

## Teoría – Tema 5

### Teoría - 13 - cambio de variable en raíces con el mismo radicando

#### Cambio de variable si $f(x)$ contiene sumas y restas de raíces de un mismo radicando elevado a distintos índices.

Sea la integral  $\int f(x) dx$ . Si la forma de la función  $f(x)$  contiene un mismo radicando (por ejemplo  $x$ ) elevado a distintos índices (por ejemplo  $x^{\frac{1}{2}}, x^{\frac{1}{3}}, x^{\frac{3}{4}}, \dots$ ), podemos plantear el siguiente cambio de variable:

$\text{radicando} = t^m \rightarrow$  Donde  $m$  es el mínimo común múltiplo de los índices de las raíces.

#### Ejemplo 1 resuelto

$$\int \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx$$

Radicando:  $x$

Índice de las raíces:  $2, 3 \rightarrow m.c.m. \equiv 6$

Cambio de variable  $\rightarrow x = t^6 \rightarrow dx = 6 \cdot t^5 dt$

$$\int \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}} dx = \int \frac{1-t^{\frac{6}{2}}}{\frac{t^6}{t^3}} \cdot 6 \cdot t^5 dt = 6 \cdot \int \frac{1-t^3}{t^3} \cdot t^5 dt = 6 \cdot \int (1-t^3) \cdot t^3 dt = 6 \cdot \int (t^3 - t^6) dt$$

$$6 \cdot \int t^3 dt - 6 \cdot \int t^6 dt = \frac{6}{4} \cdot t^4 - \frac{6}{7} \cdot t^7 + C$$

Deshacemos el cambio de variable:

$$x = t^6 \rightarrow \sqrt[6]{x} = t$$

$$I = \frac{3}{2} \cdot x^{\frac{4}{6}} - \frac{6}{7} \cdot x^{\frac{7}{6}} + C = \frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{x^2} - \frac{6}{7} \cdot x \cdot \sqrt[6]{x} + C$$