

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Obtener los puntos de inflexión de  $f(x) = \frac{x}{e^x}$ . No olvides obtener, también, la imagen de los valores de las abscisas de esos puntos.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Determina el valor de  $a$  para que el siguiente límite sea igual al número  $e$ .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x} \right)^{a \cdot x}$$

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x-a)e^x$ . Determina  $a$  sabiendo que la función tiene un punto crítico en  $x=0$ .

**b) [1 punto]** Sea la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ . Obtener la recta tangente y la recta normal a la función en el punto  $x=0$ .

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = 6 - \frac{1}{6}x^2$ . Calcula las dimensiones de un rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes de coordenadas, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de  $f(x)$  y la recta  $y=0$ . Realiza un dibujo del rectángulo inscrito y obtener dicha área máxima.

<b>Opción B</b>
-----------------

---

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Demuestra usando el Teorema de Bolzano y el Teorema de Rolle que la ecuación  $x = \sqrt{x}$  tiene una única solución en el intervalo  $[\frac{1}{4}, 10]$ .

---

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea  $f(x) = \frac{a \cdot x^3}{(x-b)^2}$  para  $x \neq b$ . Hallar  $a, b$  sabiendo que la recta  $y = 2x - 4$  es una asíntota de la gráfica de  $f(x)$ .

---

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Estudia los extremos relativos de  $f(x) = \frac{\text{sen}(x)}{\cos(x)+2}$  en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ .

**b) [1 punto]** Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{\cos(x)}{\text{sen}(x)} \right)$

---

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Un alumno aspira a una beca de estudios europea. Las bases de la beca piden que la media de las notas del alumno sea superior a 8,75 y que el coeficiente de variación de sus notas respecto de la media sea inferior al 5%. El alumno cursa 10 asignaturas, habiendo obtenido una nota de 7 en 1 asignatura, una nota de 8 en 2 asignaturas, una nota de 9 en 3 asignaturas y una nota de 10 en 4 asignaturas. ¿Cumple los requisitos para solicitar la beca? Razona adecuadamente tu respuesta.

---