

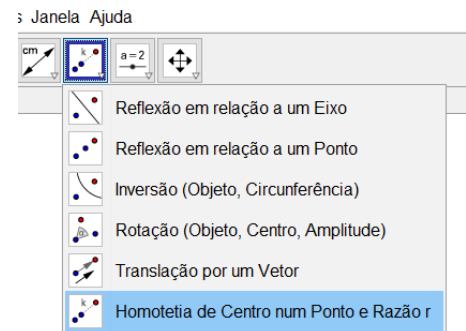


Outras transformações geométricas – a Homotetia

A Homotetia é uma transformação geométrica que não mantém a igualdade geométrica dos comprimentos correspondentes, embora mantenha a igualdade geométrica dos ângulos correspondentes. Por esta razão a Homotetia não é uma Isometria.

No GeoGebra, a Homotetia acede-se a partir do mesmo botão onde estão outras transformações geométricas (Reflexão, Translação, etc.).

Para definir a Homotetia, precisamos de um ponto e a uma razão (uma relação entre comprimentos) – a razão da homotetia.



1. A ferramenta pode ser usada para um objeto geométrico qualquer (ponto, segmento, polígono, ...). Vamos usá-la para um ponto.

Começa por criar 2 pontos, totalmente livres, A e B.



Vamos aplicar a homotetia. Repara na ordem de seleção dos objetos: primeiro o ponto objeto (neste caso B), depois o ponto que será o centro da homotetia (neste caso A) e depois a razão (começa por usar o valor 4).

Depois de introduzida a razão, surge no ecrã o ponto imagem, neste caso B'.



O ponto B' foi construído de modo que a relação entre os pontos seja: $AB' = 4 \times AB$.

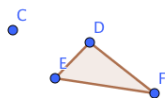


Faz variações no ponto objeto (B), variando o comprimento do segmento AB. Observa o que acontece ao ponto imagem B', e consequentemente ao segmento AB'.

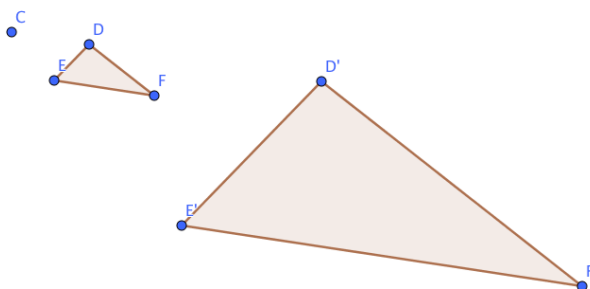
Faz variações no ponto A, de modo que a posição do segmento AB se altere. Observa o que acontece ao ponto imagem B', e consequentemente ao segmento AB'.

[atividade realizada apenas no GGB – ver ficheiro: 4 – resolução questão 1 e 2 – homotetias]

2. Constrói agora a imagem do triângulo DEF pela homotetia de centro C.



Utiliza a ferramenta para construir a homotetia de razão 4.



Observa a construção e estabelece relações entre os elementos dos dois triângulos, DEF (objeto) e D'E'F' (imagem), no que respeita a comprimentos dos lados correspondentes, amplitudes dos ângulos correspondentes e áreas. Recorda que dois triângulos com este tipo de relação entre os seus elementos se dizem triângulos semelhantes. Neste caso a razão de semelhança é 4. Como a razão é maior do que 1 obtemos uma ampliação.

Figura 1

Representação da construção inicial da resolução em GGB feita pela aluna.

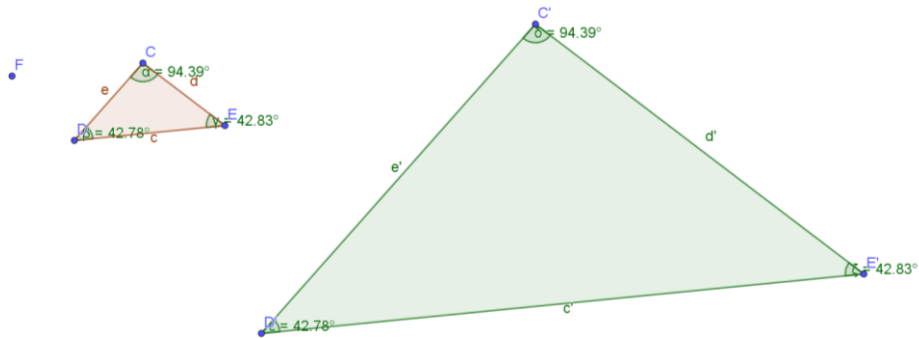
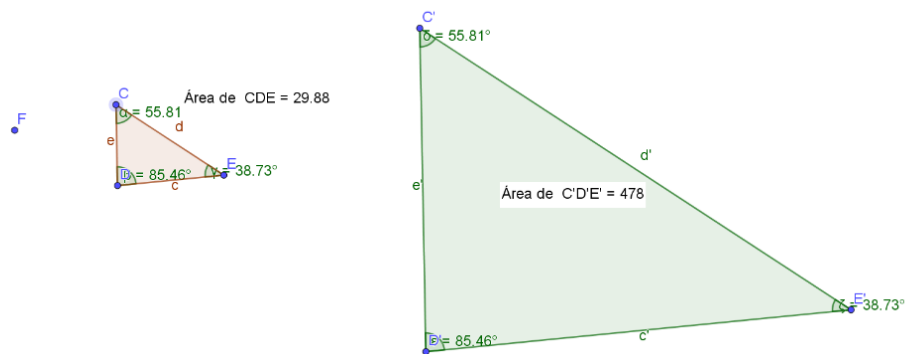


Figura 2

Representação da construção da resolução em GGB feita pela aluna, com os valores as áreas.



Com a homotetia, a razão usada de 4, vai ser também a razão entre o comprimento dos lados correspondentes de cada triângulo. A razão entre as áreas vai ser o quadrado da razão da homotetia, ou seja, a razão entre as áreas vai ser $4 \times 4 = 16$, como se pode verificar.

3. Vamos alargar a nossa investigação a outras razões. Para tal, vamos fazer variar a razão recorrendo a um seletor de comprimento variável entre -5 e 5.

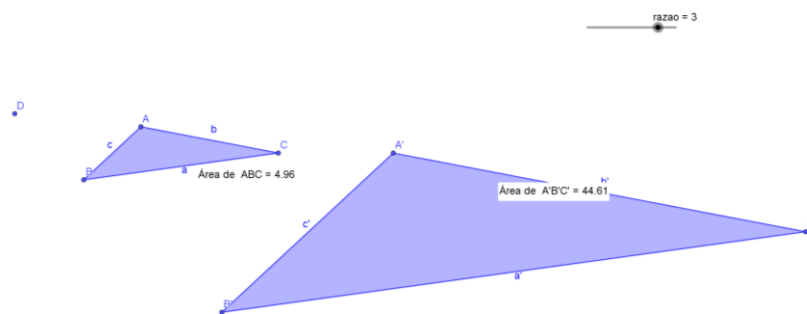
Constrói homotetias de um triângulo, usando como centro um ponto exterior ao triângulo.

Varia o valor do seletor e verifica o que acontece quando a razão

- é maior do que 1.

Figura 3

Representação da construção da resolução em GGB feita pela aluna, de quando a razão entre os triângulos é maior do que 1.



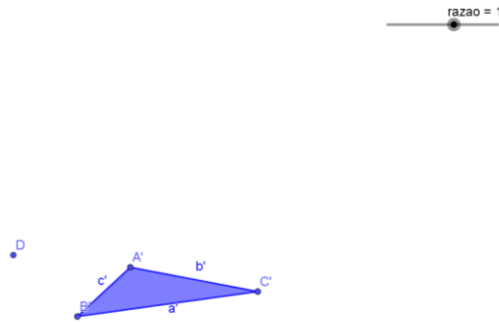
Quando a razão é maior do que 1, a figura que obtemos equivale a uma ampliação da figura original.

Podemos dizer ainda que as amplitudes dos ângulos mantêm-se, e a razão do seletor é a mesma razão entre os comprimentos correspondentes de cada triângulo. Relativamente às áreas, a área da figura inicial é de 4.96, e a da figura com razão=3, é de 44.61. A razão entre elas é de $44.61/4.96 = 8,9939 \approx 9$, que equivale ao quadrado da razão ($3 \times 3 = 9$).

- é igual a 1.

Figura 4

Representação da construção da resolução em GGB feita pela aluna, de quando a razão entre os triângulos é igual a 1.

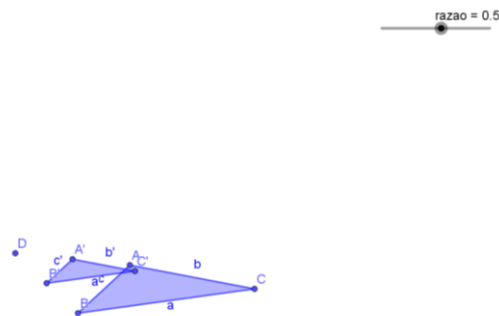


A figura que se obtém fica sobreposta com a original. Continuamos a verificar a relação da área, ser o quadrado da razão.

- está entre 0 e 1.

Figura 5

Representação da construção da resolução em GGB feita pela aluna, de quando a razão entre os triângulos está entre 0 e 1.

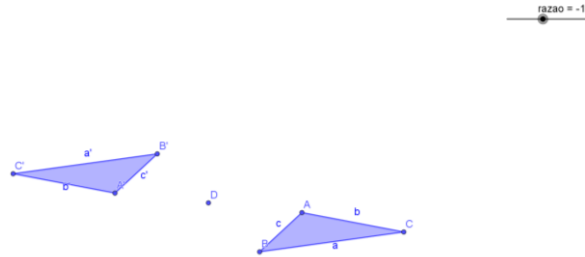


A figura que se obtém fica mais perto do centro de rotação, mas é como se sofresse uma redução. Quando é igual a zero, fica reduzida a um ponto, que coincide com o ponto central da homotetia. Continua a verificar-se a relação da área, ser o quadrado da razão.

- é igual a -1.

Figura 6

Representação da construção da resolução em GGB feita pela aluna, de quando a razão entre os triângulos é igual a -1.

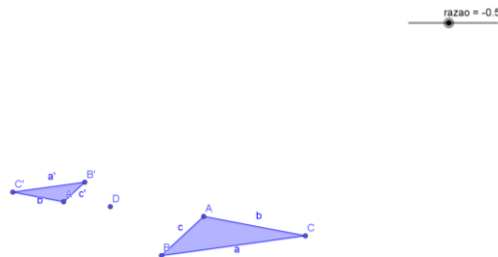


A figura que se obtém tem igual tamanho, mas faz uma rotação de 180° (inversão). Continua a verificar-se a relação da área, ser o quadrado da razão. Contudo, como temos um número negativo, a razão entre os lados não será de -1, porque as medidas e razões entre os lados não podem ser negativas, mas será sim o módulo da razão de homotetia.

- está entre 0 e -1.

Figura 7

Representação da construção da resolução em GGB feita pela aluna, de quando a razão entre os triângulos está entre 0 e -1.



Relativamente à figura original, a figura que se obtém inverte, e sofre uma rotação de 180°, mas é reduzida. Continua a verificar-se a relação da área, ser o quadrado da razão.