Problemas sobre introducción a las integrales indefinidas

CURSO	**TEMA**	**WWW.DANIPARTAL.NET**
1ºBach CCSS	Derivadas	Colegio Marista "La Inmaculada" de Granada

PROBLEMA 1

Halla la primitiva de $f(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$ que pase por el punto (0, 1).

Recordamos la derivada de la función inversa $\rightarrow \frac{d}{dx}[\frac{1}{f(x)}] = \frac{-f\prime(x)}{f^2(x)}$

Por lo tanto:

$$\int \frac{3}{(x+1)^2} dx = \frac{-3}{x+1} + C$$

Elegimos la primitiva $F(x)$ que pase por el punto $(0,1)$. Es decir:

$$F(0) = 1 \rightarrow \frac{-3}{0+1} + C = 1 \rightarrow C = 4 \rightarrow F(x) = \frac{-3}{x+1} + 4$$

PROBLEMA 2

Determina la función $F(x)$ sabiendo que $F''(x) = 12x + 3$ y que $F(1) = 2$ y que $F'(0) = 3$.

Nos dan la segunda derivada de una función. Por lo tanto, debemos integrar dos veces.

$$F'(x) = \int F''(x)dx \rightarrow F'(x) = \int (12x + 3)dx = 6x^2 + 3x + C$$

Utilizamos la condición de contorno $F'(0) = 3$ para obtener la constante de integración C.

$$F'(0) = 3 \rightarrow 0 + 0 + C = 3 \rightarrow C = 3 \rightarrow F'(x) = 6x^2 + 3x + 3$$

Volvemos a integrar.

$$F(x) = \int F'(x)dx \rightarrow F(x) = \int (6x^2 + 3x + 3)dx = 2x^3 + \frac{3x^2}{2} + 3x + D.$$

Aplicamos la segunda condición de contorno para obtener D.

$$F(1) = 2 \rightarrow 2 \cdot 1 + \frac{3 \cdot 1}{2} + 3 \cdot 1 + D = 2 \rightarrow D = \frac{-9}{2} \rightarrow F(x) = 2x^3 + \frac{3x^2}{2} + 3x - \frac{9}{2}$$