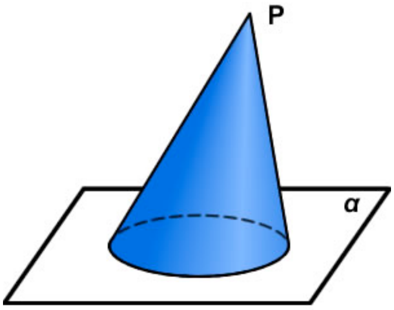
CONE

DEFINIÇÃO:

Considere um círculo contido num plano e um ponto **P** fora desse plano. Chama-se cone a reunião de todos os segmentos que têm uma extremidade em **P** e a outra num ponto qualquer do círculo.

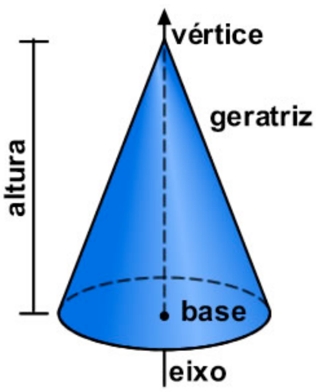


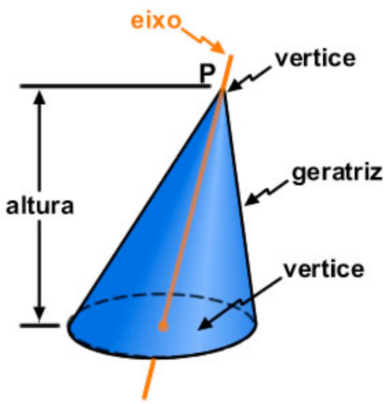
ELEMENTOS DO CONE:

BASE: é o círculo de centro O e raio R

GERATRIZES: são os segmentos com uma extremidade no ponto **P** e a outra nos pontos da circunferência da base.

ALTURA: é a distância entre o vértice **P** e o plano da base.





SECÇÕES DO CONE:

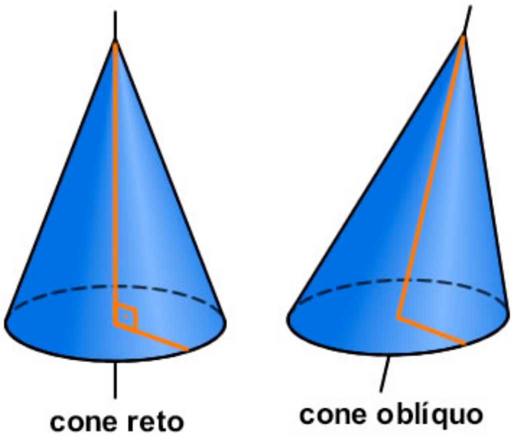
Secção Transversal: é a intersecção (não vazia) de um cilindro com qualquer plano paralelo às bases.

Secção Meridiana: é a intersecção de um cone com qualquer plano que contém seu eixo.

CLASSIFICAÇÃO DOS CONES:

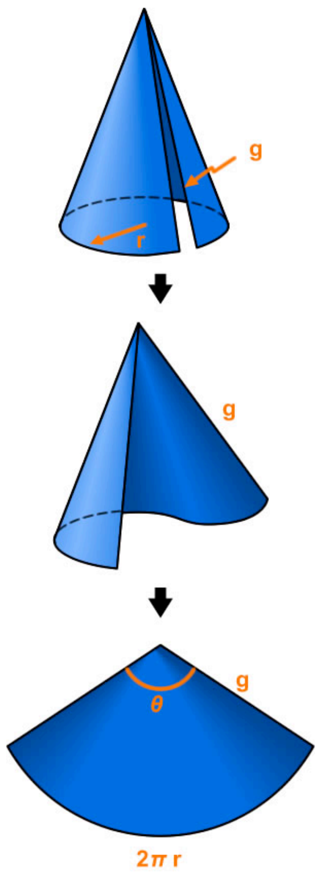
Cone reto: quando o eixo é perpendicular aos planos das bases.

Cone oblíquo: quando o eixo é oblíquo aos planos das bases.

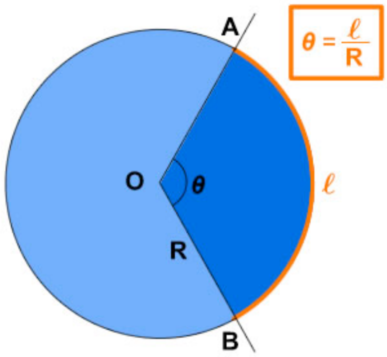


ÁREA LATERAL E ÁREA TOTAL:

Superfície Lateral de um cone circular reto ou cone de revolução de raio da base **r** e geratriz G é equivalente a um setor circular de raio **g** e comprimento do arco $l = \mathbf{2\pi r}$ (comprimento da circunferência da base do cone). A área deste setor é a área lateral do cone.



Lembrando que o ângulo central $\theta = \frac{l}{r} = \frac{2\pi r}{g}$

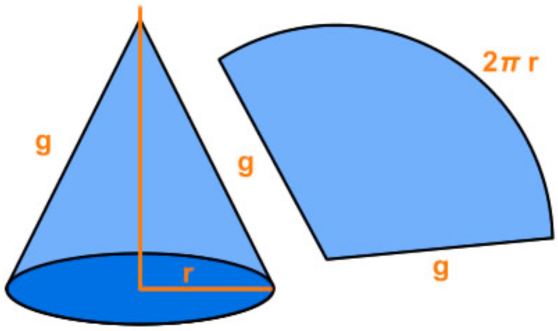


Portanto a área do setor circular $A_L = \theta . \frac{r^2}{2} = \frac{2\pi r}{g} . \frac{g^2}{2} \theta . \frac{r}{} \rightarrow$ **$A_L = \pi r g$**

Superfície Total é a superfície lateral acrescida da superfície da base. A área da superfície total é chamada de área total.

$A_T = A_L + A_{BASE}$
Como $A_{BASE} = \pi r^2$ temos $A_T = \pi r g + \pi r^2$
Logo:

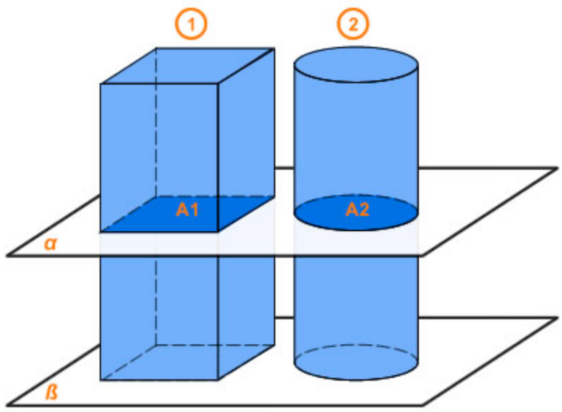
$A_T = \pi r(g + r)$



PRINCÍPIO OU POSTULADO DE CAVALIERI (Francesco Cavalieri, 1598 – 1647):

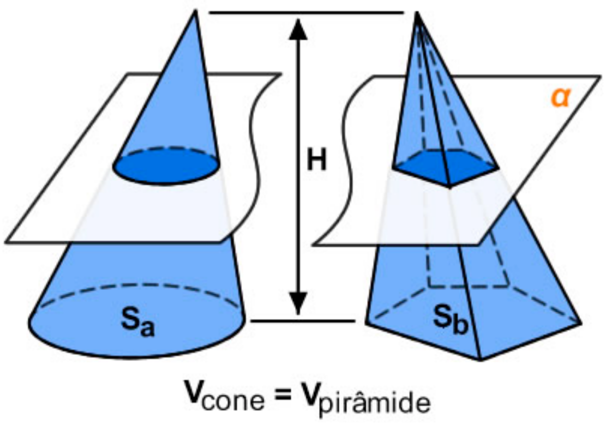
Dois sólidos, nos quais todo plano secante, paralelo a um dado plano, determina superfícies de áreas iguais (superfícies equivalentes), são sólidos de volumes iguais (sólidos equivalentes). Ou seja, dois sólidos com a mesma altura, têm o mesmo volume se as seções planas de igual altura tem a mesma área.

No desenho abaixo, sendo os planos α e β paralelos, e as áreas A1 e A2 iguais, então o prisma e o cilindro têm o mesmo volume.



VOLUME DO CONE

Utilizando o Princípio de Cavalieri, verificamos que um cone e uma pirâmide, cujas alturas são iguais e cujas bases têm áreas iguais, têm volumes iguais.



Consideremos um cone de altura H e área da base=S_B, temos então:

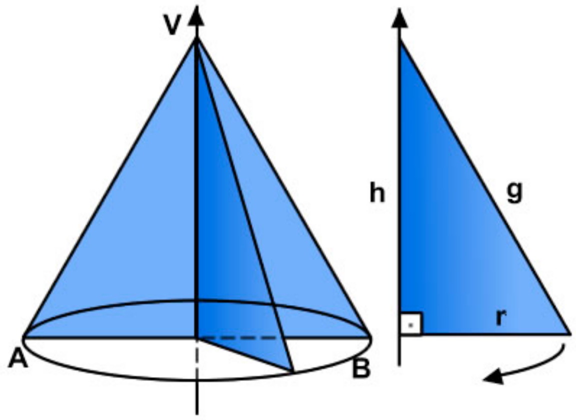
$V_{CONE} = \frac{1}{3}.S_{B.}.H$

Sabemos que a base do cone é um círculo de raio r, logo $S_B = \pi r^2$

$V_{CONE} = \frac{1}{3}\pi r^2 H$

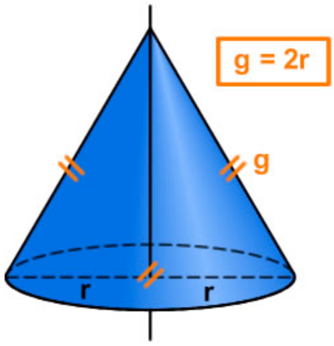
OBSERVAÇÕES:

CONE DE REVOLUÇÃO: é o cone gerado pela rotação de um triângulo retângulo em torno de um eixo que contém um de seus catetos.



CONE EQUILÁTERO

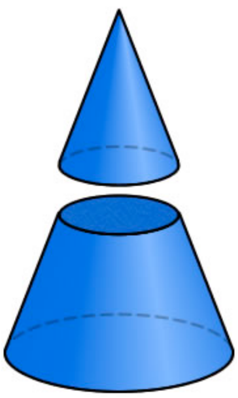
O cone equilátero tem como secção meridiana um triângulo eqüilátero.



cone equilátero

TRONCO DO CONE

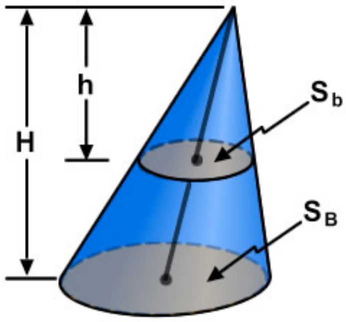
Quando um plano paralelo à base secciona um cone, obtemos um novo cone com altura menor que o original e um tronco de cone.



PROPRIEDADE DAS SECÇÕES TRANSVERSAIS EM CONES:

Seja r o raio de uma secção transversal a uma distância h do vértice de um cone de raio r e altura h, conforme indica a figura:

S_B: área da base maior
S_b: área da base menor
H: altura do cone maior
h: altura do cone menor
V_B: Volume do cone maior
V_b: Volume do cone menor



$$\boxed{\frac{S_b}{S_B} = \frac{h^2}{H^2}}$$

Podemos estabelecer as seguintes propriedades:

Propriedade 1	$\frac{r}{R} = \frac{h}{H}$
Propriedade 2	$\frac{S_b}{S_B} = \frac{h^2}{H^2}$
Propriedade 3	$\frac{V_b}{V_B} = \frac{h^3}{H^3}$