Teoría – Tema 3

Teoría - 15 - Derivada de una función elevada a otra función

Derivada de una función elevada a otra función

Sea $f(x)=g(x)^{h(x)}$. Para obtener su derivada, aplicaremos el siguiente método logarítmico.

$$\ln[f(x)]=\ln[g(x)^{h(x)}] \quad \rightarrow \quad \ln[f(x)]=h(x)\cdot\ln[g(x)]$$

Derivamos en ambos lados, recordando la derivada del logaritmo y la regla de la cadena.

$$\frac{f'(x)}{f(x)}=h'(x)\cdot\ln[g(x)]+h(x)\cdot\frac{g'(x)}{g(x)}$$

Despejamos la derivada de la función $f(x)$.

$$f'(x)=f(x)\cdot[h'(x)\cdot\ln[g(x)]+h(x)\cdot\frac{g'(x)}{g(x)}]$$

Sustituimos $f(x)=g(x)^{h(x)}$.

$$f'(x)=g(x)^{h(x)}\cdot[h'(x)\cdot\ln[g(x)]+h(x)\cdot\frac{g'(x)}{g(x)}]$$

Desarrollamos el producto.

$$f'(x)=g(x)^{h(x)}\cdot h'(x)\cdot\ln[g(x)]+g(x)^{h(x)}\cdot h(x)\cdot\frac{g'(x)}{g(x)}$$

Reordenamos → $f'(x)=g(x)^{h(x)}\cdot h'(x)\cdot\ln[g(x)]+h(x)\cdot g(x)^{h(x)-1}\cdot g'(x)$