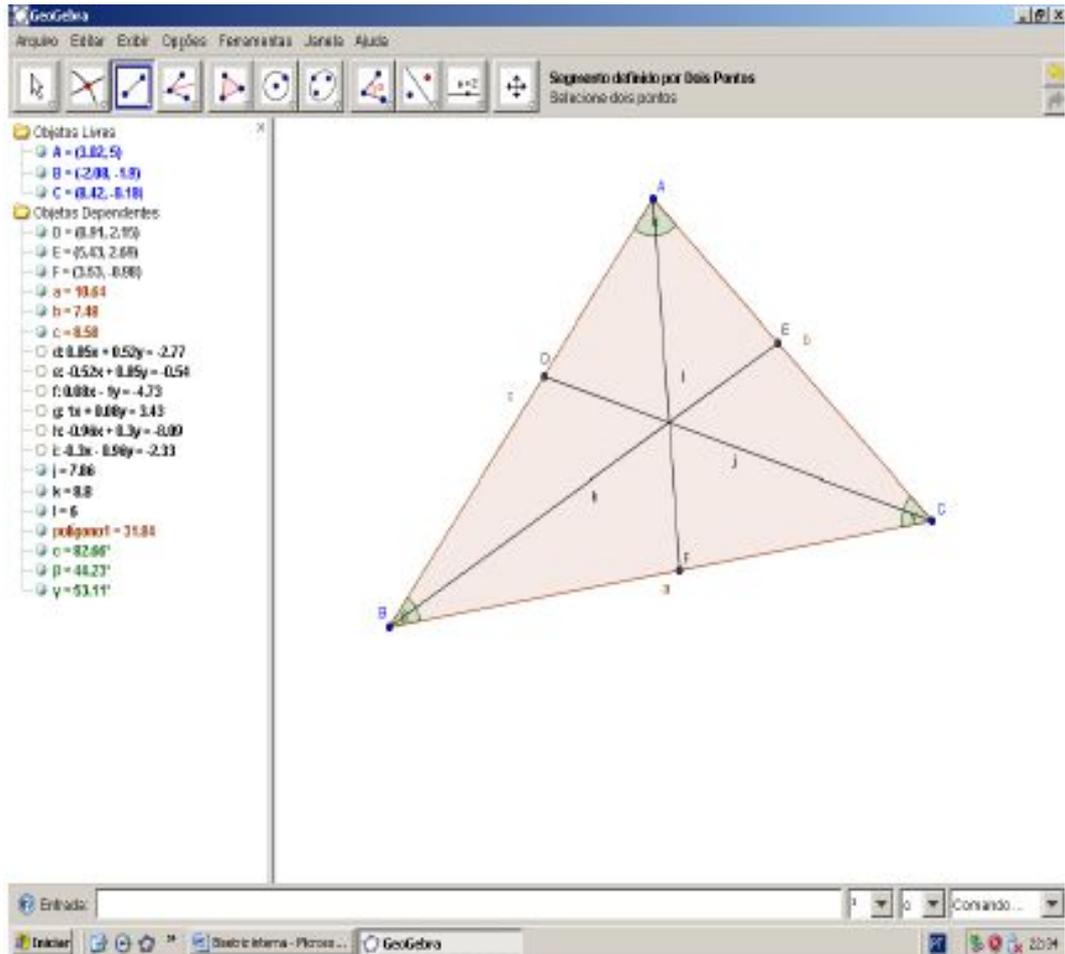


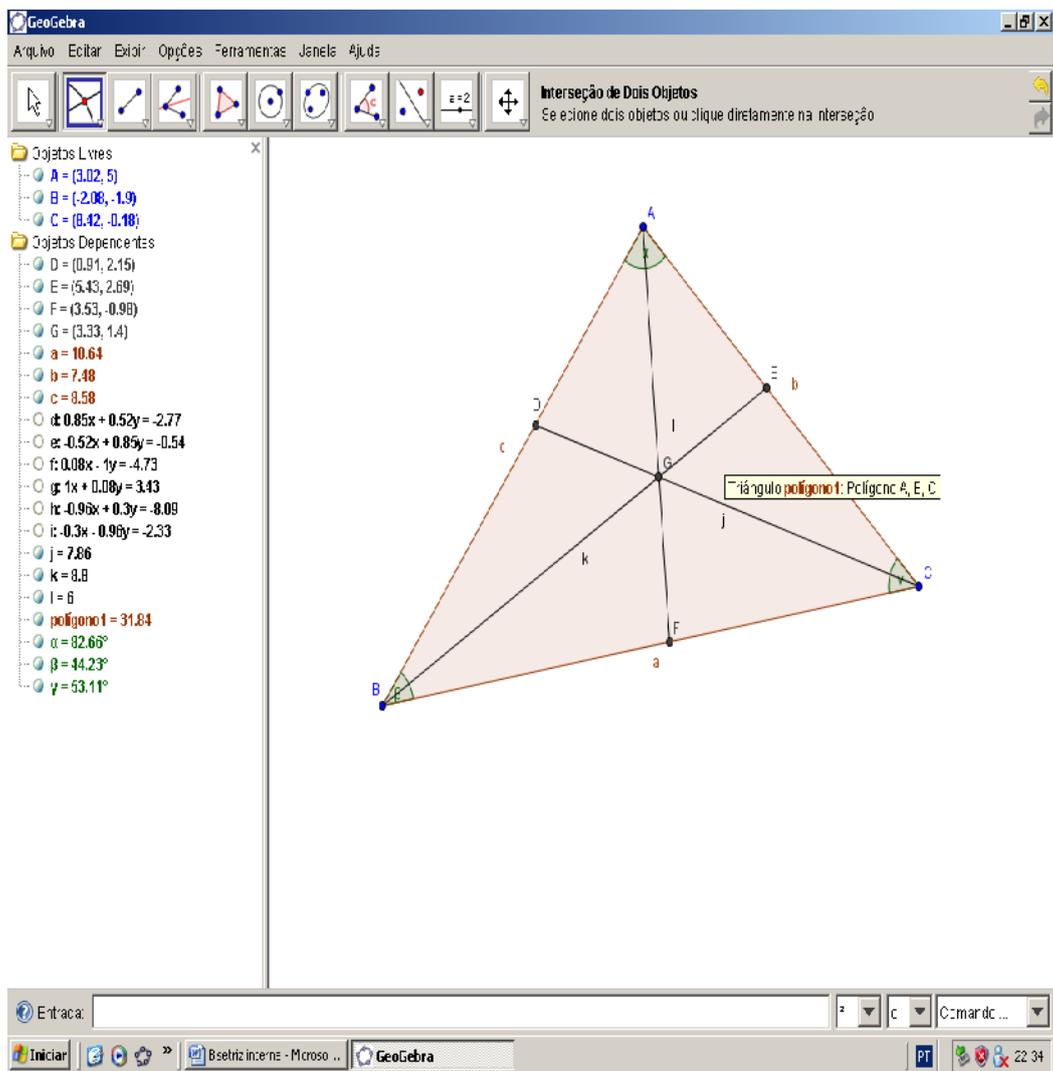
Podemos então marcar as interseções entre as bissetrizes e os lados opostos aos ângulos.



Podemos ocultar as bissetrizes e marcá-las com segmentos apenas dentro do triângulo com a ferramenta “Segmento definido por dois pontos”.

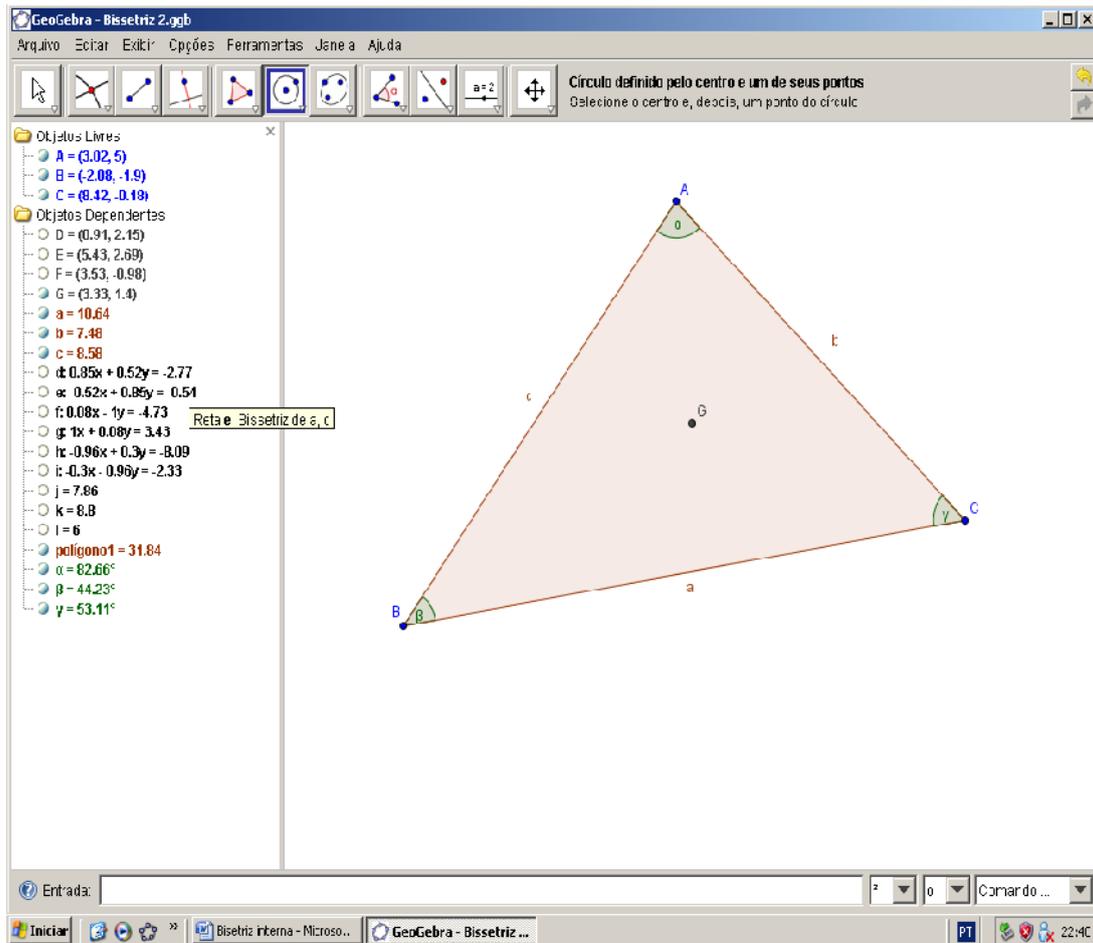
Podemos marcar a interseção entre as três bissetrizes.



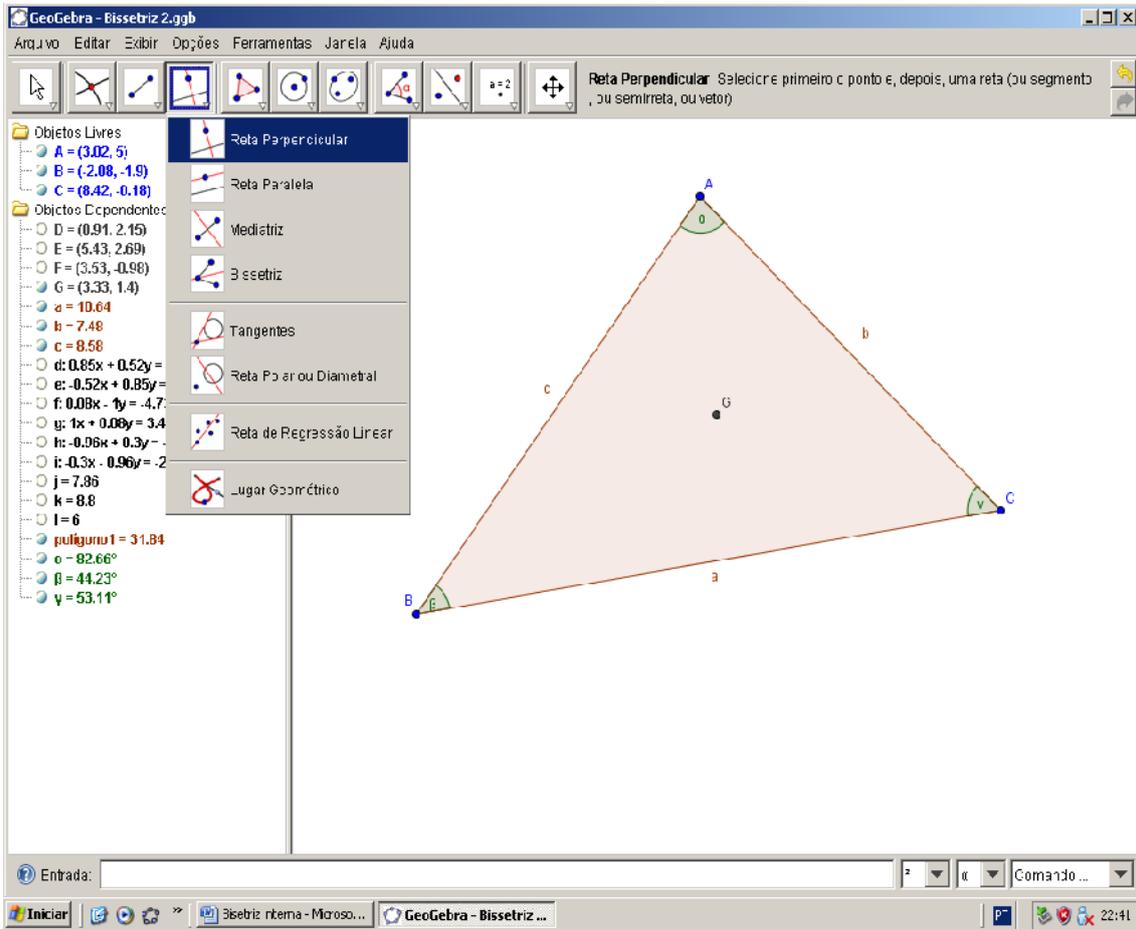


O incentro de um triângulo também é o centro de círculo inscrito no triângulo que o intersecta por raios perpendiculares aos lados do triângulo. Vejamos a partir da mesma figura.

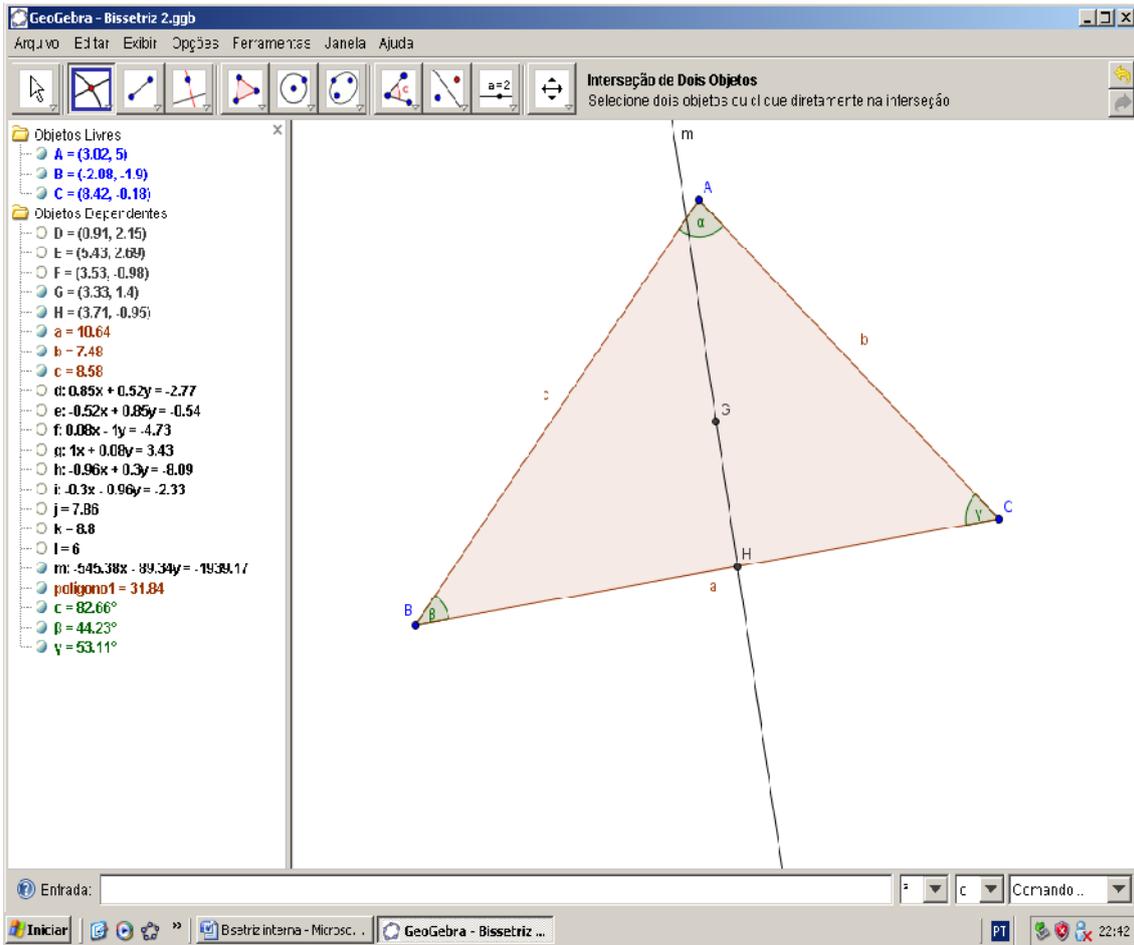
Ocultando as bissetrizes, ficamos apenas com o triângulo e o incentro.



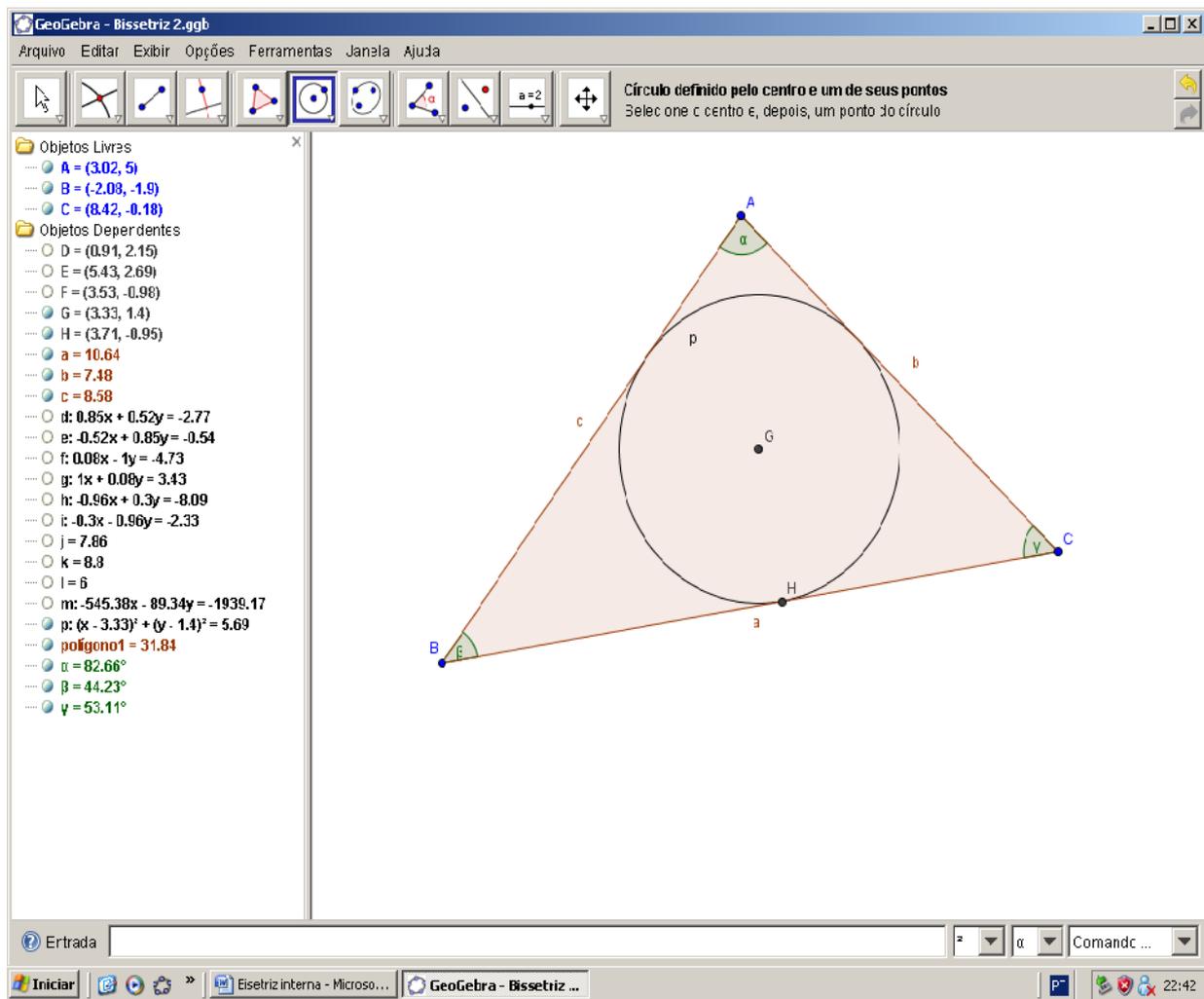
Selecionamos a ferramenta “Reta perpendicular”.



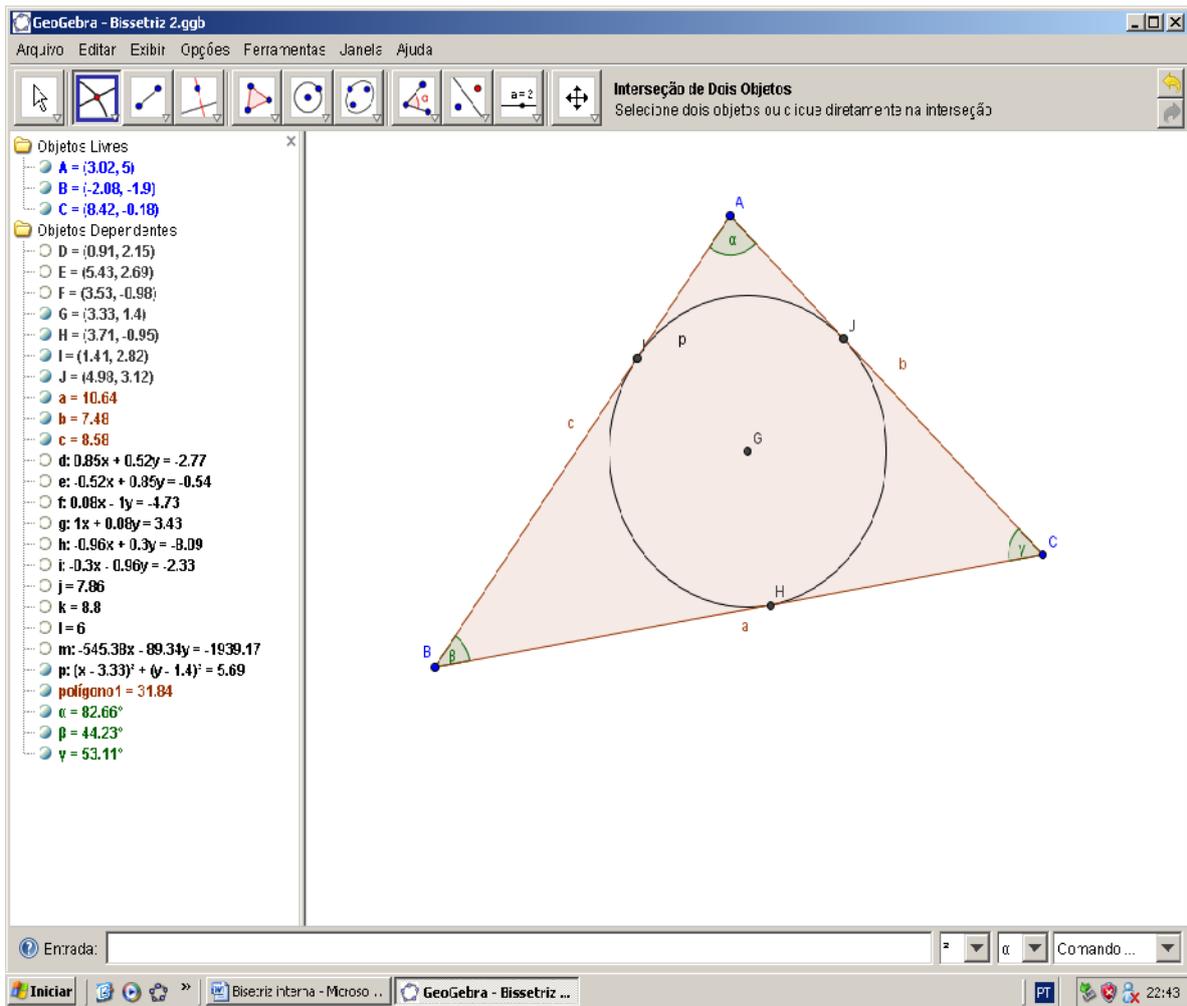
Clicamos no incentro e em um de seus lados e aparecerá a reta perpendicular à aquele lado e marcamos a interseção entre a reta perpendicular e o lado correspondente.



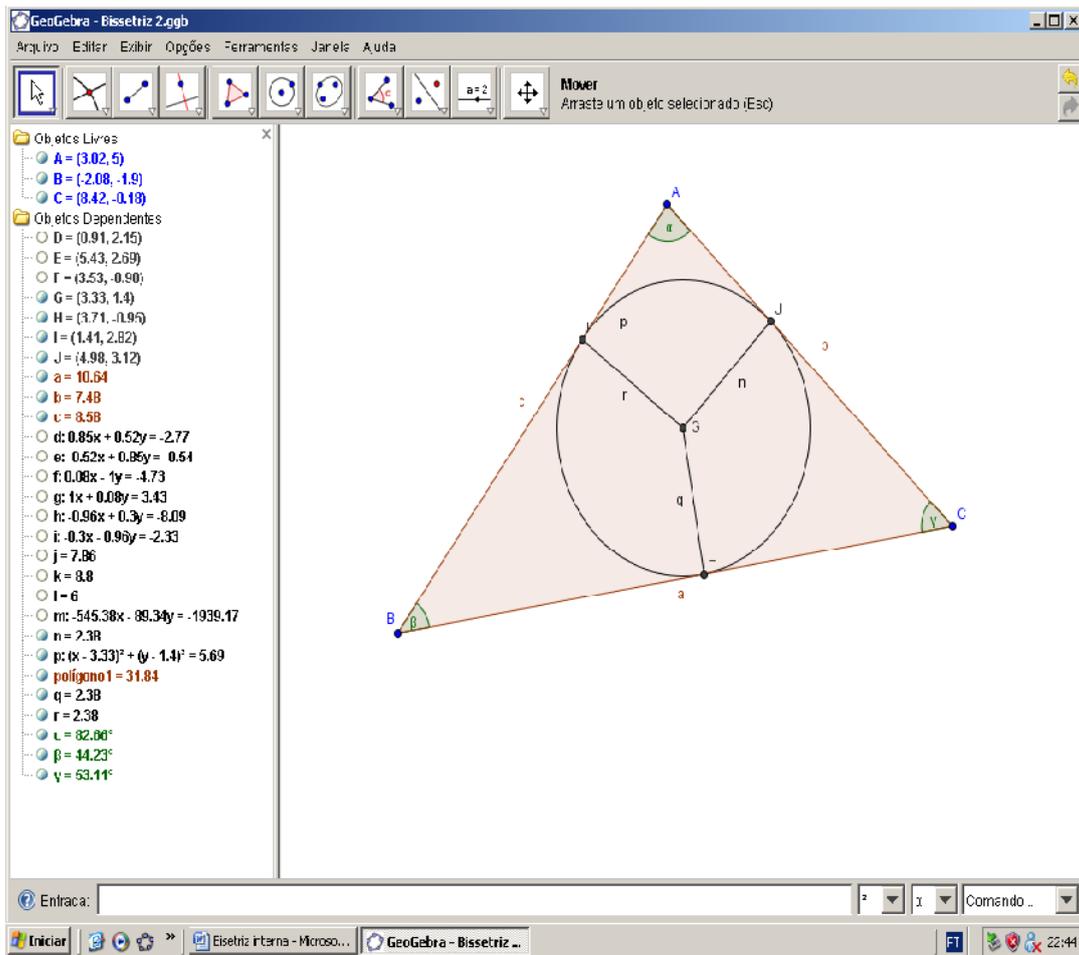
Com a ferramenta “Círculo definido pelo centro e um de seus pontos” clicamos no incentro e na interseção e teremos a circunferência inscrita.



Marcamos sua interseção com o triângulo.



Marcamos segmentos entre o incentro e as três interseções.



E podemos verificar os ângulos retos entre os raios e os lados do triângulo.