

数学探究活动实验手册

小组成员：_____；时间：_____；指导老师：_____；

★实验名称：探究 $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1$ 中离心率 e （即 $\frac{c}{a}$ ）增大时，对圆锥曲线的影响；

★知识背景：离心率（eccentricity）背景

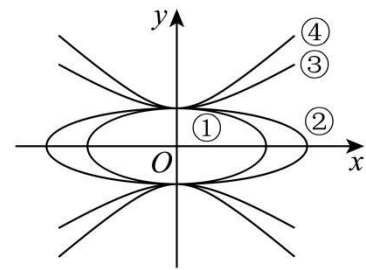
离心率（eccentricity），又叫偏心率，即指某一椭圆轨道与理想圆环的偏离程度。它最早是为描述太阳系中行星运行轨道的形状而引入的。统一定义是在圆锥曲线中，动点到焦点的距离和动点到准线的距离之比（更多见数字化教室）。

★前测：见数字化探究实验室前测

1、比较椭圆 $9x^2 + y^2 = 36$ 和 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 的形状，哪一个更接近于圆？

A、椭圆 $9x^2 + y^2 = 36$ 更接近于圆 B、椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ 更接近于圆

2、如图，共顶点的椭圆①、②与双曲线③、④的离心率分别为 e_1, e_2, e_3, e_4 ，其大小关系为（ ）



A. $e_2 < e_1 < e_3 < e_4$ B. $e_1 < e_2 < e_3 < e_4$ C. $e_1 < e_2 < e_4 < e_3$ D. $e_2 < e_1 < e_4 < e_3$

★实验目的：

1、在 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ （椭圆）中，探究离心率 $\frac{c}{a}$ 增大时，获得椭圆扁平程度的变化规律；

2、在 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ （双曲线）中，探究离心率 $\frac{c}{a}$ 增大时，获得双曲线开口程度的变化规律；

3、理解离心率 $\frac{c}{a}$ 对不同圆锥曲线（椭圆、双曲线）图形影响的统一含义，

4、学会用 Geogebra 软件绘制数学图形，探究数学问题。

★实验重点：

1、在 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ （椭圆）中，探究离心率 $\frac{c}{a}$ 增大时，获得椭圆扁平程度的变化规律；

2、在 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ （双曲线）中，探究离心率 $\frac{c}{a}$ 增大时，获得双曲线开口程度的变化规律；

★实验难点：

1、理解离心率 $\frac{c}{a}$ 对不同圆锥曲线（椭圆、双曲线）图形影响的统一含义，

2、学会用 Geogebra 软件绘制数学图形，探究数学问题。

★实验用品：

3个数字化探究小素材（已内置与数字化教室）、数字化探究绘本生成的数字化教室（下方链接或者扫二维码）、一台电脑或者一间计算机机房或数学实验室（带互联网网络）、探究活动实验手册（老师领取或者数字化教室下载）。



★数字化探究教室网址和二维码：<https://www.geogebra.org/classroom/h9hcfgse>

★活动1：绘制方程的曲线（简易探究模式请跳过此步）

➤ 自绘图1：在数字化教室中，绘制方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 带参数 $a, c (b = \sqrt{a^2 - c^2})$ 的曲线（椭圆）。

➤ 自绘图2：在数字化教室中，绘制方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 带参数 $a, c (b = \sqrt{a^2 - c^2})$ 的曲线（双曲线）。

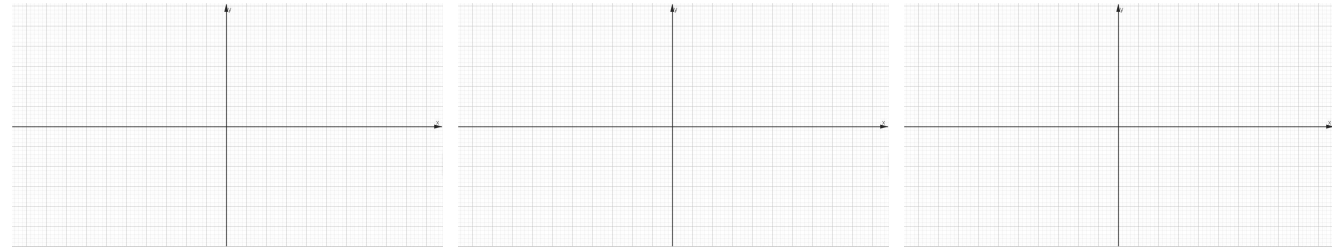
➤ 自绘图3：在数字化教室中，绘制方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1 (a > 0, c > 0)$ 带参数 a, c 的曲线。

★活动2：探究参数离心率 e （即 $\frac{c}{a}$ ）增大对圆锥曲线的影响；

➤ 探究1：探究参数离心率 e （即 $\frac{c}{a}$ ）增大对椭圆扁平的影响；

请在数字化教室的探究1中或者自绘图1中开展本探究。建议步骤：固定长轴 $2a$ 和焦距 $2c$ 中的某个参数，在满

足椭圆的范围内，增大或减小另一个参数，使得离心率 $\frac{c}{a}$ （即 e ）越来越大，观察图形变化，直观感知椭圆扁平的变化规律，并回答下方的探究结论。请选择三个代图形，绘制在下方三个坐标系中，并将探究活动实验结论，填在下方横线上。

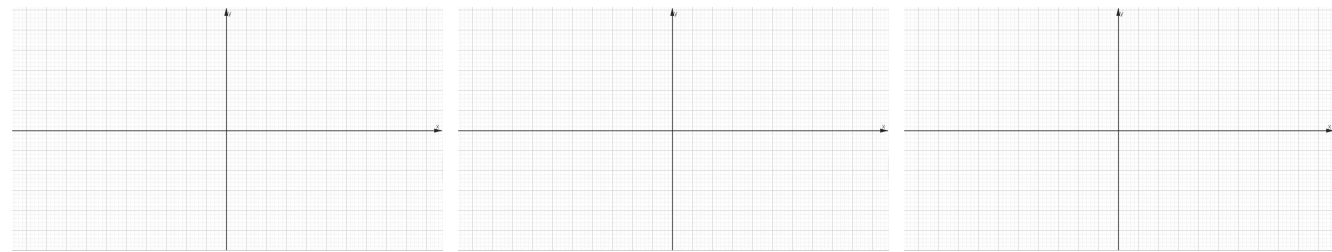


$a_1 = ___, c_1 = ___, e_1 = _____$ $a_2 = ___, c_2 = ___, e_2 = _____$ $a_3 = ___, c_3 = ___, e_3 = _____$

结论：当参数离心率 e 即 $\frac{c}{a}$ 越大时，若是椭圆，则椭圆扁平越_____；

➤ **探究 2：** 探究参数离心率 e （即 $\frac{c}{a}$ ）增大对双曲线开口的影响；

请在数字化教室的探究 2 中或者自绘图 2 中开展本探究。建议步骤：固定长轴 $2a$ 和焦距 $2c$ 中的某个参数，在满足双曲线的范围内，增大或减小另一个参数，使得离心率 $\frac{c}{a}$ （即 e ）越来越大，观察图形变化，直观感知双曲线开口的变化规律，并回答下方的探究结论。请选择三个代图形，绘制在下方三个坐标系中，并将探究活动实验结论，填在下方横线上。

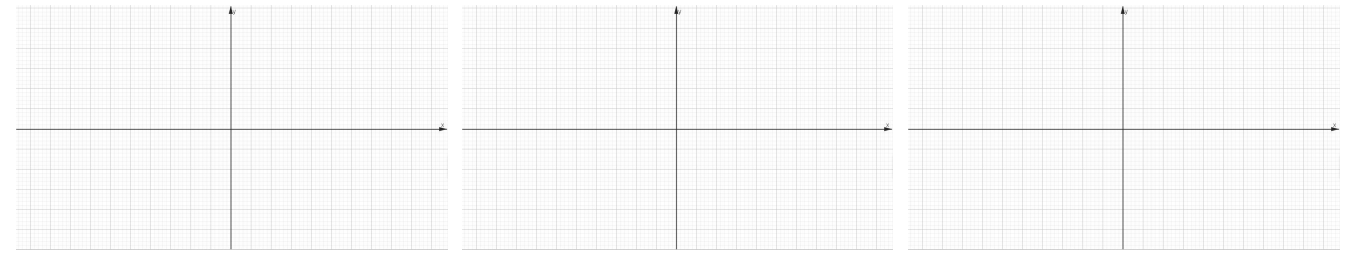


$a_1 = ___, c_1 = ___, e_1 = _____$ $a_2 = ___, c_2 = ___, e_2 = _____$ $a_3 = ___, c_3 = ___, e_3 = _____$

结论：当参数离心率 e 即 $\frac{c}{a}$ 越大时，若是双曲线，则双曲线开口越_____；

➤ **探究 3：** 探究参数离心率 e （即 $\frac{c}{a}$ ）增大对圆锥曲线影响的统一性含义；

请在数字化教室的探究 3 中或者自绘图 3 中开展本探究。建议步骤：固定长轴 $2a$ 和焦距 $2c$ 中的某个参数，在满足双曲线的范围内，增大或减小另一个参数，使得离心率 $\frac{c}{a}$ （即 e ）越来越大，观察图形变化，直观感知双曲线开口的变化规律，并回答下方的探究结论。请选择三个代图形，绘制在下方三个坐标系中，并将探究活动实验结论，填在下方横线上。



$a_1 = ___, c_1 = ___, e_1 = _____$ $a_2 = ___, c_2 = ___, e_2 = _____$ $a_3 = ___, c_3 = ___, e_3 = _____$

结论：离心率 e 离心率对圆锥曲线的影响可以统一的理解为：_____。

★实验结论：

1、当参数离心率 e 即 $\frac{c}{a}$ 越大时，若是椭圆，则椭圆越_____；若是双曲线，则双曲线开口越_____；

2、离心率 e 离心率对圆锥曲线的影响可以统一的理解为：_____。

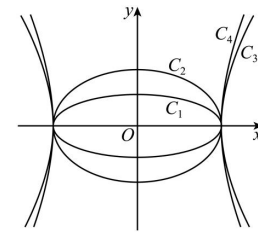
★探究评价（1、2 为知识评价，3、4 为过程与方法评价，5 为情感态度价值观评价）：

1. 比较椭圆 $x^2 + 9y^2 = 36$ 和 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{10} = 1$ 的形状，哪一个更接近于圆？

A、椭圆 $x^2 + 9y^2 = 36$ 更接近于圆

B、椭圆 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{10} = 1$ 更接近于圆

2. 如图，直角坐标系中有 4 条圆锥曲线 C_i ($i=1, 2, 3, 4$)，其离心率分别为 e_i 。则 4 条圆锥曲线的离心率的大小关系是（ ）



A. $e_2 < e_1 < e_4 < e_3$ B. $e_1 < e_2 < e_3 < e_4$ C. $e_2 < e_1 < e_3 < e_4$ D. $e_1 < e_2 < e_4 < e_3$

3、通过本探究活动实验课程，提升了我发现并用 Geogebra 数学画板探究数学新问题的能力

A 完全不同意 B 一般 C 完全同意

4、通过本探究活动实验课程，增强了我的小组探索和合作交流能力

A 完全不同意 B 一般 C 完全同意

5、通过本探究活动实验课程，提高了我的学习兴趣

B. A 完全不同意 B 一般 C 完全同意