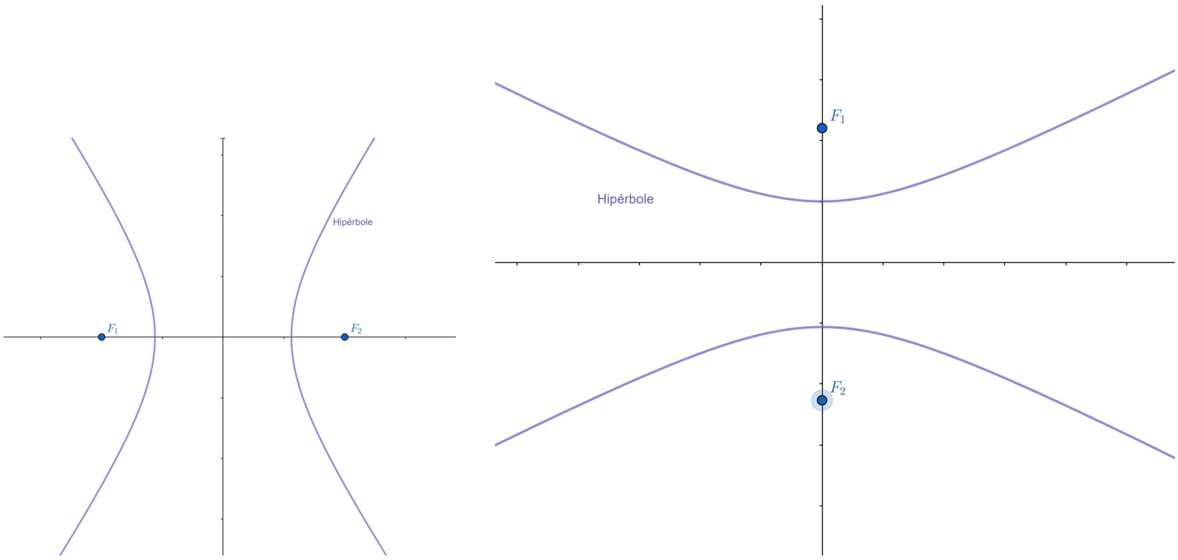
Figura D.10 – Exemplos de hipérboles com Eixo Focal sobre o Eixo x e sobre o Eixo y

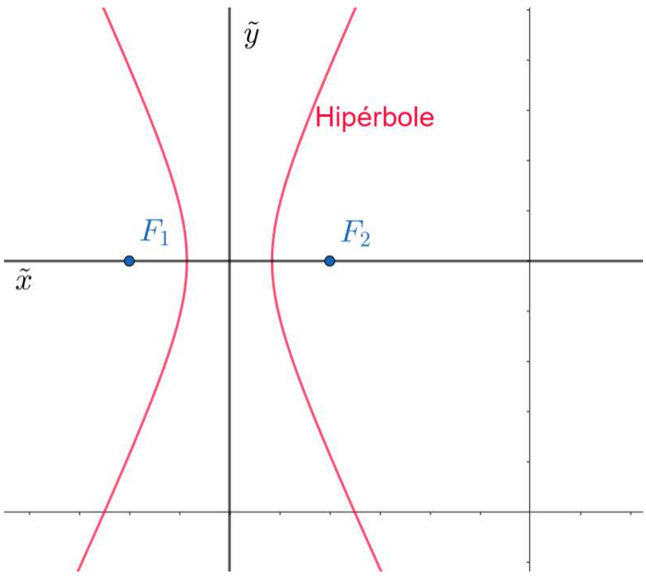


(a) (b)

Fonte: Próprio autor.

Consideremos agora o caso em que a cônica não esteja centrada na origem, isto é, que $C = (x_0, y_0) \neq (0, 0)$, e com Eixo Focal paralelo ao Eixo x. Intuitivamente, basta realizar uma translação no sistema de coordenadas que recairemos nos casos anteriores. Isto é, consideraremos o sistema de coordenadas com origem no ponto C e com Eixos $E_{\tilde{x}}$ e $E_{\tilde{y}}$ paralelos aos eixos do sistema de coordenadas original E_x e E_y, respectivamente, como mostra a Figura D.11.

Figura D.11 – Exemplo de hipérbole transladada



Fonte: Próprio autor.

Como neste novo sistema de coordenadas a hipérbole está centrada na origem e com eixo Focal sobre o Eixo $\tilde{x}$, a sua equação reduzida será:

$$\frac{\tilde{x}^2}{a^2} - \frac{\tilde{y}^2}{b^2} = 1.$$

Mas podemos relacionar as novas variáveis, com respeito as antigas, da seguinte forma: $\tilde{x} = x - x_0$ e $\tilde{y} = y - y_0$. Então, no sistema de coordenada original, a **Equação Reduzida da Hipérbole** será:

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1. \tag{D.6}$$

Note que o caso em que o centro da hipérbole é $C = (x_0, y_0) \neq (0,0)$ e o Eixo Focal da hipérbole é paralelo ao Eixo y do sistema de coordenadas, poderemos proceder da mesma maneira, donde obteremos

$$\frac{(x-x_0)^2}{b^2} - \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1. \tag{D.7}$$

Note que, no caso em que o centro da Hipérbole está na origem do sistema de coordenadas, as Equações (D.6) e (D.7) recairão nas Equações (D.4) e (D.5), respectivamente. Desta forma podemos a hipérbole admite as possibilidade de **Equações Reduzidas** descritas na Tabela D.1.

Tabela D.1 – Equação geral da hipérbole de acordo com a posição relativa

Equação	Condição	Figura
$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1.$	Eixo Focal da hipérbole é paralelo ao Eixo x do sistema de coordenadas	Figura D.4(c)
$\frac{(x-x_0)^2}{b^2} - \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1.$	Eixo Focal da hipérbole é paralelo ao Eixo y do sistema de coordenadas	Figura D.4(a)

Fonte: Próprio autor.

Para o caso em que o Eixo Focal da hipérbole não é paralelo a nenhum dos eixos do sistema de coordenadas, como no caso da Figura D.4(d), a equação da hipérbole não será mais chamada de equação reduzida pois ela torna-se mais complexa e não será abordada neste trabalho.

Optou-se em demonstrar o fato onde os focos da hipérbole estão no mesmo ponto, pois o reconhecimento deste lugar geométrico tender às assíntotas, não é trivial. Análise e a demonstração desta ocasião na maioria dos livros é ocultada.

Note que não basta utilizar a definição, como foi realizado na demonstração da elipse que gerou a circunferência, então necessitou de um caminho alternativo. A ideia da demonstração é calcular o limite onde a distância focal (2c), tende para zero, gerando as assíntotas.

Observe que o coeficiente angular de uma reta é dada por, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = m$.