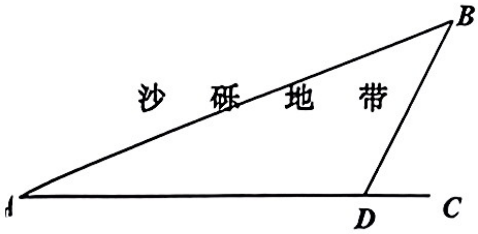
第六章：经典几何模型——胡不归

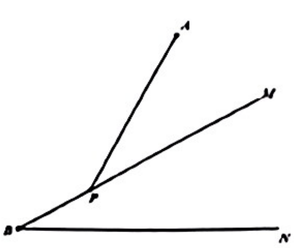
从前，有一个小伙子在外地学徒，当他获悉在家的老父亲病危的消息后，便立即启程赶路．由于思乡心切，他只考虑了两点之间线段最短的原理，所以选择了全是沙砾地带的直线路径 $A \to B$（如图所示），而忽视了走折线虽然路程多但速度快的实际情况，当他气喘吁吁地赶到家时，老人刚刚咽了气，小伙子失声痛哭．邻居劝慰小伙子时告诉说，老人弥留之际不断念叨着“胡不归？胡不归？…何以归”．这个古老的传说，引起了人们的思索，小伙子能否提前到家？倘若可以，他应该选择一条怎样的路线呢？这就是风靡千百年的“胡不归问题”．

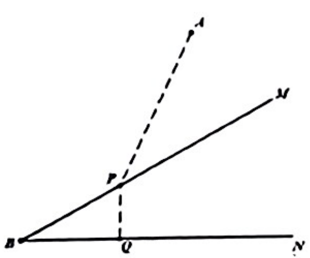


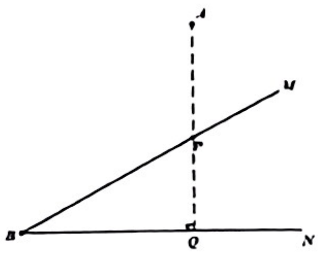
二．“胡不归”模型建立

如图所示，已知 $\sin\angle MBN=k$，点 P 为角 $\angle MBN$ 其中一边 BM 上的一个动点，点 A 在射线 BM、BN 的同侧，连接 AP，则当“$PA+k\cdot PB$”最小时，P 点的位置如何确定？

分析：本题的关键在于如何确定“$k\cdot PB$”的大小，过点 P 作 $PQ\perp BN$ 垂足为 Q，则 $k\cdot PB=PB\cdot\sin\angle MBN=PQ$，“$PA+k\cdot PB$”的最小值转化为求“$PA+PQ$”的最小值，即 A、P、Q 三点共线时最小．







三．“胡不归”模型破解策略

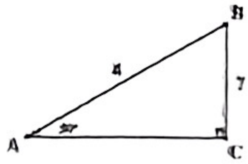
“胡不归”构造某角正弦值等于系数 k（k 小于 1）

当 k 值大于 1 时，则提取 k，构造某角正弦值等于系数 $\frac{1}{k}$

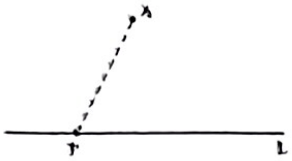
起点构造所需角（$k=\sin\angle CAE$）→过终点作所构角边的垂线→利用垂线段最短解决

模型解剖

1、如图，在Rt△ABC中，∠ACB=90°，若∠A=30°，AB=4，则BC=________；理由是________

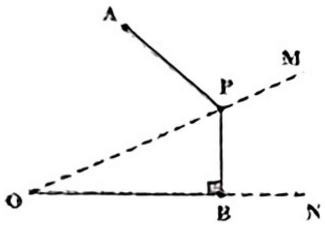


2、直线L外有点A，点P是L上一动点，当点P在何处时，线段PA最小吗？

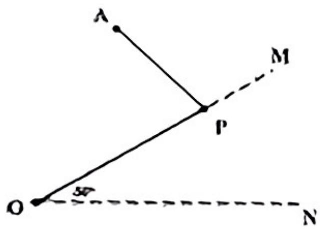


问题分析

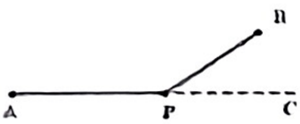
问题1：如图，点A在∠MON的外部，点P是OM上的一动点，过点P作PB⊥ON于B，当PA+PB最小时，你能确定点P的位置吗？（请说明理由）



问题2：点A在∠MON的外部，点P是OM上的一动点，∠MON=30°，当点P在何处 $\frac{1}{2}OP+PA$ 最小？



问题3：点P是射线AC上一动点，点B是射线AC外一点，当点P在何处时，$\frac{1}{2}PA+PB$ 最小？



问题4：点P是射线AC上一动点，点B是射线AC外一点，当点P在何处时 $2PA+4PB$ 最小？