

## 2 Inèrcia

### 2.3 Inèrcia. Rectangles. Mètode Mohr-Culmann. Plantilla

#### 2.3.1 Inèrcia. Rectangles. Mètode Mohr-Culmann. Exemple

### 2.3 Inèrcia. Rectangles. Mètode Mohr-Culmann. Plantilla

El mètode de Mohr i el de Culmann utilitzen el polígon funicular per al càlcul de moments d'inèrcia de figures planes. L'aplicació parteix d'una sèrie de 10 rectangles amb tres punts cadascun. El punt foradat serveix per desplaçar el rectangle i els altres, dos de color negre, serveixen per donar-li dimensions. Al contrari de l'aplicació 2.2, aquí els rectangles no es troben en un 'magatzem' on són inactius. El polígon funicular es desestabilitza fàcilment quan l'àrea dels rectangles és o tendeix a zero. Des d'aquest punt de vista, interessa utilitzar el conjunt dels rectangles i procurar no haver de minimitzar els rectangles sobrants. De la mateixa manera, a diferència de l'aplicació 2.2, es calcula el moment d'inèrcia únicament amb referència a un sol eix  $y$ . Aquest pot desplaçar-se i girar de la manera que es cregui convenient. Els rectangles i el baricentre queden referenciats a l'eix  $y$ .

El mètode de Mohr planteja un polígon funicular construït amb l'àrea dels diferents rectangles amb una distància polar  $d$  qualsevol, però a escala d'àrees. L'àrea  $A$  (ombrejada) creada amb les formes del polígon funicular i l'eix  $y$ , multiplicada per  $d$ , ens donarà el moment d'inèrcia (fig. 2.6).

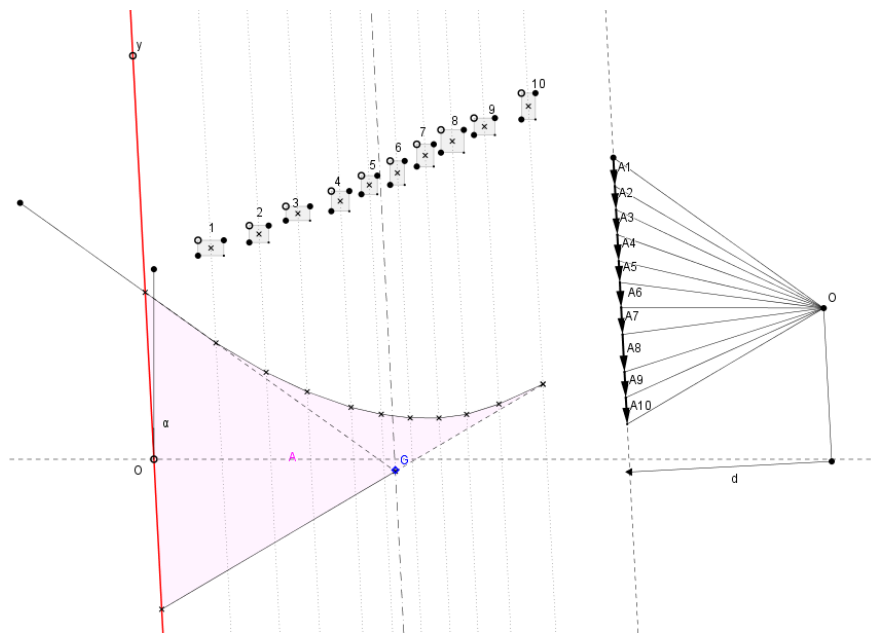


Fig. 2.6

El mètode Culmann parteix igualment del polígon funicular de Mohr però li perllonga els costats fins trobar l'eix  $y$  i, amb les interseccions formades, crea un altre polígon funicular de distància polar  $e$ . El traçat de les formes d'aquest segon polígon funicular determina un segment en l'eix  $y$  de magnitud  $m$ . El producte d' $m$ ,  $d$  i  $e$  ens donarà el moment d'inèrcia. Com es veu, el mètode de Culmann permet calcular el moment d'inèrcia sense haver de calcular àrees, però a canvi s'han de traçar dos polígons funiculars (fig. 2.7).

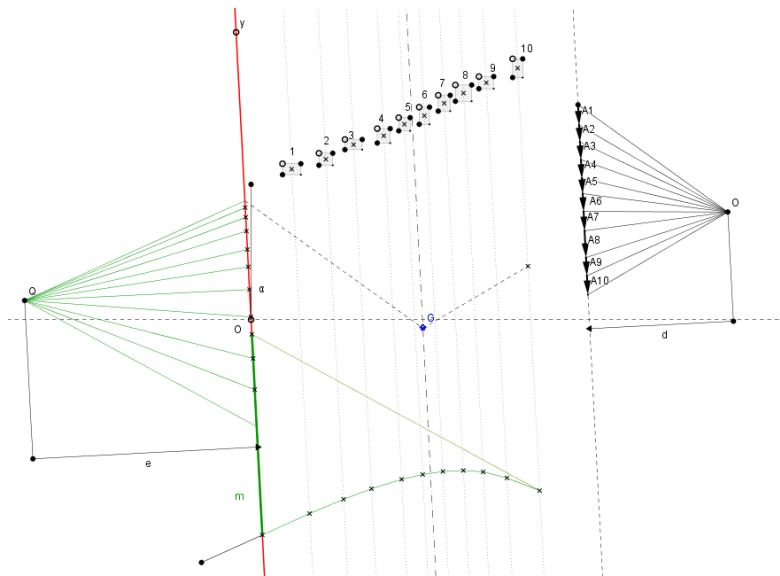


Fig. 2.7

- Nomenclatura
- Línies d'acció
- Construcció Mohr
- Construcció Culmann

Escala longituds (1 GoG a centímetres)

Lupa

**Geometria**

N. Nom rectangle  
b(cm). Ample  
h(cm). Alt  
A(cm²). Àrea  
dx(cm). Distància g a eix y  
 $\alpha = 2.99^\circ$

N...b...h...A...dx

1	6.43	3.83	24.62	16.94
2	4.83	4.22	20.39	29.07
3	6.05	3.56	21.54	39.03
4	4.51	5.03	22.71	49.73
5	3.98	4.64	18.44	57.16
6	3.61	5.98	21.61	64.31
7	4.21	5.55	23.37	71.47
8	5.69	5.69	32.36	78.4
9	5.19	4.25	22.06	86.57
10	3.5	6.57	23	97.78

**Resultats**

At. Àrea total. At= 230.11 cm²  
dxG. Distància G a eix y. dxG= 59.93 cm

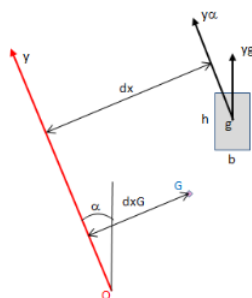
ly. Moment d'inèrcia. Referència eix y  
Mètode Mohr. ly= A · d · ly= 966447.88 cm⁴

ly. Moment d'inèrcia. Referència eix y  
Mètode Culmann. ly= m · d · e. ly= 966447.88 cm⁴

Comprobació analítica. ly= 966919.19 cm⁴

Apart d'aquest dos mètodes, l'aplicació fa una comprovació analítica. Es pot comprovar que, en general, els mètodes de Mohr i el de Culmann coincideixen, i amb la comprovació analítica s'obtenen resultats molt coincidents, però no exactament iguals que en els sistemes gràfics. Es desconeix l'origen d'aquesta no coincidència. En el mètode analític es calculen els moments d'inèrcia dels rectangles amb referència als eixos ortogonals que passen pel seu baricentre ( $I_{xG}$  i  $I_{yG}$ ), i a continuació es gira per ortogonalitzar-la amb referència a l'eix y ( $I_{y\alpha}$ ), i finalment, es trasllada per Steiner. A la figura 2.8 apareixen els resultats de l'esquema de rectangles de les figures anteriors. També es troben les caselles de control, els punts lliscants i l'entrada de dades. És possible que, degut a les inestabilitats del polígon funicular, es produeixin diferències entre els resultats obtinguts.

Fig. 2.8



A la figura 2.9 s'inclou un croquis que permet observar la nomenclatura utilitzada.

Fig. 2.9

### 2.3.1 Inèrcia. Rectangles. Mètode Mohr-Culmann. Exemple

En l'exemple es veu que els rectangles 7, 8, 9 i 10 s'han hagut d'anul·lar perquè no eren necessaris per a l'ajust dels rectangles a la figura. A les anul·lacions d'àrees és quan es produeixen inestabilitats en el polígon funicular (fig. 2.10). Aquestes inestabilitats són:

- .1. Encara que els valors dels moments d'inèrcia per Mohr i Culmann coincideixin, el resultat obtingut analíticament pot augmentar i molt la diferència. És el cas del present exemple.
- .2. Es pot donar la circumstància que les inèrcies de Mohr i Culmann no coincideixin.
- .3. Les inestabilitats es poden donar amb els moviments aparentment més insignificants, com per exemple la lupa.

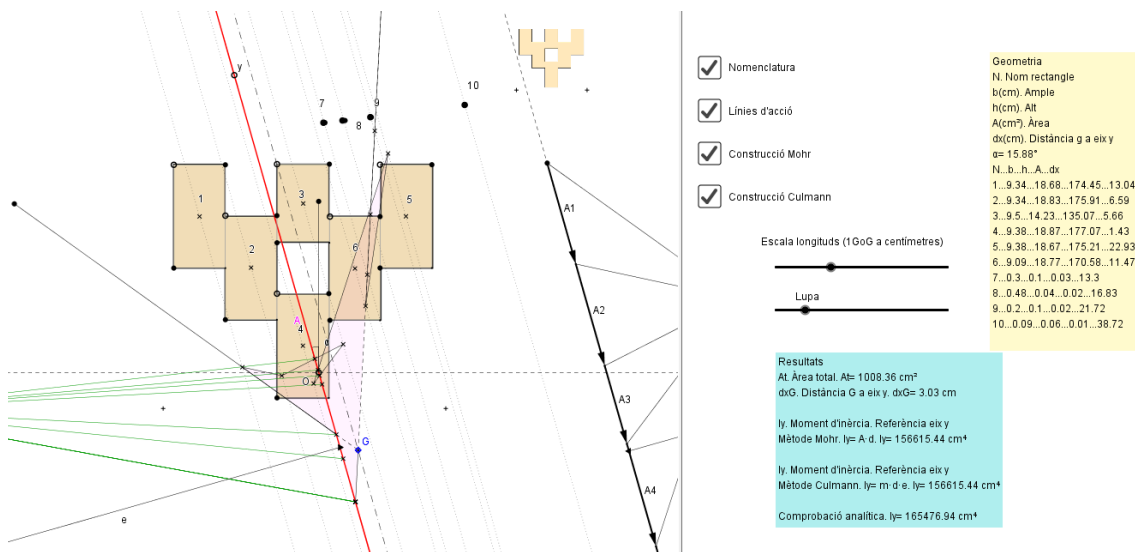


Fig. 2.10

És, per tant, aconsellable no anul·lar rectangles. Això s'aconsegueix ubicant a la figura tots els 10 rectangles convenientment trossets.