Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten

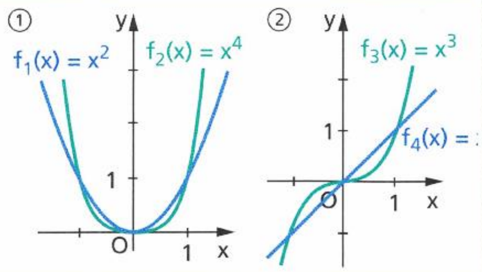
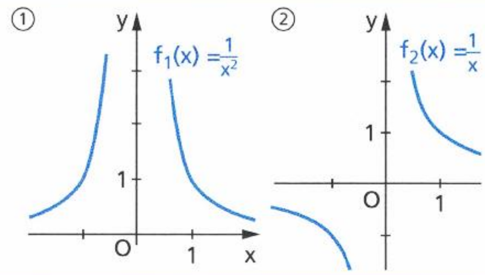
Definition Funktionen mit einer Gleichung der Form $f(x) = x^n$ ($n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$) heißen **Potenzfunktionen.**

Aufgabe 1: Welche Eigenschaften haben die Potenzfunktionen mit der Gleichung $y = x^n$, falls ihr ganzzahliger Exponent n mit $n \neq 0$

a) positiv
b) negativ ist?

Lösung zu A1:

Für den Exponenten n in $f(x) = x^n$ unterscheidet man folgende Fälle:

	$n \in \mathbb{Z};\ n \geq 1$	$n \in \mathbb{Z}$ und $n \leq -1$
Definitionsbereich	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$
Wertebereich	① n gerade: $W_f = [0; \infty[$ ② n ungerade: $W_f = \mathbb{R}$	① n gerade: $W_f = \mathbb{R}^+$ ② n ungerade: $W_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
Nullstelle	$x_0 = 0$	keine
Beispiele für Graphen		
gemeinsame Punkte	① (0; 0), (1; 1), (−1; 1) ② (0; 0), (1; 1), (−1; −1)	① (1; 1), (−1; 1) ② (1; 1), (−1; −1) *Anmerkung:* Die Graphen dieser Funktionen heißen **Hyperbeln.**
Symmetrieverhalten	① symmetrisch zur y-Achse ② zentralsymmetrisch zum Ursprung	① symmetrisch zur y-Achse ② zentralsymmetrisch zum Ursprung

Aufgabe 2: Erläutere, welchen Einfluss der Koeffizient a mit $a \neq 0$ auf den Graphen von g hat?

Lösung zu A2:

Der Koeffizient a führt mit $|a| > 1$ zu einer Streckung bzw. mit $|a| < 1$ zu einer Stauchung des Graphen in y-Richtung.

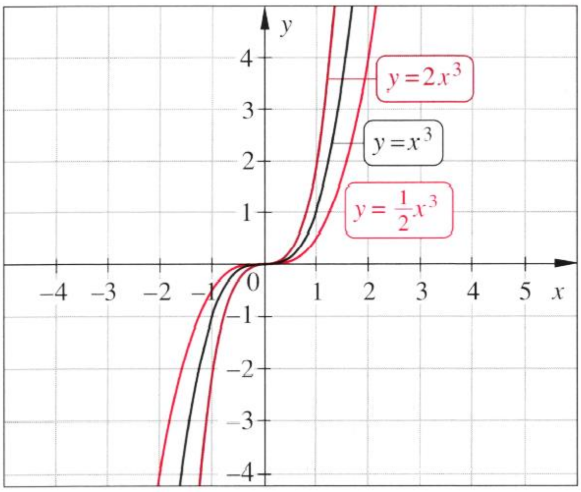
Der Koeffizient a führt mit $a < 0$ zu einer Spiegelung des Graphen an der x-Achse.

Beispiele für $a > 0$

1) $y = x^3$, **2)** $y = 2x^3$ und **3)** $y = \frac{1}{2}x^3$

Der Graph zu $y = 2x^3$ verläuft steiler als der zu der Gleichung $y = x^3$ gehörende Graph. Er ist gestreckt.

Der Graph zu $y = \frac{1}{2}x^3$ verläuft flacher als der zur Gleichung $y = x^3$ gehörende Graph. Er ist gestaucht.



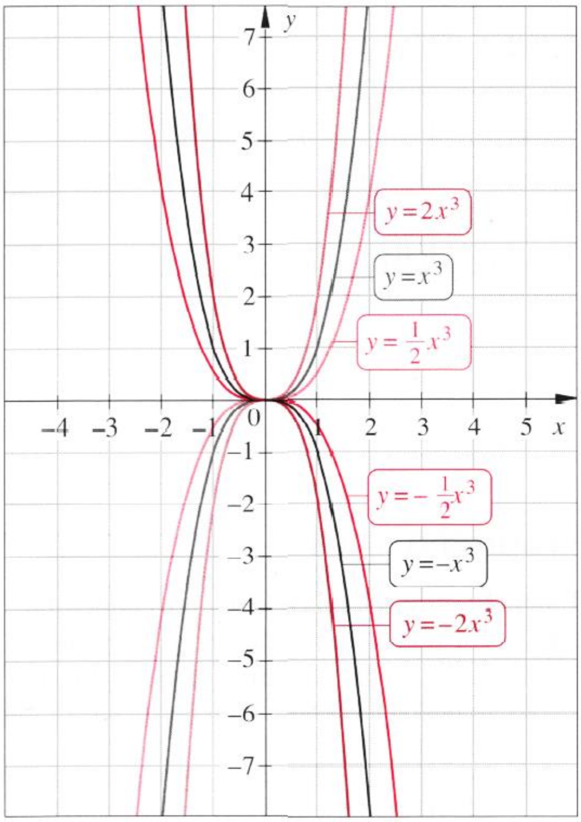
Beispiele für $a < 0$

1) $y = -x^3$, **2)** $y = -2x^3$ und **3)** $y = -\frac{1}{2}x^3$

Die y-Koordinaten von $y = -x^3$ sind die entgegengesetzten Zahlen zu den entsprechenden y-Koordinaten von $y = x^3$.

Der Graph zu $y = -x^3$ ergibt sich aus dem Graphen zu $y = x^3$ durch Spiegelung an der x-Achse.

Analog erhält man den Graphen zu $y = -2x^3$ bzw. $y = -\frac{1}{2}x^3$ aus dem Graphen zu $y = 2x^3$ bzw. $y = \frac{1}{2}x^3$ durch Spiegelung an der x-Achse.



Aufgabe 3: Wie verhalten sich die Funktionswerte $g(x)$ für

a) x gegen minus unendlich
b) x gegen plus unendlich?

Präsentiere deine Fallantworten in einer Übersichtstabelle.

Lösung zu A3:

$\boldsymbol{n} \in \mathbb{N}\backslash\{\mathbf{0}\}$	gerade	gerade	ungerade	ungerade
$\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}\backslash\{\mathbf{0}\}$	$a > 0$	$a < 0$	$a > 0$	$a < 0$
$\lim\limits_{x \to -\infty} \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{n}}$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$
$\lim\limits_{x \to \infty} \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{n}}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$