# Sistemas 2x3

| **CURSO** | **TEMA** | **WWW.DANIPARTAL.NET** |
|---|---|---|
| 1ºBach | 4. Sistemas y Gauss | Colegio Marista “La Inmaculada” de Granada |

**INFORMACIÓN GENERAL**

Sistemas de 2 ecuaciones y 3 incógnitas. Dos planos en el espacio tridimensional. Introducción al método de Gauss.

Vídeo asociado:

https://www.youtube.com/watch?v=H9P0qgUITGM

**SISTEMAS DE ECUACIONES 2X3**

Una ecuación lineal de tres incógnitas representa un plano en tres dimensiones.

Un sistema 2x3, en consecuencia, podemos verlo como dos planos en el espacio. Estos planos jamás podrán cortarse en un solo punto. O bien se cortan en una recta (SCI con un parámetro libre), o bien son paralelos entre sí (SI sin solución) o bien los dos planos son coincidentes (SCI con dos parámetros libres).

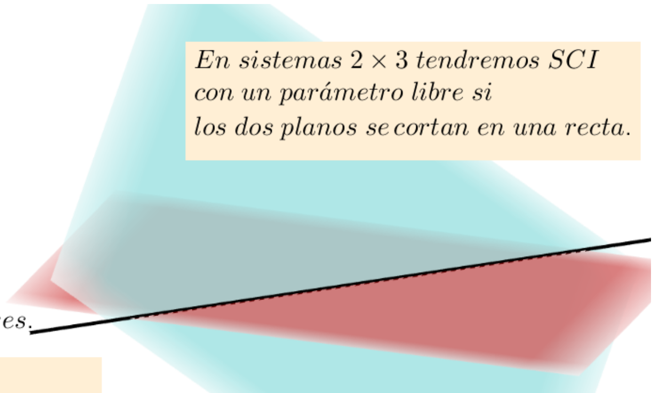
Por lo tanto, un sistema 2x3 jamás de los jamases podrá ser SCD con solución única. Por norma general, siempre que tengamos más incógnitas que ecuaciones el sistema nunca podrá tener solución única.

En el siguiente ejemplo eliminamos, por reducción, la incógnita “y” y la incógnita “z” de la segunda ecuación. Esta forma de proceder, aplicando reducción de manera consecutiva, recibe el nombre de **método de Gauss**.

$$\left\{\begin{array}{l} x+y+2z=1 \\ x-y-3z=2 \end{array}\right\}$$

$$F_2' = F_2 - F_1 \rightarrow \left\{\begin{array}{c} x+y+2z=1 \\ -2y-5z=1 \end{array}\right\}$$

*Si tras terminar Gauss y no aparecer absurdos matemáticos obtenemos más incógnitas que ecuaciones, tendremos un SCI con parámetros libres.*




*3 incógnitas y 2 ecuaciones*
$3-2=1$ *grado de libertad* $\rightarrow 1$ *incógnita como parámetro libre*
**y=λ∈ℝ**

$$F_2 : z = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}\lambda \;\rightarrow F_1 : x = 1 - \lambda + \frac{2}{5} + \frac{4}{5}\lambda \rightarrow x = \frac{7}{5} - \frac{1}{5}\lambda$$

$$\textbf{Solución general:} \left\{\begin{array}{c} x = \frac{7}{5} - \frac{1}{5}\lambda \\ y = \lambda \in \mathbb{R} \\ z = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}\lambda \end{array}\right\}$$

La recta común a los dos planos está formada por infinitos puntos. Cada uno de esos puntos forman las infinitas soluciones del sistema.

Siempre, siempre, siempre, que en un sistema lineal aparezca un parámetro libre significará que la solución del sistema genera una recta. Recuerda: un parámetro libre implica una recta solución.

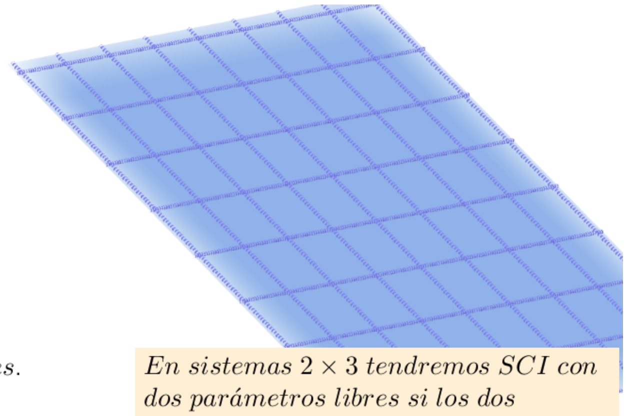
Si los dos planos están superpuestos (coincidentes) tendremos nuevamente infinitos puntos en común. Ahora la solución será cualquiera de los dos planos coincidentes. Y un plano siempre posee dos parámetros libres.

Segunda conclusión importante: siempre que en la solución de un sistema lineal aparezcan dos parámetros libres significará que la solución del sistema genera un plano. No lo olvides: dos parámetros libres genera un plano.

$$\left\{ \begin{array}{c} x - y + z = 1 \\ 2x - 2y + 2z = 2 \end{array} \right\}$$

$$F_2' = F_2 - 2F_1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} x - y + z = 1 \\ 0 = 0 \end{array} \right\}$$

*Obviamos $F_2$ por tautología.*
*Si tras terminar Gauss y no aparecer absurdos matemáticos obtenemos más incógnitas que ecuaciones, tendremos un SCI con parámetros libres.*



*En sistemas $2 \times 3$ tendremos SCI con dos parámetros libres si los dos planos son coincidentes (superpuestos).*

**x-y+z=1**
*3 incógnitas y 1 ecuación*
*$3 - 1 = 2$ parámetros libres*
**x=α∈ℝ , y=β∈ℝ→z=1-α+β**

Finalmente, si los planos son paralelos entre sí no aparecen puntos de corte. El sistema no tiene solución: sistema incompatible (SI). Al resolver por reducción, encontraremos un absurdo matemático.

Un detalle que verás en el siguiente ejercicio es que en el método de Gauss podemos intercambiar la posición de las filas entre sí. También podemos intercambiar la posición de las columnas que almacenan las incógnitas (nunca intercambies la posición de la columna de los términos independientes).

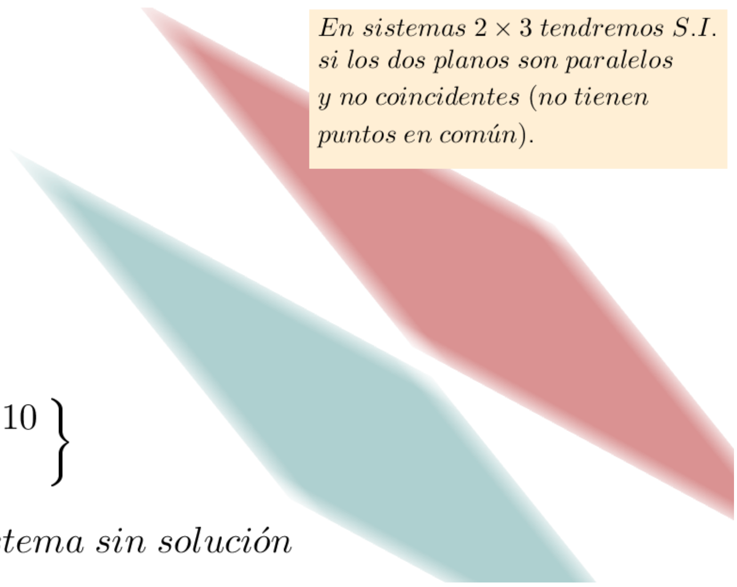
$$\left\{ \begin{array}{c} 4x + 2y - 4z = 7 \\ 2x + y - 2z = 10 \end{array} \right\}$$

*En el método de Gauss podemos intercambiar el orden de las ecuaciones (filas) y también cambiar el orden de las incógnitas (columnas).*
*Por ejemplo : $F_1 \leftrightarrow F_2$*

$$\left\{ \begin{array}{c} 2x + y - 2z = 10 \\ 4x + 2y - 4z = 7 \end{array} \right\}$$

$$F_2' = F_2 - 2 \cdot F_1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{c} 2x + y - 2z = 10 \\ 0 = -13 \end{array} \right\}$$

$$0 = -13 \rightarrow Aparece\ absurdo \rightarrow Sistema\ sin\ solución$$



*En sistemas $2 \times 3$ tendremos S.I. si los dos planos son paralelos y no coincidentes (no tienen puntos en común).*