

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Dadas las funciones  $f(x) = x^2 - ax - 4$  y  $g(x) = \frac{x^2}{2} + b$ , halla los valores de  $a$  y  $b$  de manera que las gráficas de  $f(x)$  y  $g(x)$  tengan la misma recta tangente en el punto  $x = 3$ . Halla la ecuación de esa recta tangente.

**Ejercicio 2.-** Sea  $f: (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a \cdot \sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$

**a) [1,5 puntos]** Determina  $a$  y  $b$  sabiendo que  $f(x)$  es derivable en todo su dominio.

**b) [1 punto]** Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Un poste de 3 metros de altura tiene en su punta un sensor que recoge datos meteorológicos. Dichos datos deben transmitirse a través de un cable a una estación de almacenamiento situada a 4 metros de la base del poste. El cable puede ser aéreo o terrestre, según vaya por el aire o por el suelo. El metro de cable aéreo cuesta 3000 euros y el metro de cable terrestre cuesta 1000 euros. ¿Qué parte del cable debe ser aéreo y qué parte terrestre para que su coste sea mínimo?

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Estudia la derivabilidad de la siguiente función en su punto frontera.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Obtener  $m$  y  $n$  para que  $f(x)$  sea continua en toda la recta real. Estudia la derivabilidad de  $f(x)$  tomando esos valores de  $m$  y  $n$ .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ mx + n & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Determinar  $k$  para que  $f(x)$  sea continua y derivable en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} x + k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Justifica de manera razonada el dominio de la función  $f(x) = e^{\operatorname{tg}(x)}$  y obtener la ecuación de la recta tangente en  $x = \frac{-\pi}{4}$ .

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Estudia la derivabilidad de  $f(x) = \left| \frac{x}{x-3} \right|$ . Si en algún punto no es continua, indica el tipo de discontinuidad.