Trainingsblatt
Nullstellen und Faktorisierung

Die folgend aufgeführten Methoden werden für dieses Trainingsblatt benötigt:

(BINOM)	Ausnutzen der binomischen Formeln	z. B. $x^2-36=(x-6)\cdot(x+6)$
(LÖSEN)	Lösen einer quadratischen Gleichung	z. B. $ax^2+5x+c=0 \Rightarrow x_{1/2}=\frac{-5\pm\sqrt{25-4ac}}{2a}$
(RATEN)	Raten, falls Nullstellen ganzzahlig sind	z. B. $x^2+7x+10=(x+2)\cdot(x+5)$
(SUBST)	Substitution, um Grad zu verkleinern	z. B. x^4-81; Setze $z=x^2$; Löse erst $z^2-81=0$
(AUSKL)	Ausklammern, falls möglich	z. B. $2x^3+x^2=x^2(2x+1)=x^2\cdot 2\left(x+\frac{1}{2}\right)$
(POLDIV)	Polynomdivision durch bereits bekannte Linearfaktoren (benutze für die Polynomdivision ggf. ein seperates Blatt)	z. B. $(x^3-2x^2-9x+18):(x-2)=x^2-9$

$$\begin{array}{l} x^3-2x^2 \\ \hline \quad 0-9x+18 \\ \qquad\; 9x+18 \\ \hline \qquad\qquad 0 \end{array}$$

1. Zerlege in Linearfaktoren. Nenne die verwendete Methode, soweit sie nicht angegeben ist.

a) $f(x)=x^2+18x+77 \overset{\text{(RATEN)}}{=}$ ______

b) $f(x)=2x^2-14x \overset{(\quad)}{=}$ ______

c) $f(x)=x^2+\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}$ (LÖSEN): $f(x)=0 \Rightarrow x_{1/2}=$ ______

$\Rightarrow x_1=$ ___ ; $x_2=$ ___ $\Rightarrow$ $f(x)=($ ___ $)\cdot($ ___ $)$

d) $f(x)=x^2+0{,}3x+8{,}1$; bekannte Nullstelle: 3; (   ): $(x^2+0{,}3x+8{,}1):($ $)=$ ______

$\Rightarrow f(x)=($ ___ $)\cdot($ ___ $)$

e) $f(x)=x^2-x+\frac{1}{4} \overset{(\quad)}{=}$ ______

2. Häufig müssen mehrere dieser Methoden angewendet werden, um den Funktionsterm vollständig zu zerlegen. Nenne die verwendeten Methoden, soweit sie nicht angegeben sind.

a) $f(x)=x^4-6x^2+9$ (   ): ______ $\overset{(\quad)}{=}$ ______ $\Rightarrow$ $z=$ ______

$\Rightarrow x_1=$ ___ ; $x_2=$ ___ ; $x_3=$ ___ ; $x_4=$ ___ ; $f(x)=$ ______

b) $f(x)=x^4+\sqrt{7}x^3-14x^2 \overset{(\quad)}{=}$ ______ ; $\Rightarrow$ (LÖSEN): ______ $=0$

$\Rightarrow x_{1/2}=$ ______ $\Rightarrow f(x)=$ ______

c) $f(x)=x^3+x^2-102x+360$ Alle Nullstellen sind ganzzahlig, eine davon lautet -12.

(   ) $\Rightarrow f(x)=($ ___ $)\cdot($ ___ $) \overset{(\quad)}{=}$ ______

d) $f(x)=5x^6-70x^4+165x^2$ (   ): ______ $\overset{(\quad)}{=}$ ______

$\overset{(\quad)}{=}$ ______ $\Rightarrow$ ______

______ $\Rightarrow f(x)=$ ______

e) Bekannte Nullstellen sind -2 und 2. $f(x)=x^5+6x^4+5x^3-24x^2-36x$ ______

______ $\Rightarrow f(x)=$ ______

Trainingsblatt
Nullstellen und Faktorisierung

Die folgend aufgeführten Methoden werden für dieses Trainingsblatt benötigt:

(BINOM)	Ausnutzen der binomischen Formeln	z. B. $x^2-36=(x-6)\cdot(x+6)$
(LÖSEN)	Lösen einer quadratischen Gleichung	z. B. $ax^2+5x+c=0 \Rightarrow x_{1/2}=\frac{-5\pm\sqrt{25-4ac}}{2a}$
(RATEN)	Raten, falls Nullstellen ganzzahlig sind	z. B. $x^2+7x+10=(x+2)\cdot(x+5)$
(SUBST)	Substitution, um Grad zu verkleinern	z. B. x^4-81; Setze $z=x^2$; Löse erst $z^2-81=0$
(AUSKL)	Ausklammern, falls möglich	z. B. $2x^3+x^2=x^2(2x+1)=x^2\cdot 2\left(x+\frac{1}{2}\right)$
(POLDIV)	Polynomdivision durch bereits bekannte Linearfaktoren (benutze für die Polynomdivision ggf. ein seperates Blatt)	z. B. $(x^3-2x^2-9x+18):(x-2)=x^2-9$

$$\begin{array}{l} (x^3-2x^2-9x+18):(x-2)=x^2-9 \\ \underline{x^3-2x^2} \\ \quad 0-9x+18 \\ \quad \underline{\quad 9x+18} \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

1. Zerlege in Linearfaktoren. Nenne die verwendete Methode, soweit sie nicht angegeben ist.

a) $f(x)=x^2+18x+77 \overset{\text{(RATEN)}}{=} (x+7)\cdot(x+11)$

b) $f(x)=2x^2-14x \overset{\text{(AUSKL.)}}{=} 2x\cdot(x-7)$

c) $f(x)=x^2+\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}$ (LÖSEN): $f(x)=0 \Rightarrow x_{1/2}=\dfrac{-\frac{5}{3}\pm\sqrt{\frac{25}{9}+4\cdot\frac{2}{3}}}{2}=\dfrac{-\frac{5}{3}\pm\sqrt{\frac{25+24}{9}}}{2}=\dfrac{-\frac{5}{3}\pm\frac{7}{3}}{2}$

$\Rightarrow x_1=\frac{1}{3}$; $x_2=-2$ $\Rightarrow$ $f(x)=\left(x-\frac{1}{3}\right)\cdot(x+2)$

d) $f(x)=x^2+0{,}3x+8{,}1$; bekannte Nullstelle: 3; (POLDIV): $(x^2+0{,}3x+8{,}1):(x-3)=x-2{,}7$

$$\begin{array}{l} (x^2+0{,}3x+8{,}1):(x-3)=x-2{,}7 \\ \underline{x^2-3x} \\ \quad -2{,}7x+8{,}1 \\ \quad \underline{-2{,}7x+8{,}1} \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

$\Rightarrow f(x)=(x-3)\cdot(x-2{,}7)$

e) $f(x)=x^2-x+\frac{1}{4} \overset{\text{(BINOM)}}{=} \left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

2. Häufig müssen mehrere dieser Methoden angewendet werden, um den Funktionsterm vollständig zu zerlegen. Nenne die verwendeten Methoden, soweit sie nicht angegeben sind.

a) $f(x)=x^4-6x^2+9$ (SUBST): Setze $z=x^2$: $z^2-6z+9 \overset{\text{(BINOM)}}{=} (z-3)^2 \Rightarrow z_1=z_2=3$

$\Rightarrow x_1=\sqrt{3}$; $x_2=-\sqrt{3}$; $x_3=\sqrt{3}$; $x_4=-\sqrt{3}$; $f(x)=(x-\sqrt{3})\cdot(x-\sqrt{3})\cdot(x+\sqrt{3})\cdot(x+\sqrt{3})$

b) $f(x)=x^4+\sqrt{7}x^3-14x^2 \overset{\text{(AUSKL)}}{=} x^2\cdot(x^2+\sqrt{7}x-14)$; $\Rightarrow$ (LÖSEN): $x^2+\sqrt{7}x-14=0$

$\Rightarrow x_{1/2}=\dfrac{-\sqrt{7}\pm\sqrt{7+4\cdot 14}}{2}=\dfrac{-\sqrt{7}\pm\sqrt{63}}{2}=\dfrac{-\sqrt{7}\pm 3\sqrt{7}}{2}$ $\Rightarrow f(x)=x^2\cdot(x+2\sqrt{7})\cdot(x-\sqrt{7})$

c) $f(x)=x^3+x^2-102x+360$ Alle Nullstellen sind ganzzahlig, eine davon lautet -12.

(POLDIV) $\Rightarrow f(x)=(x+12)\cdot(x^2-11x+30) \overset{\text{(RATEN)}}{=} (x+12)\cdot(x-5)\cdot(x-6)$

d) $f(x)=5x^6-70x^4+165x^2$ (SUBST): $z=x^2$; $5z^3-70z^2+165z \overset{\text{(AUSKL)}}{=} 5z(z^2-14z+33)$

$\overset{\text{(RATEN)}}{=} 5z\cdot(z-11)\cdot(z-3)$ $\Rightarrow$ $z_1=0$; $z_2=11$; $z_3=3$

$\Rightarrow x_{1/2}=0$; $x_{3/4}=\pm\sqrt{11}$; $x_{4/5}=\pm\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $f(x)=5\cdot x^2\cdot(x-\sqrt{11})\cdot(x+\sqrt{11})\cdot(x-\sqrt{3})\cdot(x+\sqrt{3})$

e) Bekannte Nullstellen sind -2 und 2. $f(x)=x^5+6x^4+5x^3-24x^2-36x \overset{\text{(AUSKL)}}{=} x(x^4+6x^3+5x^2-24x-36)$

$(x^4+6x^3+5x^2-24x-36):(x^2-4) \overset{\text{(POLDIV)}}{=} x^2+6x+9 \overset{\text{(BINOM)}}{=} (x+3)^2$ $\Rightarrow f(x)=x\cdot(x-2)\cdot(x+2)\cdot(x+3)^2$