Matematikuppgift			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Antagningsprov svarsform								c																									
Ma/Fy	CTH	KTH	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd	abcd											del C
2024	SU	GU	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	A,1p	delA	B, 2p	delB	B, 2p	delB	B, 2p	delB	B, 2p	delB	B, 2p	delB	5p

6. Om $x \boxplus y = |x| - \big||x+y| - |y|\big|$ för alla reella tal x och y, så gäller för alla reella x och y att

(a) $x \boxplus y = y \boxplus x$; (b) $(2x) \boxplus (-x) = 2x$;

(c) $x \boxplus y \geq 0$; (d) inget av (a)-(c) gäller generellt.

6. Om $x \boxplus y = |x| - \big||x+y| - |y|\big|$ för alla reella tal x och y, så gäller för alla reella tal x och y att

(a) $x \boxplus y = y \boxplus x$

(b) $(2x) \boxplus (-x) = 2x$

(c) $x \boxplus y \geq 0$

(d) inget av (**a**)-(**b**)-(**c**) gäller generellt

Vi kan visa att (**c**) gäller , vi kan också hitta motexempel till (**a**) och (**b**) .

Låt oss först gå igenom resonemanget om varför $x \boxplus y \geq 0$, detta kan visas genom att visa att

(då $x \boxplus y = |x| - \big||x+y| - |y|\big|$)

$|x|$ alltid är större än eller lika med $\big||x+y| - |y|\big|$.

låt oss säga att ditt mål är att göra en operator som ska leda till så stort tal som möjligt (anta t ex att det är pengar, och du vill ha så mycket pengar som möjligt) Välj mellan två saker: (1) operatorn är att ta beloppet av ditt x $\|x\|$ (1) ta belopp av x $\|x\|$ då får du ett positivt tal (eller noll) , trevligt (2) operatorn är att 2a först lägga till ett nytt tal som kan vara positivt eller negativt (y) : $x + y$, 2b sedan ta beloppet av denna summa (av två tal som var dör sig är positiva eller negativa) $\|x + y\|$, 2c och sedan subtrahera beloppet av det nya talet $\|x + y\| - \|y\|$, 2d och sist ta beloppet av denna subtraktion/differens $\|\|x+y\| - \|y\|\|$	skillnaden mellan operator (1) och operator (2) är att operator (2) aldrig kan generera ett högre tal än operator (1) . Detta på grund av att om y är positivt blir det i) +-0 ingen skillnad , ifall x är positivt ii) +-0 ingen skillnad , ifall x är 0 iii) ett lägre tal för (2) än för (1), ifall x är negativt och om y är negativt blir det iv) +- 0 ingen skillnad , ifall x är negativt v) +-0 ingen skillnad , ifall x är 0 vi) ett lägre tal för (2) än för (1), ifall x är positivt (om y = 0 blir det förstås ingen skillnad 😊) skillnaden mellan operator (1) och operator (2) är alltså att i operator (2) kan inblandningen av y aldrig leda till ett högre tal än vad operator (1) ger $\|x\| \geq \big\|\|x+y\| - \|y\|\big\|$ alltså $\|x\| - \big\|\|x+y\| - \|y\|\big\| \geq 0$ så (**c**) gäller

(**c**) $x \boxplus y \geq 0$, $y > 0$	(**c**) $x \boxplus y \geq 0$, $y < 0$	motexempel till (**a**)
i) $y > 0$ och $x > 0$ ($x = 3$, $y = 2$) $\|3\| - \big\|\|3+2\| - \|2\|\big\| = 3 - 3 = 0$	iv) $y < 0$ och $x < 0$ ($x = -7$, $y = -2$) $\|-7\| - \big\|\|-7+(-2)\| - \|(-2)\|\big\| = 7 - 7 = 0$	motbevisa (**a**) med $x = -2$, $y = 1$ (**a**) $x \boxplus y \overset{?}{=} y \boxplus x$
ii) $y > 0$ och $x = 0$ ($x = 0$, $y = 2$) $\|0\| - \big\|\|0+2\| - \|2\|\big\| = 0 - 0 = 0$	v) $y < 0$ och $x = 0$ ($x = 0$, $y = -2$) $\|0\| - \big\|\|0+(-2)\| - \|(-2)\|\big\| = 0 - 0 = 0$	$\|x\| - \big\|\|x+y\| - \|y\|\big\|$ $\|-2\| - \big\|\|-2+1\| - \|1\|\big\| = 2 - 0 = 2$ $\|1\| - \big\|\|1+(-2)\| - \|-2\|\big\| = 1 - 1 = 0$
iii) $y > 0$ och $x < 0$ ($x = -7$, $y = 2$) $\|-7\| - \big\|\|-7+2\| - \|2\|\big\| = 7 - 3 = 4$	vi) $y < 0$ och $x > 0$ ($x = 3$, $y = -2$) $\|3\| - \big\|\|3+(-2)\| - \|-2\|\big\| = 3 - \|(-1)\| = 2$	. . . så $x \boxplus y = 2$, medans $y \boxplus x = 0$, så dessa är ej lika

motexempel till (**b**) $(2x) \boxplus (-x) \overset{?}{=} 2x$ med $x = -2$, $y = 1$ ger $|2x| - \big||2x + (-x)| - |-x|\big|$

vänster led: V.L. höger led: H.L. $|2x| - \big||x| - |-x|\big|$ som för $x = -2$ ger

V.L. : $|2 \cdot (-2)| - \big||-2| - |-(-2)|\big| = 4 - 0 = 4$ och H.L. = $2x = 2 \cdot (-2) = -4$, alltså är V.L. $\neq$ H.L.