

Teoría – Tema 9

Teoría - 14 - Posición relativa de tres planos

■ Posiciones relativas de tres planos

Tres planos, en sus ecuaciones generales, formarán un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas.

$$\Pi_1 = A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$\Pi_2 = A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

$$\Pi_3 = A_3x + B_3y + C_3z + D_3 = 0$$

Donde la matriz del sistema y la matriz ampliada resultan:

$$M = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{pmatrix} \rightarrow M/D = \left(\begin{array}{ccc|c} A_1 & B_1 & C_1 & -D_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 & -D_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 & -D_3 \end{array} \right)$$

Las distintas soluciones de este sistema estarán relacionada con distintas posiciones relativas de los tres planos.

- Los tres planos se cortan en un punto → Solución única → SCD (el punto es la solución única del sistema)
 - $Rango(M) = Rango(M/D) = 3 = \text{número de incógnitas}$
- Dos planos se cortan en una recta pero el tercer plano es paralelo a esa recta de corte → No hay solución → SI
 - $Rango(M) = 2 \neq 3 = Rango(M/D)$
- Los tres planos se cortan en una recta → Infinitas soluciones → SCI (infinitos puntos de la recta)
 - $Rango(M) = Rango(M/D) = 2 < 3 = \text{número de incógnitas}$
- Los tres planos son paralelos entre si, pudiendo ser dos de ellos coincidentes → No hay solución → SI
 - $Rango(M) = 1 \neq 2 = Rango(M/D)$
- Los tres planos son coincidentes → Infinitas soluciones → SCI (infinitos puntos del plano)
 - $Rango(M) = Rango(M/D) = 1 < 3 = \text{número de incógnitas}$