Abschlussprüfung 2014
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

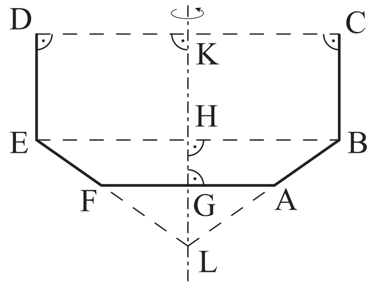
Mathematik II

Name: ____________________ Vorname: ____________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1 Die nebenstehende Skizze dient als Vorlage für eine Pflanzschale. Sie zeigt den Axialschnitt ABCDEF eines Rotationskörpers mit der Rotationsachse KL.



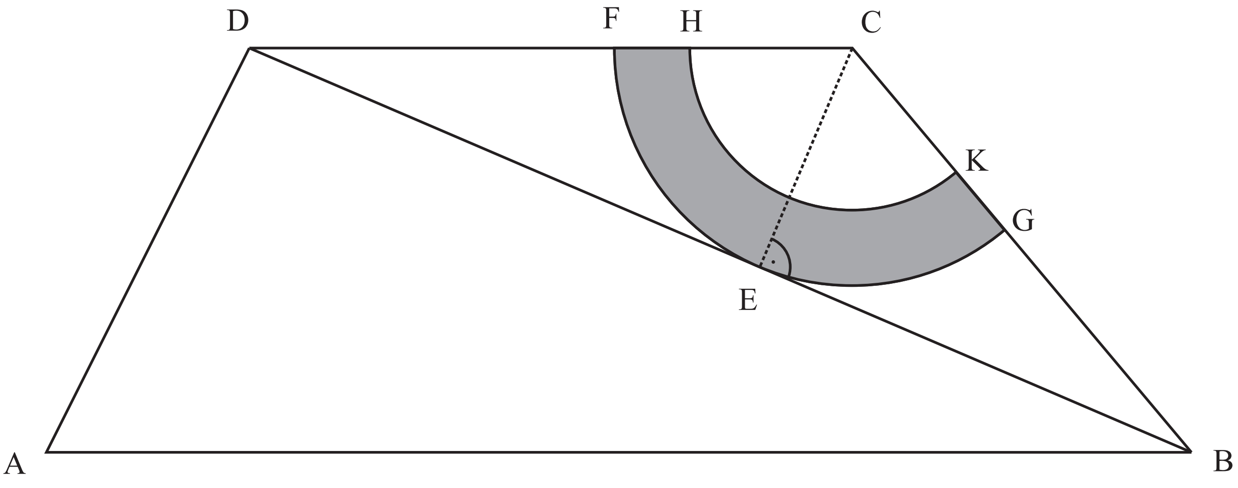
Es gilt:
$\overline{BC} = 1{,}4 \text{ dm}$; $\overline{CD} = 4{,}0 \text{ dm}$; $\overline{GH} = 0{,}6 \text{ dm}$; $\sphericalangle EBA = 35°$.

Begründen Sie rechnerisch, ob der Inhalt eines 20-Liter-Sackes Erde vollständig in die Pflanzschale gefüllt werden kann. [Teilergebnis: $\overline{LH} = 1{,}4 \text{ dm}$]

5 P

A 2.0 Die Zeichnung zeigt das Trapez ABCD mit $[AB] \parallel [CD]$.
Es gilt: $\overline{CD} = 8$ cm; $\overline{AD} = 6$ cm; $\overline{BC} = 7$ cm; $\sphericalangle DCB = 130°$.

Runden Sie im Folgenden alle Ergebnisse auf zwei Nachkommastellen.



A 2.1 Berechnen Sie die Länge der Diagonalen [BD], das Maß ε des Winkels CBD und das Maß α des Winkels BAD.
[Ergebnisse: $\overline{BD} = 13,60$ cm; $\varepsilon = 26,79°$; $\alpha = 63,29°$]

5 P

A 2.2 Die Diagonale [BD] berührt den Kreisbogen $\overset{\frown}{FG}$ im Punkt E.
Ermitteln Sie rechnerisch den Radius $\overline{CE}$ des Kreissektors CFG.
[Ergebnis: $\overline{CE} = 3{,}16\ \text{cm}$]

1 P

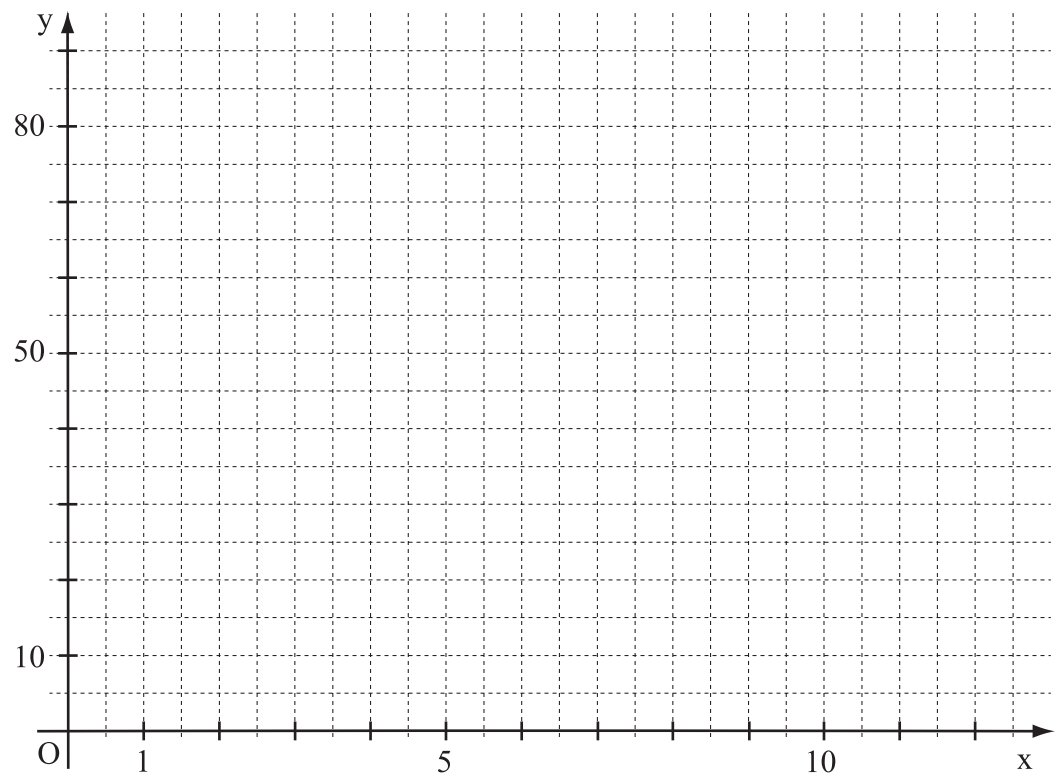
A 2.3 Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhaltes A der grauen Figur, die durch die Kreisbögen $\overset{\frown}{FG}$, $\overset{\frown}{HK}$ und die Strecken [FH] und [GK] begrenzt wird, am Flächeninhalt des Trapezes ABCD. Es gilt: $\overline{FH} = \overline{GK} = 1\ \text{cm}$.

3 P

A 3.0 In einem Labor wird der Zerfall von Milchschaum untersucht.
Bei anfänglich 80 cm³ Milchschaum lässt sich der Zerfall dieses Milchschaums x Minuten nach Versuchsbeginn durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 80 \cdot 0{,}815^x$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$ annähernd beschreiben, wobei y cm³ das Volumen des verbleibenden Milchschaums darstellt.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle zur Berechnung des Volumens des verbleibenden Milchschaums. Runden Sie dabei auf ganze Kubikzentimeter und zeichnen Sie sodann den zugehörigen Graphen zu f in das Koordinatensystem ein.

x	0	1	2	3	5	8	12
$80 \cdot 0{,}815^x$							



2 P

A 3.2 Bestimmen Sie mit Hilfe des Graphen, nach welcher Zeit noch 35 cm³ des anfänglichen Milchschaumvolumens von 80 cm³ vorhanden sind.

Antwort: ____________________________________ 1 P

A 3.3 Berechnen Sie, wie viele Kubikzentimeter Milchschaum nach zehn Minuten aus den ursprünglich 80 cm³ zerfallen sind.

2 P

Abschlussprüfung 2014
an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Parabel p_1 verläuft durch die Punkte $P(-2|-2)$ und $Q(8|3)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 3$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{R}$ und $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
Die Parabel p_2 besitzt die Gleichung $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p_1 die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3$ besitzt. Zeichnen Sie sodann die Parabeln p_1 und p_2 für $x \in [-2; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 10$; $-3 \leqq y \leqq 8$. 4 P

B 1.2 Punkte $A_n\left(x \middle| -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3\right)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $C_n\left(x \middle| \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 2\right)$ auf der Parabel p_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten B_n und D_n für $x \in]-1{,}61; 8{,}28[$ Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_n.
Für die Länge der Diagonalen $[B_nD_n]$ gilt: $\overline{B_nD_n} = 5$ LE.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 1$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[A_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_nC_n}(x) = \left(-0{,}375x^2 + 2{,}5x + 5\right)$ LE. 1 P

B 1.4 Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ gibt es Rauten $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$, für die gilt: $\overline{A_3B_3} = \overline{A_4B_4} = 4$ LE.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A_3 und A_4.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 4 P

B 1.5 Unter den Diagonalen $[A_nC_n]$ hat die Diagonale $[A_0C_0]$ die maximale Länge. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[A_0C_0]$ und den zugehörigen Wert für x.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Raute $A_0B_0C_0D_0$.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. [Ergebnis: $\overline{A_0C_0} = 9{,}17$ LE] 3 P

B 1.6 Begründen Sie rechnerisch, dass für das Maß der Winkel $\sphericalangle A_nD_nM_n$ gilt:
$\sphericalangle A_nD_nM_n < 65°$. 3 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2014

an den Realschulen in Bayern

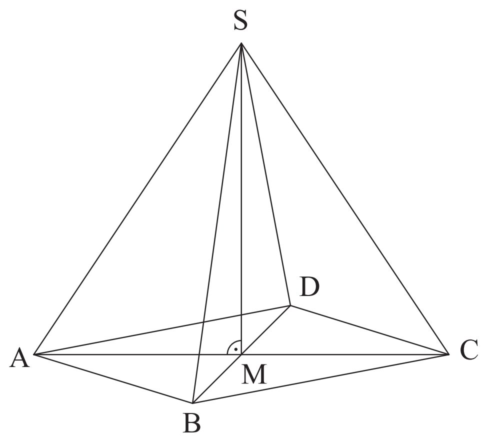
Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche die Raute ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist.
Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Punkt M.

Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{BD} = 8\text{ cm}$; $\overline{MS} = 9\text{ cm}$.



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Bestimmen Sie sodann rechnerisch die Länge der Strecke [AS] und das Maß α des Winkels CAS.
[Ergebnis: $\alpha = 56{,}31°$] 4 P

B 2.2 Für Punkte P_n auf der Strecke [AS] gilt: $\overline{AP_n}(x) = x\text{ cm}$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $0 < x \leqq 10{,}82$. Die Punkte P_n sind Spitzen von Pyramiden $ABDP_n$.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABDP_1$ und die dazugehörige Höhe $[H_1P_1]$ mit dem Höhenfußpunkt $H_1 \in [AM]$ für $x = 5$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MP_1]$ und das Volumen der Pyramide $ABDP_1$.
[Teilergebnisse: $\overline{MP_1} = 5{,}26\text{ cm}$; $\overline{H_1P_1} = 4{,}16\text{ cm}$] 4 P

B 2.3 Bestimmen Sie durch Rechnung den prozentualen Anteil des Volumens der Pyramide $ABDP_1$ am Volumen der Pyramide ABCDS. 2 P

B 2.4 Zeichnen Sie das Dreieck MCP_1 in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie sodann dessen Flächeninhalt. 3 P

B 2.5 Die Strecke $[MP_0]$ besitzt unter den Strecken $[MP_n]$ die minimale Länge.

Zeichnen Sie diese Strecke in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie deren Länge.

Begründen Sie sodann, dass es unter den Dreiecken BDP_n kein Dreieck mit einem Flächeninhalt von 18 cm^2 gibt. 4 P

Bitte wenden!

Abschlussprüfung 2014

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgaben A 1–3 **Haupttermin**

RAUMGEOMETRIE

A 1 $V_{\text{Schale}} = V_{\text{Zylinder}} + V_{\text{großer Kegel}} - V_{\text{kleiner Kegel}}$

$\tan 35° = \frac{\overline{LH}}{2\text{ dm}}$ $\qquad \overline{LH} = 1{,}4\text{ dm}$

$\overline{LG} = (1{,}4 - 0{,}6)\text{ dm}$ $\qquad \overline{LG} = 0{,}8\text{ dm}$

$\tan 35° = \frac{0{,}8\text{ dm}}{\overline{AG}}$ $\qquad \overline{AG} = 1{,}1\text{ dm}$

$V_{\text{Schale}} = \left(2^2 \cdot \pi \cdot 1{,}4 + \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \pi \cdot 1{,}4 - \frac{1}{3} \cdot 1{,}1^2 \cdot \pi \cdot 0{,}8\right)\text{dm}^3$ $\qquad V_{\text{Schale}} = 22{,}4\text{ dm}^3$

Die Schale kann den Inhalt eines 20-Liter-Sackes Erde fassen, denn es gilt:
$22{,}4\text{ dm}^3 = 22{,}4\,\ell$ und $22{,}4\,\ell > 20\,\ell$.

5 | L 3 K 1 K 2 K 5

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 $\overline{BD}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{CB}^2 - 2 \cdot \overline{DC} \cdot \overline{CB} \cdot \cos\sphericalangle DCB$ $\qquad \overline{BD} = 13{,}60\text{ cm}$

$\overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \cdot \overline{BC} \cdot \overline{BD} \cdot \cos\varepsilon$ $\qquad \varepsilon \in]0°; 50°[$

$\cos\varepsilon = \frac{7^2 + 13{,}60^2 - 8^2}{2 \cdot 7 \cdot 13{,}60}$ $\qquad \varepsilon = 26{,}79°$

$\frac{\sin\alpha}{\overline{BD}} = \frac{\sin\sphericalangle DBA}{\overline{AD}}$ $\qquad \alpha \in]0°; 90°[$

$\sphericalangle DBA = \sphericalangle CBA - \varepsilon$

$\sphericalangle CBA = 180° - \sphericalangle DCB$ $\qquad \sphericalangle CBA = 50°$

$\sphericalangle DBA = 23{,}21°$

$\frac{\sin\alpha}{13{,}60\text{ cm}} = \frac{\sin 23{,}21°}{6\text{ cm}}$ $\qquad \alpha = 63{,}29°$

5 | L 2 K 2 K 5

A 2.2 $\sin\varepsilon = \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}}$ $\qquad \overline{CE} = 7\text{ cm} \cdot \sin 26{,}79°$ $\qquad \overline{CE} = 3{,}16\text{ cm}$

1 | L 2 K 5

A 2.3 $A = \overline{CE}^2 \cdot \pi \cdot \frac{130°}{360°} - (\overline{CE} - \overline{FH})^2 \cdot \pi \cdot \frac{130°}{360°}$ $\qquad A = 6{,}04\text{ cm}^2$

$A_{ABCD} = [0{,}5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \sin 130° + 0{,}5 \cdot 6 \cdot 13{,}60 \cdot \sin(180° - (63{,}29° + 23{,}21°))]\text{ cm}^2$

$A_{ABCD} = 62{,}17\text{ cm}^2$

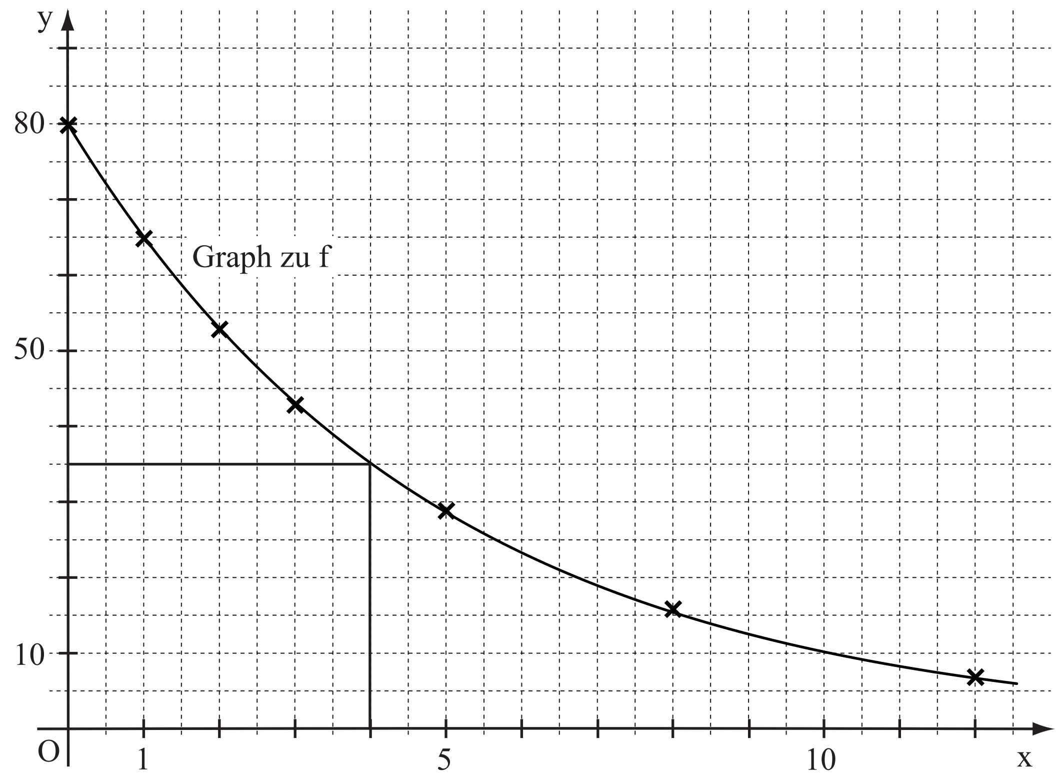
$\frac{6{,}04}{62{,}17} = 0{,}0972$

Der prozentuale Anteil liegt bei 9,72 %.

3 | L 2 K 2 K 5

A 3.1

x	0	1	2	3	5	8	12
$80 \cdot 0{,}815^x$	80	65	53	43	29	16	7



2 L 4 K 4 K 5

A 3.2 Im Rahmen der Ablesegenauigkeit: Nach 4 Minuten. 1 L 4 K 4

A 3.3 $y = 80 \cdot 0{,}815^{10}$ $y = 10$

Es sind 70 cm³ Milchschaum zerfallen. 2 L 4 K 2 K 3

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster
und Bewertung

Abschlussprüfung 2014
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

FUNKTIONEN

B 1.1 $P(-2\,|\,-2)$ und $Q(8\,|\,3) \in p_1$ $\qquad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\};\ b \in \mathbb{R}$

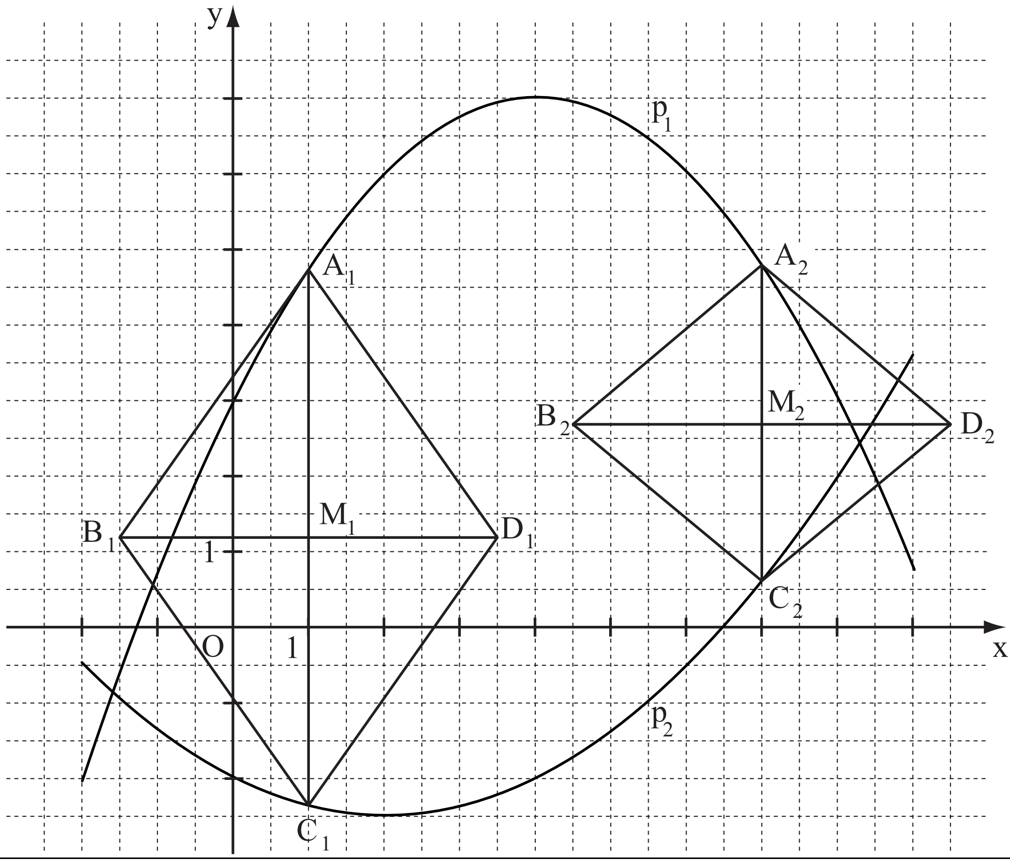
$$\begin{array}{|l} -2 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 3 \\ \wedge\ 3 = a \cdot 8^2 + b \cdot 8 + 3 \end{array}$$

…

$$\Leftrightarrow \quad \begin{array}{|l} a = -\dfrac{1}{4} \\ \wedge\ b = 2 \end{array}$$

$$p_1: y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3 \qquad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

L 4
K 5



4 L 4 K 4

B 1.2 Einzeichnen der Rauten $A_1B_1C_1D_1$ und $A_2B_2C_2D_2$ 2 L 3 K 4

B 1.3 $\overline{A_nC_n}(x) = \left[-\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3 - \left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 2\right)\right]$ LE $\qquad x \in \mathbb{R};\ x \in \,]-1{,}61;\ 8{,}28[$

$\overline{A_nC_n}(x) = \left[-0{,}375x^2 + 2{,}5x + 5\right]$ LE

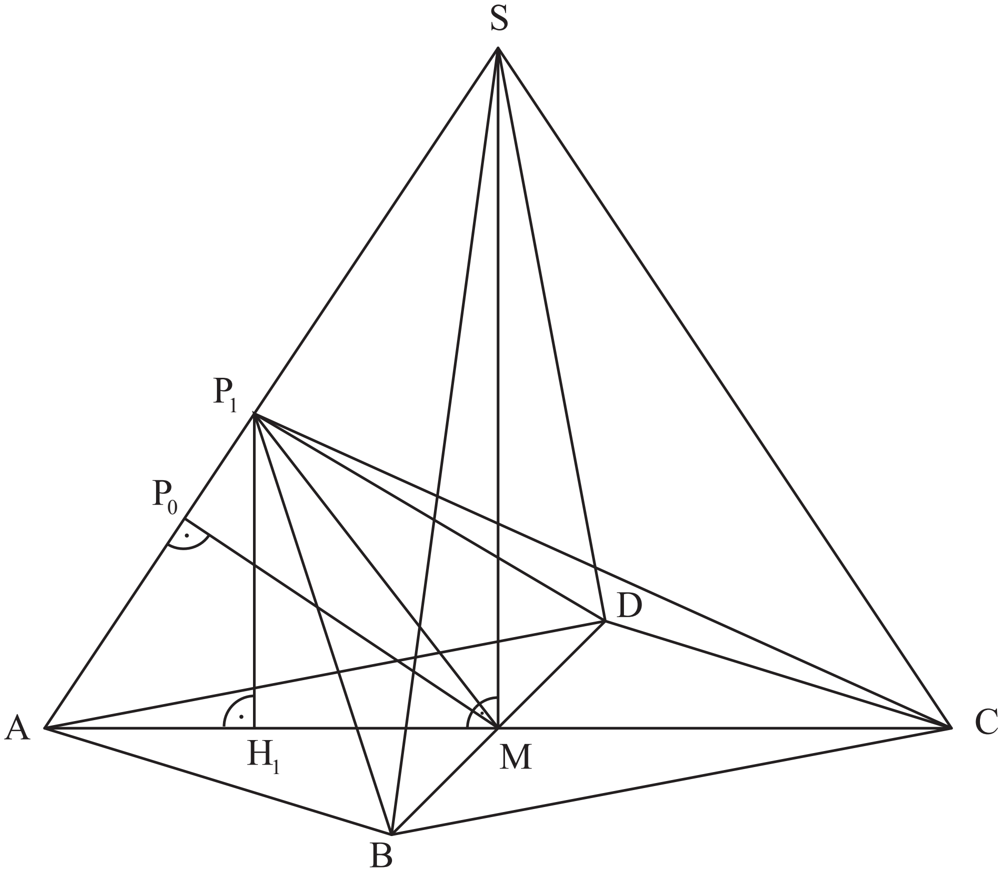
1 L 4 K 5

B 1.4	$\overline{A_3M_3} = \overline{A_4M_4}$ $\overline{A_3M_3} = \sqrt{4^2 - 2{,}5^2}$ LE $\qquad \overline{A_3M_3} = 3{,}12$ LE $\Rightarrow \overline{A_3C_3} = \overline{A_4C_4} = 2 \cdot \overline{A_3M_3} \qquad \overline{A_3C_3} = 6{,}24$ LE $6{,}24 = -0{,}375x^2 + 2{,}5x + 5$ $x \in \mathbb{R};\ x \in]-1{,}61;\ 8{,}28[$ … $\Leftrightarrow \quad x = 0{,}54 \ \vee\ x = 6{,}13 \qquad \mathbb{L} = \{0{,}54;\ 6{,}13\}$ $A_3(0{,}54 \mid 4{,}01);\ A_4(6{,}13 \mid 5{,}87)$	4	L 4 K 2
B 1.5	$\overline{A_0C_0} = 9{,}17$ LE für $x = 3{,}33$ $A_{A_0B_0C_0D_0} = \frac{1}{2} \cdot 9{,}17 \cdot 5$ FE $\qquad A_{A_0B_0C_0D_0} = 22{,}93$ FE	3	L 4 K 5
B 1.6	Der Winkel $\sphericalangle A_nD_nM_n$ hat sein größtes Maß, wenn die Diagonale $[A_nC_n]$ ihre maximale Länge erreicht. Für $x = 3{,}33$ gilt: $\overline{A_0C_0} = 9{,}17$ LE $\overline{A_0M_0} = 4{,}59$ LE $\tan \sphericalangle A_0D_0M_0 = \frac{4{,}59}{2{,}5} \qquad \sphericalangle A_0D_0M_0 = 61{,}42°$ Das größtmögliche Maß der Winkel $\sphericalangle A_nD_nM_n$ beträgt 61,42°, somit sind die Winkelmaße $\sphericalangle A_nD_nM_n$ stets kleiner als 65°.	3	L 3 K 1 K 2
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

RAUMGEOMETRIE

B 2.1 Zeichnen des Schrägbilds der Pyramide ABCDS



$\overline{AS} = \sqrt{(0{,}5 \cdot 12)^2 + 9^2}$ cm $\qquad \overline{AS} = 10{,}82$ cm

$\tan\alpha = \dfrac{9}{0{,}5 \cdot 12}$ $\qquad \alpha = 56{,}31°$

4 P — L3 K4; L 2 K 5

B 2.2 Einzeichnen der Pyramide $ABDP_1$ und der zugehörigen Höhe $[H_1P_1]$

$\overline{MP_1} = \sqrt{6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos 56{,}31°}$ cm $\qquad \overline{MP_1} = 5{,}26$ cm

$V_{ABDP_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{AM} \cdot \overline{H_1P_1}$ cm^3

$\sin 56{,}31° = \dfrac{\overline{H_1P_1}}{5\text{ cm}}$ $\qquad \overline{H_1P_1} = 4{,}16$ cm

$V_{ABDP_1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4{,}16$ cm^3 $\qquad V_{ABDP_1} = 33{,}28$ cm^3

4 P — L 3 K 4; L 3 K 2 K 5

B 2.3 $V_{ABCDS} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 \cdot 9$ cm^3 $\qquad V_{ABCDS} = 144$ cm^3

$\dfrac{33{,}28}{144} = 0{,}2311$

Der Anteil beträgt 23,11 %.

2 P — L 2 K 5

B 2.4 Einzeichnen des Dreiecks MCP_1. $A_{MCP_1} = \frac{1}{2} \cdot \overline{MP_1} \cdot \overline{MC} \cdot \sin \sphericalangle CMP_1$ $\sin \sphericalangle P_1MA = \frac{4{,}16}{5{,}26}$ $\quad$ $\sphericalangle P_1MA = 52{,}27°$ $\sphericalangle CMP_1 = 180° - 52{,}27°$ $\quad$ $\sphericalangle CMP_1 = 127{,}73°$ $A_{MCP_1} = \frac{1}{2} \cdot 5{,}26 \cdot 6 \cdot \sin 127{,}73° \text{ cm}^2$ $\quad$ $A_{MCP_1} = 12{,}48 \text{ cm}^2$	3 P	L 3 K 4 L 2 K 5
B 2.5 Einzeichnen der Strecke $[MP_0]$ $\sin 56{,}31° = \frac{\overline{MP_0}}{6 \text{ cm}}$ $\quad$ $\overline{MP_0} = 4{,}99 \text{ cm}$ $A_{min} = \frac{1}{2} \cdot 4{,}99 \cdot 8 \text{ cm}^2$ $\quad$ $A_{min} = 19{,}96 \text{ cm}^2$ Da der minimale Flächeninhalt $19{,}96 \text{ cm}^2$ beträgt, gibt es kein Dreieck BDP_n mit einem Flächeninhalt von 18 cm^2.	4 P	L 3 K 4 L 3 K 1 K 2
	17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Abschlussprüfung 2014

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

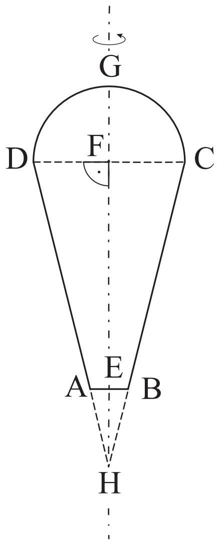
Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ______________ Platzziffer: ______________ Punkte: ______________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Angler verwenden sogenannte „Schwimmer“, die an der Angelschnur befestigt sind.

Die nebenstehende Skizze dient als Vorlage für einen solchen Schwimmer. Sie zeigt den Axialschnitt eines Rotationskörpers, der durch die Strecken [DA], [AB], [BC] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{CD}$ mit dem Radius r begrenzt wird. HG ist die Rotationsachse.



Es gilt:

$\overline{CD} = 4{,}0\text{ cm}$; $\overline{EF} = 6{,}0\text{ cm}$; $\overline{AB} = 1{,}0\text{ cm}$; $r = \overline{FC} = \overline{FD}$; $[AB] \parallel [CD]$.

A 1.1 Berechnen Sie das Volumen V des Schwimmers.
Runden Sie dabei auf eine Stelle nach dem Komma. [Teilergebnis: $\overline{EH} = 2{,}0\text{ cm}$]

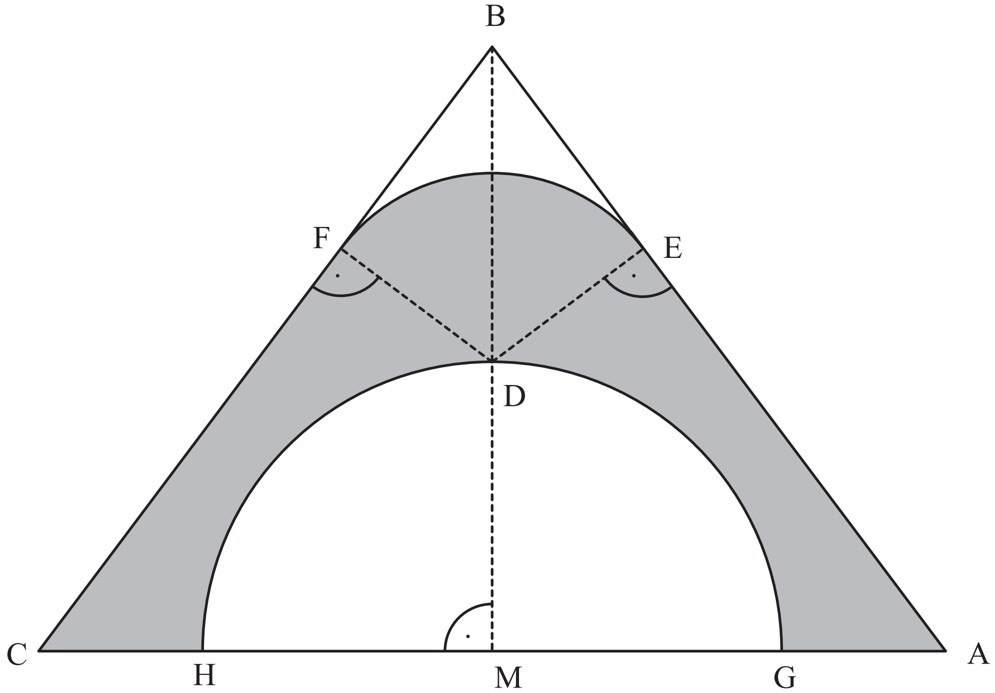
4 P

A 1.2 Bei diesem Schwimmer hat 1 cm^3 eine durchschnittliche Masse von 0,530 g.
Bestimmen Sie rechnerisch die Masse dieses Schwimmers.

1 P

A 2.0 Die Zeichnung zeigt den Plan eines Blumenbeets in der Form eines gleichschenkligen Dreiecks ABC mit der Basis [AC] und der Höhe [BM] im Maßstab 1:100.
Es gilt: $\overline{AC} = 12{,}00\ \text{m}$; $\overline{BM} = 8{,}00\ \text{m}$; $\overline{DE} = \overline{DF} = 2{,}50\ \text{m}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Maß γ des Winkels ACB.
[Ergebnis: γ = 53,13°]

1 P

A 2.2 Berechnen Sie den Radius $r = \overline{MD}$ und die Bogenlänge b des Halbkreises $\overset{\frown}{GH}$.
[Ergebnis: $\overline{MD} = 3{,}83\ \text{m}$]

3 P

A 2.3 Die Fläche des Blumenbeetes, die in der Zeichnung von [FC], [CH], $\overset{\frown}{GH}$, [GA], [AE] und $\overset{\frown}{EF}$ begrenzt wird (graue Fläche), soll mit Rosenstöcken bepflanzt werden. Eine beauftragte Gärtnerei plant für die Bepflanzung fünf Rosenstöcke je Quadratmeter.

Berechnen Sie die Anzahl der Rosenstöcke, die hierfür benötigt werden.

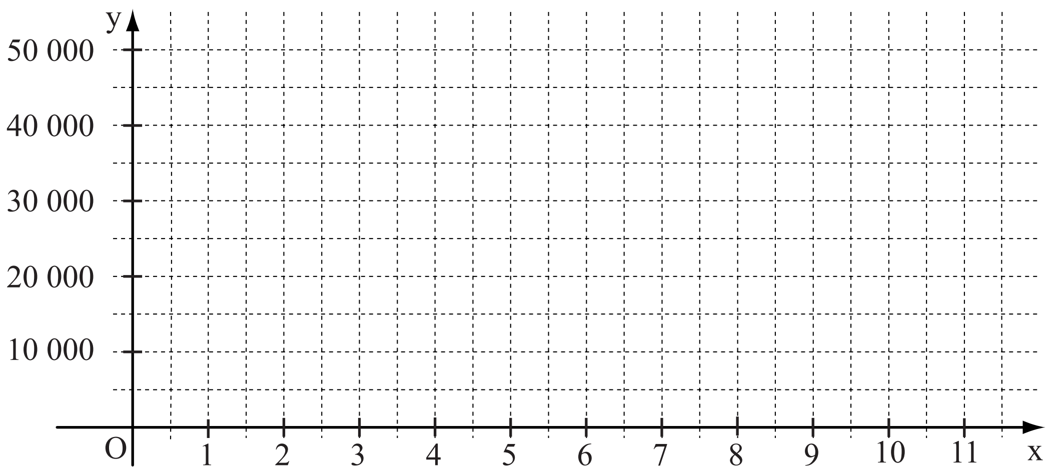
5 P

A 3.0 Herr Merad kaufte sich am 1. April 2014 ein gebrauchtes Wohnmobil zum Preis von 36 000 EUR. Ein Gutachter erklärt ihm, wie sich der Restwert des Fahrzeuges pro Jahr ermitteln lässt.

Den Restwert y Euro nach x Jahren berechnet er näherungsweise mit der Funktion f mit der Gleichung $y = 36000 \cdot 0{,}91^{x}$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Tausender gerundet. Zeichnen Sie sodann den zugehörigen Graphen zu f in das Koordinatensystem ein.

x	0	1	2	3	5	7	9	11
y								



2 P

A 3.2 Geben Sie mit Hilfe des Graphen zu f an, nach wie vielen Jahren der Restwert erstmals 17 000 EUR unterschreitet.

Nach _____ Jahren

1 P

A 3.3 Berechnen Sie auf Tausender gerundet, wie hoch der gesamte Wertverlust des Wohnmobils vom 1. April 2014 bis zum 1. April 2027 sein wird.

2 P

Abschlussprüfung 2014

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Punkte $P(-5\,|-3{,}4)$ und $Q(2\,|-0{,}6)$ liegen auf der Parabel p mit einer Gleichung der Form $y=-0{,}4x^2+bx+c$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ und $b,c\in\mathbb{R}$.
Die Gerade g hat die Gleichung $y=0{,}2x+6$ mit $\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für b und c, dass die Parabel p die Gleichung $y=-0{,}4x^2-0{,}8x+2{,}6$ hat.
Zeichnen Sie sodann die Parabel p für $x\in[-5;3]$ sowie die Gerade g in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6\leqq x\leqq 6$; $-4\leqq y\leqq 8$ 4 P

B 1.2 Punkte $B_n(x\,|-0{,}4x^2-0{,}8x+2{,}6)$ auf der Parabel p und Punkte $D_n(x\,|\,0{,}2x+6)$ auf der Geraden g haben dieselbe Abszisse x mit $x\in\,]-5;3[$ und sind zusammen mit den Punkten $A(-5\,|\,5)\in g$ und $C(3\,|\,2)$ die Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n.
Zeichnen Sie das Viereck AB_1CD_1 für $x=-2$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 1 P

B 1.3 Bestätigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Vierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt:
$A(x)=(1{,}6x^2+4x+13{,}6)$ FE. 4 P

B 1.4 Unter den Vierecken AB_nCD_n besitzt das Viereck AB_0CD_0 den minimalen Flächeninhalt.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks AB_0CD_0 und den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 1.5 Die Vierecke AB_2CD_2 und AB_3CD_3 sind Trapeze mit $AD_2\parallel B_2C$ beziehungsweise $AD_3\parallel B_3C$.
Zeichnen Sie die Trapeze AB_2CD_2 und AB_3CD_3 in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.6 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte B_2 und B_3. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.
[Teilergebnis: B_2C: $y=0{,}2x+1{,}4$] 4 P

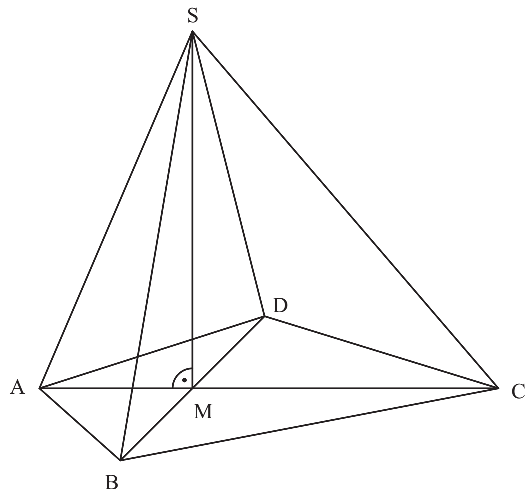
Abschlussprüfung 2014
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC und dem Diagonalenschnittpunkt M ist.
Die Spitze S der Pyramide liegt senkrecht über M.
Es gilt: $\overline{AC} = 9\,\text{cm}$; $\overline{AM} = 3\,\text{cm}$; $\overline{BD} = 8\,\text{cm}$ und $\overline{MS} = 7\,\text{cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [CS] und das Maß γ des Winkels SCA. [Ergebnisse: $\overline{CS} = 9{,}22\,\text{cm}$; $\gamma = 49{,}40°$] 4 P

B 2.2 Punkte $P_n \in [CS]$ sind zusammen mit den Punkten M und C Eckpunkte von Dreiecken MCP_n. Es gilt: $\overline{CP_n}(x) = x\,\text{cm}$ mit $0 < x < 9{,}22$; $x \in \mathbb{R}^+$.
Zeichnen Sie für x = 6 das Dreieck MCP_1 in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MP_1]$. 2 P

B 2.3 Das Dreieck MCP_2 ist rechtwinklig mit der Hypotenuse [MC]. Ermitteln Sie durch Rechnung, für welchen Wert von x man das Dreieck MCP_2 erhält. 1 P

B 2.4 Im Dreieck MCP_3 hat der Winkel MP_3C das Maß 100°.
Zeichnen Sie das Dreieck MCP_3 in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[CP_3]$ und den Flächeninhalt des Dreiecks MCP_3. [Ergebnis: $\overline{CP_3} = 3{,}10\,\text{cm}$] 3 P

B 2.5 Für Punkte Q_n gilt: $Q_n \in [MC]$ und $[P_nQ_n] \perp [MC]$. Die Dreiecke BQ_nD sind die Grundflächen von Pyramiden BQ_nDP_n mit den Spitzen P_n.
Zeichnen Sie die Pyramide BQ_1DP_1 in das Schrägbild zu B 2.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für das Volumen V der Pyramiden BQ_nDP_n in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = \left(-0{,}66x^2 + 6{,}08x\right)\text{cm}^3$.
[Teilergebnis: $\overline{P_nQ_n}(x) = 0{,}76 \cdot x\,\text{cm}$] 5 P

B 2.6 Begründen Sie durch Rechnung, dass es unter den Pyramiden BQ_nDP_n keine mit einem Volumen von 15 cm³ gibt. 2 P

Bitte wenden!

Lösungsmuster und Bewertung

Abschlussprüfung 2014
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgaben A 1–3 **Nachtermin**

RAUMGEOMETRIE

A 1.1 $V=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{\overline{CD}}{2}\right)^2\cdot\overline{FH}\cdot\pi-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2\cdot\overline{EH}\cdot\pi+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\left(\frac{\overline{CD}}{2}\right)^3\cdot\pi$

$\frac{\overline{EH}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{EH}+\overline{EF}}{\overline{CD}}$ $\qquad$ $\frac{\overline{EH}}{1{,}0\text{ cm}}=\frac{\overline{EH}+6{,}0\text{ cm}}{4{,}0\text{ cm}}$ $\qquad$ $\overline{EH}=2{,}0\text{ cm}$

$V=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{4{,}0\text{ cm}}{2}\right)^2\cdot 8{,}0\text{ cm}\cdot\pi-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1{,}0\text{ cm}}{2}\right)^2\cdot 2{,}0\text{ cm}\cdot\pi+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\left(\frac{4{,}0\text{ cm}}{2}\right)^3\cdot\pi$

$V=49{,}7\text{ cm}^3$

4 — L 3, K 2, K 5

A 1.2 $m=49{,}7\cdot 0{,}530\text{ g}$ $\qquad$ $m=26{,}3\text{ g}$

1 — L 2, K 5

EBENE GEOMETRIE

A 2.1 $\tan\gamma=\frac{8{,}00}{6{,}00}$ $\qquad$ $\gamma=53{,}13°$

1 — L 2, K 5

A 2.2 $\overline{MD}=\overline{BM}-\overline{BD}$

$\sin(90°-\gamma)=\frac{\overline{DF}}{\overline{BD}}$ $\qquad$ $\overline{BD}=\frac{2{,}50\text{ m}}{\sin 36{,}87°}$ $\qquad$ $\overline{BD}=4{,}17\text{ m}$

$\overline{MD}=3{,}83\text{ m}$

$b=0{,}5\cdot 2\cdot 3{,}83\cdot\pi\text{ m}$ $\qquad$ $b=12{,}03\text{ m}$

3 — L 3, K 2, K 5

A 2.3 $A=A_{\Delta ABC}-A_{Halbkreis}-2\cdot\left(A_{\Delta DBF}-A_{Sektor}\right)$

$A_{\Delta ABC}=0{,}5\cdot 12{,}00\cdot 8{,}00\text{ m}^2$ $\qquad$ $A_{\Delta ABC}=48{,}00\text{ m}^2$

$A_{Halbkreis}=0{,}5\cdot 3{,}83^2\cdot\pi\text{ m}^2$ $\qquad$ $A_{Halbkr.}=23{,}04\text{ m}^2$

$\sphericalangle BDF=90°-(90°-\gamma)$ $\qquad$ $\sphericalangle BDF=53{,}13°$

$A_{\Delta DBF}=0{,}5\cdot 2{,}50\cdot(8{,}00-3{,}83)\cdot\sin 53{,}13°\text{ m}^2$ $\qquad$ $A_{\Delta DBF}=4{,}17\text{ m}^2$

$A_{Sektor}=2{,}50^2\cdot\pi\cdot\frac{53{,}13°}{360°}\text{ m}^2$ $\qquad$ $A_{Sektor}=2{,}90\text{ m}^2$

$A=22{,}42\text{ m}^2$

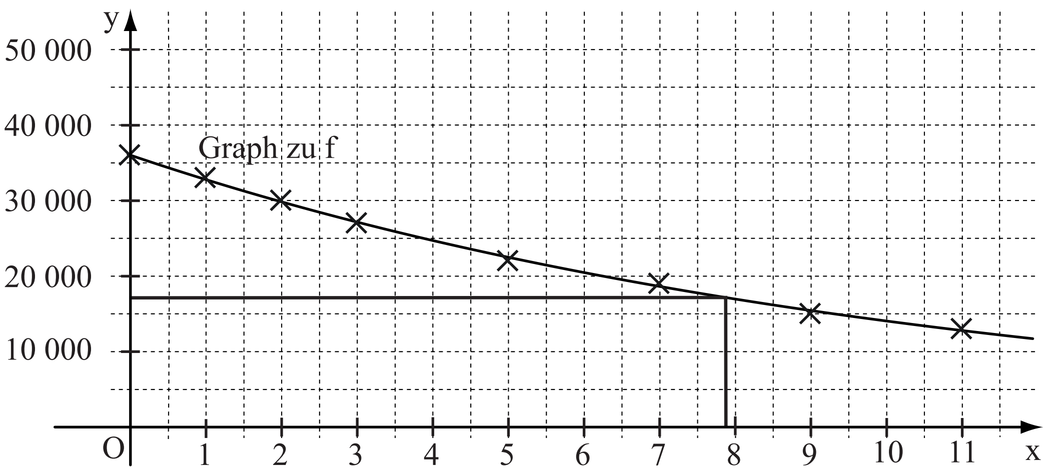
$22{,}42\text{ m}^2\cdot\frac{5}{\text{m}^2}=112{,}1$

Es werden 112 (113) Rosenstöcke für die Beetfläche benötigt.

5 — L 2, K 3, K 5

A 3.1

x	0	1	2	3	5	7	9	11
y	36 000	33 000	30 000	27 000	22 000	19 000	15 000	13 000



2 | L 4 K 4

A 3.2 Im Rahmen der Ablesegenauigkeit: Nach ca. 8 Jahren

1 | L 4 K 4

A 3.3 $y = 36000 \cdot 0{,}91^{13}$ $\qquad$ $y = 11000$

Vom 1. April 2014 bis zum 1. April 2027 beträgt der Wertverlust 25 000 EUR.

2 | L 4 K 5

19

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

Lösungsmuster
und Bewertung

Abschlussprüfung 2014
an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

FUNKTIONEN

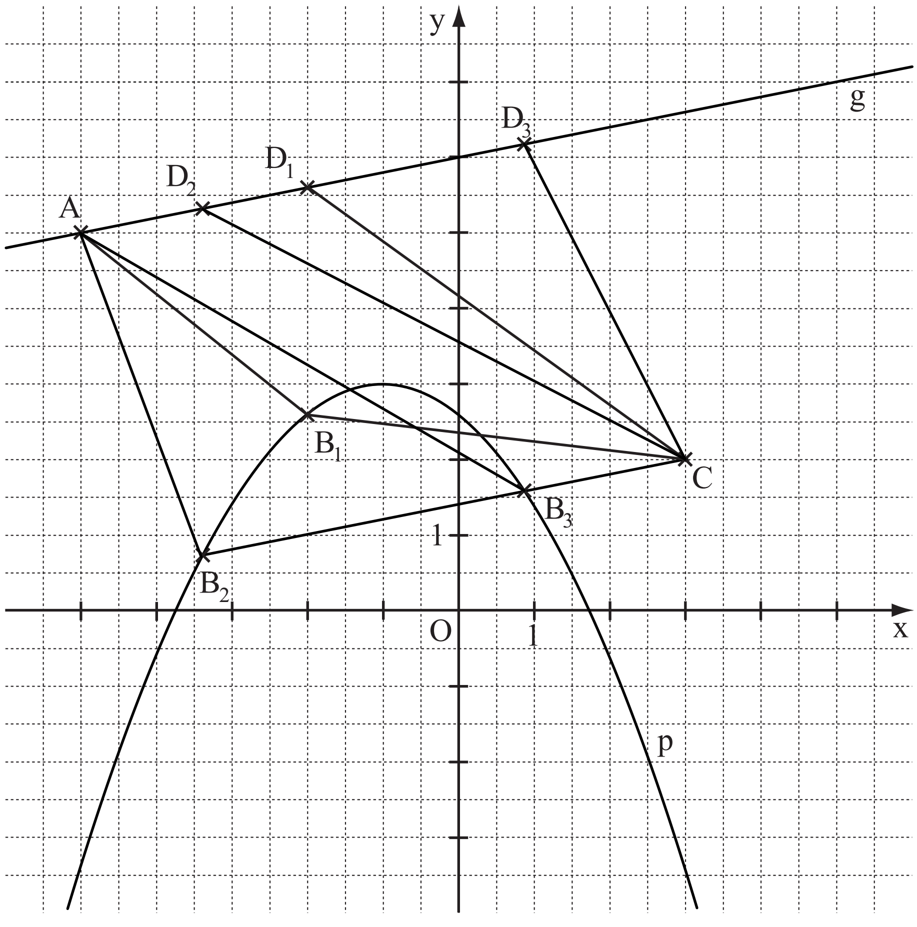
B 1.1 $P(-5\,|-3{,}4)$ und $Q(2\,|-0{,}6) \in p$ $\quad$ $b, c \in \mathbb{R}$ $\quad$ L 4 K 5

$$\begin{vmatrix} -3{,}4 = -0{,}4 \cdot (-5)^2 + b \cdot (-5) + c \\ \wedge\ -0{,}6 = -0{,}4 \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \end{vmatrix}$$

…

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} b = -0{,}8 \\ \wedge\ c = 2{,}6 \end{vmatrix}$$

$p: y = -0{,}4x^2 - 0{,}8x + 2{,}6$ $\quad$ $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

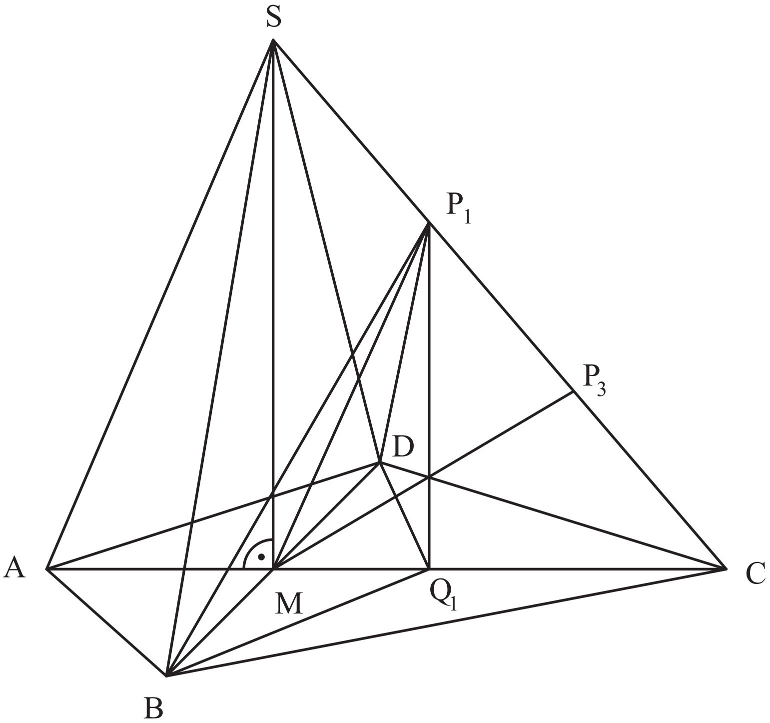


4 $\quad$ L 4 K 4

B 1.2 Einzeichnen des Vierecks AB_1CD_1 $\quad$ 1 $\quad$ L 3 K 4

B 1.3	$A = A_{\Delta AB_nC} + A_{\Delta ACD_n}$ $\overrightarrow{AB_n}(x) = \begin{pmatrix} x+5 \\ -0{,}4x^2 - 0{,}8x - 2{,}4 \end{pmatrix}$ $\quad \overrightarrow{AD_n}(x) = \begin{pmatrix} x+5 \\ 0{,}2x+1 \end{pmatrix}$ $\quad x \in \mathbb{R};\ x \in]-5; 3[$ $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$ $A(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{vmatrix} x+5 & 8 \\ -0{,}4x^2 - 0{,}8x - 2{,}4 & -3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8 & x+5 \\ -3 & 0{,}2x+1 \end{vmatrix} \right) \text{FE}$ … $A(x) = (1{,}6x^2 + 4x + 13{,}6)$ FE	4	L 4 K 2 K 5
B 1.4	$A(x) = \left(1{,}6x^2 + 4x + 13{,}6\right)$ FE $\quad x \in \mathbb{R};\ x \in]-5; 3[$ … $A_{min} = 11{,}1$ FE für $x = -1{,}25$	2	L 4 K 5
B 1.5	Einzeichnen der Trapeze AB_2CD_2 und AB_3CD_3	2	L 4 K 4
B 1.6	$g \parallel B_2C,\ B_2C = B_3C$ $B_2C: y = 0{,}2 \cdot (x-3) + 2$ $\quad B_2C:\ y = 0{,}2x + 1{,}4$ $\quad \mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $B_2C \cap p = \{B_2; B_3\}$ $0{,}2x + 1{,}4 = -0{,}4x^2 - 0{,}8x + 2{,}6$ $\quad x \in \mathbb{R};\ x \in]-5; 3[$ $\Leftrightarrow \quad 0{,}4x^2 + x - 1{,}2 = 0$ ... $\Leftrightarrow \quad x = -3{,}39 \lor x = 0{,}89$ $\quad \mathbb{L} = \{-3{,}39; 0{,}89\}$ $B_2(-3{,}39 \mid 0{,}72);\ B_3(0{,}89 \mid 1{,}57)$	4	L 4 K 2 K 5
		17	

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.

RAUMGEOMETRIE		
B 2.1 Zeichnen des Schrägbilds der Pyramide ABCDS		L3 K4
		
$\overline{CM} = \overline{AC} - \overline{AM}$ $\overline{CM} = 6\text{ cm}$		
$\overline{CS} = \sqrt{6^2 + 7^2}\text{ cm}$ $\overline{CS} = 9{,}22\text{ cm}$		
$\tan\sphericalangle SCA = \frac{7}{6}$ $\sphericalangle SCA = 49{,}40°$ $\sphericalangle SCA \in]0°; 90°[$	4 P	L 2 K 5
B 2.2 Einzeichnen des Dreiecks MCP_1		L 3 K 4
$\overline{MP_1}^2 = \overline{CP_1}^2 + \overline{CM}^2 - 2 \cdot \overline{CP_1} \cdot \overline{CM} \cdot \cos\sphericalangle SCA$		
$\overline{MP_1} = \sqrt{6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos 49{,}40°}\text{ cm}$ $\overline{MP_1} = 5{,}01\text{ cm}$	2 P	L 2 K 5
B 2.3 $\cos 49{,}40° = \frac{x\text{ cm}}{6\text{ cm}}$ $0 < x < 9{,}22;\ x \in \mathbb{R}^+$		
$x = 3{,}90$	1 P	L 2 K 5
B 2.4 Einzeichnen des Dreiecks MCB_3		L 3 K 4
$\frac{\overline{CP_3}}{\sin\sphericalangle CMP_3} = \frac{6\text{ cm}}{\sin 100°}$		
$\sphericalangle CMP_3 = 180° - 100° - 49{,}40°$ $\sphericalangle CMP_3 = 30{,}60°$		
$\overline{CP_3} = 3{,}10\text{ cm}$		
$A_{MCP_3} = \frac{1}{2} \cdot 3{,}10 \cdot 6 \cdot \sin 49{,}40°\text{ cm}^2$ $A_{MCP_3} = 7{,}06\text{ cm}^2$	3 P	L 3 K 2

B 2.5 Einzeichnen der Pyramide AQ_1DP_1

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \overline{BD} \cdot \overline{MQ_n} \cdot \overline{P_nQ_n}$$

$0 < x < 9{,}22;\ x \in \mathbb{R}^+$

$$\sin \sphericalangle SCA = \frac{\overline{P_nQ_n}}{\overline{CP_n}} \qquad \overline{P_nQ_n}(x) = 0{,}76 \cdot x \text{ cm}$$

$$\overline{MQ_n} = \overline{MC} - \overline{Q_nC}$$

$$\frac{\overline{MC}}{\overline{Q_nC}} = \frac{\overline{MS}}{\overline{P_nQ_n}} \qquad \overline{Q_nC}(x) = 0{,}65 \cdot x \text{ cm}$$

$$\overline{MQ_n}(x) = (6 - 0{,}65 \cdot x) \text{ cm}$$

$$V(x) = \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (6 - 0{,}65 \cdot x) \cdot 0{,}76 \cdot x\right) \text{cm}^3$$

…

$$V(x) = \left(-0{,}66x^2 + 6{,}08x\right) \text{cm}^3$$

5 P — L 3, K 4; L 4, K 2, K 5

B 2.6 $V(x) = \left(-0{,}66x^2 + 6{,}08x\right) \text{cm}^3$ $\qquad 0 < x < 9{,}22;\ x \in \mathbb{R}^+$

…

$V_{max} = 14{,}00 \text{ cm}^3$ für $x = 4{,}61$

Da das maximale Volumen $14{,}00 \text{ cm}^3$ beträgt, kann es unter den Pyramiden BQ_nDP_n keine mit dem Volumen 15 cm^3 geben.

2 P — L 4, K 1, K 2

17

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der grafikfähige Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.
Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.