FUNCIÓN CARACTERÍSTICA

Se define función característica de la variable aleatoria X, a la función:

$$\phi_X(t)=E\{e^{i\cdot t\cdot X}\}; t\in\mathbb{R}; i=\sqrt{-1}$$

Además, como

$$e^{i\cdot t\cdot X}=\cos(t\cdot X)+i\cdot sen(t\cdot X)$$

Y teniendo en cuenta que

$$\phi_X(t)=E\{\cos(t\cdot X)\}+i\cdot E\{sen(t\cdot X)\}$$

Y como:

$$|\cos(t\cdot X)|\leq 1 \qquad \text{y} \qquad |sen(t\cdot X)|\leq 1$$

Se cumplirá:

$$\phi_X(t)<\infty$$

Por tanto, siempre existe la función característica, además:

- $\phi_X(0)=E\{e^{i\cdot 0\cdot X}\}=E\{1\}=1$
- $|\phi_X(t)|\leq E\{|e^{i\cdot t\cdot X}|\}=E\{\sqrt{\cos^2(t\cdot X)+sen^2(t\cdot X)}\}=E\{1\}=1$
- $\phi_X(-t)=E\{\cos(t\cdot X)\}-i\cdot E\{sen(t\cdot X)\}=\overline{\phi_X(-t)}$
- $Si\, existe\, \alpha_k; \alpha_k=\dfrac{\phi_X^{(k)}(0)}{i^k}$; Siendo : $\phi_X^{(k)}(t)=\dfrac{d^k\phi_X(t)}{dt}$