

즐거워라 미적분학



교과서 127쪽

부정적분과 정적분

학번
이름

함수 $y = x^\alpha$ (α 는 실수)의 부정적분

1. $\alpha \neq -1$ 일 때, $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C$

2. $\alpha = -1$ 일 때, $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

문제1. 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int \sqrt{x} dx$
 $= \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + C$
 $= \frac{2}{3} x\sqrt{x} + C$

(2) $\int \frac{2}{x} dx = 2 \int \frac{1}{x} dx$
 $= 2 \ln|x| + C$

문제2. 다음 부정적분을 구하시오.

(1) $\int \left(3 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) dx$
 $= 3x - \ln|x| - \frac{1}{x} + C$

(2) $\int \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x} dx$
 $= \int \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{x} dx = \int \left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}\right) dx$
 $= x - 4x^{\frac{1}{2}} + \ln|x| + C$
 $= x - 4\sqrt{x} + \ln|x| + C$

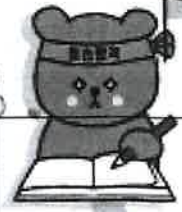
문제3. 다음 정적분의 값을 구하시오.

(1) $\int_0^1 x\sqrt{x} dx$
 $= \left[\frac{2}{5} x^{\frac{5}{2}}\right]_0^1$
 $= \frac{2}{5}$

(2) $\int_4^8 \frac{5}{x} dx$
 $= \left[5 \ln|x|\right]_4^8$
 $= 5 (\ln 8 - \ln 4)$
 $= 5 \ln 2$

즐거운 미적분학

HAPPY



지수함수의 부정적분

$$1. \int e^x dx = e^x + C$$

$$2. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \text{ (단, } a > 0, a \neq 1)$$

문제4. 다음 부정적분을 구하시오.

$$(1) \int e^{x-1} dx$$

$$= \frac{1}{e} \int e^x dx$$

$$= \frac{1}{e} \cdot e^x + C$$

$$= e^{x-1} + C$$

$$(2) \int (2^x + 1)^2 dx$$

$$= \int (4^x + 2^{x+1} + 1) dx$$

$$= \frac{4^x}{\ln 4} + \frac{2^x}{\ln 2} \cdot 2 + x + C$$

$$= \frac{2^{2x-1}}{\ln 2} + \frac{2^{x+1}}{\ln 2} + x + C$$

문제5. 다음 정적분의 값을 구하시오.

$$(1) \int_0^1 (e^x + 3^x) dx$$

$$= \left[e^x + \frac{3^x}{\ln 3} \right]_0^1$$

$$= \left(e + \frac{3}{\ln 3} \right) - \left(1 + \frac{1}{\ln 3} \right)$$

$$= e - 1 + \frac{2}{\ln 3}$$

$$(2) \int_1^3 \frac{4^x - 1}{2^x - 1} dx = \int_1^3 \frac{(2^x - 1)(2^x + 1)}{2^x - 1} dx$$

$$= \int_1^3 (2^x + 1) dx$$

$$= \left[\frac{2^x}{\ln 2} + x \right]_1^3$$

$$= \left(\frac{8}{\ln 2} + 3 \right) - \left(\frac{2}{\ln 2} + 1 \right) = \frac{6}{\ln 2} + 2$$

문제6. 양 끝이 기둥에 매달려 있는, 밀도가 균일한 케이블이나 줄이 중력에만 영향을 받아 자연스럽게 늘어진 모양의 곡선을 현수선이라고 한다. 어떤 두 기둥에 매달려 있는 현수선을 함수 $y=f(x)$ 의 그래프로 나타내었다. 현수선 $y=f(x)$ 위의 한 점 $(x, f(x))$ 에서의 접선의 기울기가 $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 이고, $f(0)=1$ 이었다. 이때 $f(x)$ 를 구하시오.

$$f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad ; \text{ 접선의 기울기}$$

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx = \frac{e^x + e^{-x}}{2} + C$$

$$f(0) = 1 + C = 1 \quad \text{이므로} \quad C = 0 \quad \therefore f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

