

Modellieren der Cheops-Pyramide

Tipps zur 1. Aufgabe

- a) Das reale Modell ist eine Pyramide. Sie beschreiben, inwiefern sich die reale Cheops-Pyramide von einer mathematischen Pyramide unterscheidet.

Außerdem gehen Sie von einer idealisierten Form der Pyramide aus und legen einen sinnvollen Genauigkeitsgrad für die quantitativen Größen fest.

- b) Sie wählen ein räumliches Koordinatensystem, z.B. sodass die hintere linke Ecke der quadratischen Grundfläche der Koordinatenursprung ist, und zwei ihrer Seiten auf der x_1 - bzw. der x_2 -Achse liegen.

In diesem Koordinatensystem legen Sie die Koordinaten der fünf Pyramidenpunkte fest.

Sie zeichnen eine Parallelprojektion des räumlichen Koordinatensystems, tragen die Punkte ein und verbinden sie zur Pyramide.

In GeoGebra gibt es dafür das Werkzeug .

- c) Sie berechnen mit Hilfe des Vektorproduktes den Flächeninhalt des Dreiecks, das von den beiden Ortsvektoren von S bzw. A aufgespannt wird.

Alternativ: Sie berechnen mit dem Satz des Pythagoras die Seitenhöhen und berechnen den Flächeninhalt des Dreiecks wie üblich.

Die Länge der Steilkanten ist der Betrag des Ortsvektors von S.

Der Winkel an der Spitze ist der Winkel zwischen den Vektoren von der Spitze zu zwei benachbarten Quadraten. Sie bestimmen zwei solche Vektoren und berechnen den Winkel mit Hilfe des Skalarproduktes dieser Vektoren.

Der Neigungswinkel der Seitenflächen ist der Winkel zwischen der x_1x_2 -Ebene und der Geraden, die durch die Spitze und den Mittelpunkt einer Quadratseite verläuft.

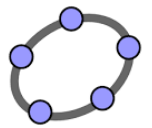
Sie berechnen den Winkel mit Hilfe des Skalarproduktes aus Richtungsvektor der Geraden und Normalenvektor der Ebene.

Das Volumen der heutigen und der ursprünglichen Pyramide berechnen Sie wie üblich aus Grundfläche und Höhe der jeweiligen Pyramide. Die Differenz setzen Sie ins Verhältnis zum ursprünglichen Volumen und erhalten so den gesuchten Anteil.

- d) Sie können Ihre Ergebnisse überprüfen, indem Sie die Längen und Winkel der realen Pyramide auf der Fotografie schätzen und mit Ihren Berechnungen vergleichen.

Sie können aber auch die Daten der heutigen Cheops-Pyramide im Internet nachschlagen und zum Vergleich heranziehen.

Zur Beurteilung des Modells untersuchen Sie, welche Annahmen aus Teil a) zu eher zu kleinen oder eher zu großen Ergebnissen führen. Machen Sie dementsprechende Verbesserungsvorschläge.



Tipps zur 2. Aufgabe

- a) Entscheiden Sie zunächst, auf welcher Seite Ihres mathematischen Modells der Eingang liegen soll. Der Querschnitt ist parallel zu zwei Grundseitenkanten und geht genau durch die Spitze. Die Maße des Querschnittplans beziehen sich auf die ursprüngliche Pyramide.

Sie lesen aus dem Plan die Koordinaten der Punkte ab, die für den Weg zur Königskammer entscheidend sind, und rechnen Sie für das mathematische Modell um.

Die Gleichungen für die Geradenabschnitte entsprechen denen der Geraden, allerdings mit eingeschränktem Definitionsbereich für die Parameter.

- b) Der Gesamtweg setzt sich aus den Abständen zwischen den einzelnen Punkten zusammen.

Das Gefälle ist der Tangens des Winkels gegenüber der x_1x_2 -Ebene. Sie erhalten den Wert entweder, indem Sie zuerst den Winkel berechnen, oder mit Hilfe eines Steigungsdreiecks.

Zur Winkelberechnung verwenden Sie den Richtungsvektor, der den absteigenden Korridor beschreibt, und den Normalenvektor der Ebene, in der die Seitenfläche liegt.

Die beiden ansteigenden Abschnitte haben unterschiedliche Steigungen. Sie berechnen die größere Steigung wie vorher das Gefälle des absteigenden Korridors.

Um den Abstand der Königskammer zur Seitenfläche zu bestimmen, geben Sie die Gleichung der Ebene, in der die Seitenfläche liegt, in Koordinatenform an und berechnen den Abstand wie üblich.